

파동반사와 도플러 효과를 고려한 전차선의 속도향상 설계

Speed-up Design for Overhead-line Considering Contact Force Fluctuations by a Wave Reflection and a Doppler Effect

조용현* 이기원** 권삼영* 김도원***

Yong Hyeon Cho, Kiwon Lee, Samyoung Kwon, Dowon Kim

Key word : 반사파동(Wave reflection), 접촉력(Contact force), 도플러효과(Doppler effect), 가선계(Overhead-line)

ABSTRACT

There are many massive components added on the railway overhead-line. These components cause larger fluctuations of contact forces, which are due to wave reflections and Doppler effects when a high-speed train passes those. In this paper, mathematical formula are derived for the relation between the added mass and contact force fluctuations. Using the derived formula, we calculate a added mass on the overhead-line which cause amplification factor to become 2.5. German design practice requires that amplification factor due to the wave reflection should be less than 2.5 to obtain good current collection performance. To show the validity of the formula, simulation results are compared with the calculation results. Simulation results showed that contact force fluctuations grow rapidly when an added mass is larger than the calculation result. Therefore, the simple form of formula can be used for estimating maximum added mass not to cause large fluctuations of contact forces in early design phase.

1. 서론

현재 가선 설비는 원래 저속용으로 건설된 것이므로 속도 향상을 위해서는 시급히 개량할 필요가 있다. 가선 설비의 개량은 일반 구간 뿐만 아니라 평행구간, 곡선구간, 절연구간, 터널구간 등의 특수 구간에서의 개량이 필요하다. 본 논문에서는 설비 개량 연구의 하나로 절연구간에 사용되는 구분 장치와 같은 큰 질량을 갖는 금구가 집전 성능에 어떤 영향을 미치는가를 살펴보았다.

열차가 고속으로 주행하게 되면 전차선에 가해진 요동이 경점에서 반사되어 팬터그래프로 돌아올 때 원래 팬터그래프가 가한 힘보다 더 큰 접촉력 변동이 생기게 된다. 본 논문에서는 집중 질량과 파동 반사에 의한 접촉력의 증폭 관계를 수학적으로 유도해 보았다. 수식의 타당성을 검증하기 위하여 기존선 가선계와 유사한 경우를 예제로 선택하여 수식 계산 결과와 시뮬레이션 결과를 비교해 보았다.

* 한국철도기술연구원 책임연구원, 정회원

** 한국철도기술연구원 주임연구원, 정회원

***한국철도시설공단 부장, 정회원

2. 이론식

2.1 집중 질량에 의한 반사계수

팬터그래프에 의하여 야기된 전차선 요동이 전차선을 타고 전방(편의 상 우측을 선택)으로 흐른다면 요동은 식 (1)과 같이 쓸 수 있다.

$$y_i(t-x/c_c) = \widehat{y}_i \exp [w_i(t-x/c_c)] \quad (1)$$

여기서 t 는 시간, x 는 팬터그래프의 위치, c_c 는 전차선의 파동전파속도, w 는 요동의 각주파수, \widehat{y}_i 는 요동의 크기이다.

요동은 집중 질량에 $y_i(t)$ 의 운동을 주면 집중질량 M 은 $y_i(t)$ 만큼 운동하면서 요동에 반동한다. 이때 집중 질량의 반력은 식 (2)와 같이 쓸 수 있다.

$$F_r = -Z_c(\dot{y} - \dot{y}_i) = -2\rho_c c_c(\dot{y} - \dot{y}_i) \quad (2)$$

여기서 Z_c 는 전차선의 기계적 임피던스로 선밀도에 파동전파속도를 곱한 것에 2배를 한 값이다.

또한 집중 질량에 걸리는 관성 저항은 $-M\dot{y}$ 가 된다. 집중 질량 M 에 대한 운동방정식을 세워 보면 식(3)과 같다.

$$M\dot{y} + 2\rho_c c_c \dot{y} = 2\rho_c c_c \dot{y}_i \quad (3)$$

식 (3)에서 \dot{y}_i 는 아는 값으로 $y_i(t) = \widehat{y}_i \exp(wt)$ 라고 놓으면 다음과 같은 해를 구할 수 있다.

$$y(t) = \frac{2\rho_c c_c}{2\rho_c c_c + jMw} \widehat{y}_i \exp(j\omega t) \quad (4)$$

드롭퍼에서 반사되는 파동을 $y_r(t)$ 라 하면 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\begin{aligned} y_r(t) &= y(t) - y_i(t) \\ &= -\frac{jMw}{2\rho_c c_c + jMw} \widehat{y}_i \exp(j\omega t) \end{aligned} \quad (5)$$

따라서 집중 질량에 의한 반사계수는 식 (5)를 식 (1)로 나누어 식 (6)과 같이 표시할 수 있다. 반사계수는 집중질량의 임피던스를 집중질량 임피던스와 전차선의 임피던스의 합으로 나눈 것이다. 반사계수는 복소수로 y_i 와 y_r 의 위상이 다를 수 있다는 것을 의미한다.

$$r = -\frac{y_r}{y_i} = \frac{jMw}{2\rho_c c_c + jMw} \quad (6)$$

여기서 $w = \frac{2\pi v}{L_d}$ 로 v 는 열차속도(m/s), L_d 는 드로퍼 간격이다.

반사계수의 크기를 r_{abs} 라 하면 집중질량의 기계적 임피던스와 전차선의 기계적 임피던스의 비는 식(6)을 변형하여 식 (7)과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{Mw}{2\rho_c c_c} = \frac{r_{abs}}{\sqrt{|(1-r_{abs}^2)|}} \quad (7)$$

2.2 증폭계수[1, 2]

팬터그래프에 의한 요동으로 초기에 전차선에 주는 힘 ΔF_1 은 식 (8)과 같다.

$$\Delta F_1 = 2\rho_c c_c \dot{y}_i = 2\rho_c c_c r \widehat{y}_i w_i \quad (8)$$

집중 질량에서 반사되어 팬터그래프로 들어오는 반사 파동은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$y_r = r \widehat{y}_i \exp[i - \frac{1+\beta}{1-\beta} w_i (t + x/c_c)] \quad (9)$$

여기서 $\beta = v(\text{열차속도})/c_c(\text{전차선 파동전파속도})$ 이다.

반사파가 팬터그래프로 들어오면서 갑작스럽게 생기는 접촉력 변화는 식(10)과 같다.

$$\Delta F_2 = 2\rho_c c_c \dot{y}_r = 2\rho_c c_c r \widehat{y}_i - \frac{1+\beta}{1-\beta} w_i \quad (10)$$

반사파에 의한 접촉력 변화와 초기 접촉력 변화의 비를 증폭계수라 한다. 증폭계수는 식(10)을 식 (8)로 나누어 구할 수 있다. 식(11)에서 볼 수 있는 바와 같이 증폭계수는 반사계수를 도플러계수로 나눈 값이다.

$$\text{증폭계수} = \frac{\Delta F_2}{\Delta F_1} = r \frac{1+\beta}{1-\beta} = r/a \quad (11)$$

여기서 $a = \frac{1-\beta}{1+\beta}$ 는 도플러계수이다.

파동 반사에 의한 접촉력의 변동은 증폭계수가 1보다 큰 경우에는 팬터그래프가 파동이 반사되는 위치에 가까우면 가까울수록 접촉력의 변동이 커지고, 증폭계수가 1보다 작은 경우에는 접촉력 변동이 적어지게 된다고 한다. 이러한 관계가 그림 1에 나와 있다.

경험상 반사파에 의한 이선을 저감하기 위하여 전차선로의 설계시 증폭계수를 2.5 이내로 둔다고 한다.

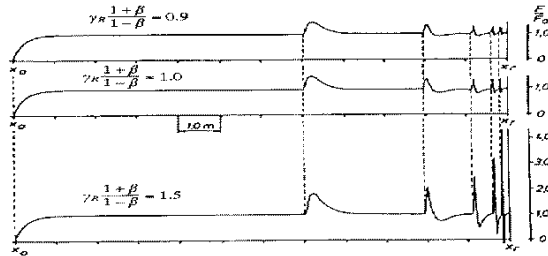


그림 1 파동 반사에 의한 접촉력의 변동

3. 집중 질량에 의한 접촉력 변동

3.1 예제 정의

Cu110 전차선, Bz 65 조가선을 사용하는 가선계에 집중 질량이 전차선에 설치되어 있다고 가정하자. 표 1과 같이 전차선 장력과 열차 속도를 달리하는 3 가지 경우에 대하여 집중 질량에서의 반사 파로 인한 접촉력을 변동을 검토하였다.

표 1 예제

설계인자	경우1	경우 2	경우 3
전차선 장력(N)	12,000	9,800	9,800
선밀도(kg/m)	0.987	0.987	0.987
파동전 파속도(m/s)	397	359	359
열차주행속도(km/h)	200	200	100
원 주파수[rad/s]	69.8	69.8	34.9
전차선 임피던스	217.7	196.7	196.7
도플러계수	0.33	0.28	0.56
증폭계수(*)	2.5	2.5	2.5
반사계수	0.825	0.7	1.4

(*) 경험상 증폭계수의 상한치인 2.5 가정

3.2 속도별 증폭계수

경우 1에 대한 속도별 증폭계수가 그림 2에 나와 있다. 증폭계수는 2.5까지 서서히 증가하다가 그 이후부터는 급격히 증가하게 됨을 알 수 있다. 열차가 집중 질량이 없는 구간을 200km/h로 달리게

되면 그림 2에서 볼 수 있는 바와 같이 증폭계수가 2 이하이므로 드로퍼에 의한 반사파로 인한 접촉력의 변동은 크지 않을 것으로 예상된다.

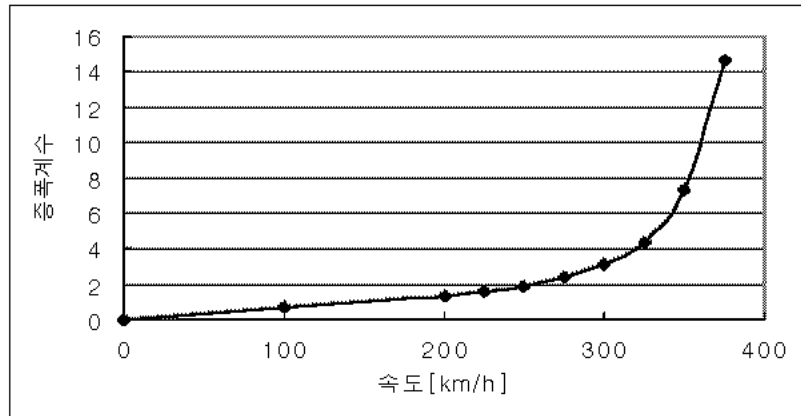


그림 2 속도별 증폭계수[대상 : 경우 1]

3.3 접촉 질량 계산

접촉 질량에 대한 식은 식(7)을 변형하여 식 (12)와 같이 나타낼 수 있다.

$$M = \frac{20,000}{w} \frac{r_{abs}}{\sqrt{|1-r_{abs}^2|}} \quad (12)$$

증폭계수 2.5를 유발하는 질량을 식 (12)를 사용하여 각 경우별로 계산해 보면 표 2와 같은 결과를 얻는다.

표 2 증폭계수 2.5를 유발하는 접촉 질량의 크기

항목	경우1	경우 2	경우 3
장력(N)	12,000	9,800	9,800
선밀도(kg/m)	0.987	0.987	0.987
열차주행속도(km/h)	200	200	100
접촉 질량[kg] (식 12)	4.6	2.8	8.1

경우 1은 경우 2에 비하여 장력이 크므로 질량이 약 2배 정도 크다. 그 이유로는 장력이 커지면 반사계수가 작아지고, 전차선의 기계적 임피던스가 커지게 되므로 더 큰 접촉 질량이 허용되기 때문이다. 한편, 경우 3은 경우 2에 비하여 열차 속도가 반으로 줄었으므로 질량이 약 3배 정도 크다. 그 이유로는 열차속도가 줄게 되면 도플러계수가 커져서 허용 반사계수가 커지고, 전차선의 진동 주파수가 낮아져서 더 큰 접촉 질량이 허용되기 때문이다.

3.4 시뮬레이션

집중 질량이 접촉력 변동에 미치는 영향을 살펴보기 위하여 경우 1에 대하여 GASENDO 프로그램을 이용한 시뮬레이션(7개 경간 모델링)을 수행하였다. 시뮬레이션에 사용한 팬터그래프 사양과 집중 질량의 크기는 표 3에 주어져 있다.

표 3 시뮬레이션에 사용된 팬터그래프의 사양과 집중 질량

부품	변수		값
팬터그래프	상부	질량(m1)	5.76kg
		스프링(k1)	9200N/m
	중앙	질량(m2)	10.45kg
		스프링(k2)	13500N/m
	하부	질량(m3)	10.15kg
		스프링(k3)	80N/m
댐퍼(d3)		160Ns/m	
집중 질량	크기	0, 1, 2.5, 5, 7.5 10kg	
	위치	경간 중앙	

집중 질량의 변화에 따른 접촉력의 변화가 그림 3에 나와 있다. 집중 질량이 0kg에서 2.5kg까지는 질량 전방에서 접촉력 변화가 거의 없다가 5kg을 넘어서면서 접촉력의 변화가 급격히 커짐을 알 수 있다. 이는 3.3절에서 계산한 결과와 시뮬레이션 결과가 잘 일치한다는 것을 보여 주는 것이다.

그림 4은 집중 질량 전방에서의 접촉력 피크 발생 현상을 보여 주고 있다. 이는 그림 1과 잘 일치하는 경향이다. 또한, 집중 질량 10kg, 5kg에서는 최대 접촉력이 발생된 이후 이선이 발생하고 있음을 볼 수 있다.

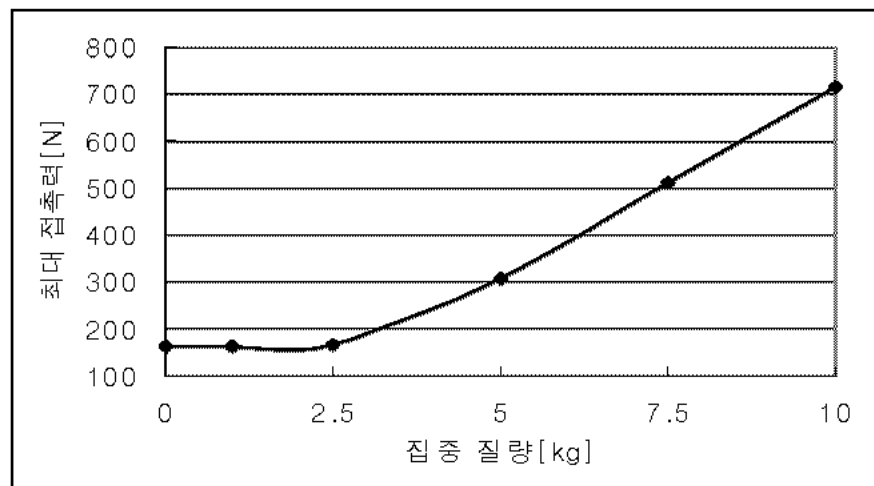
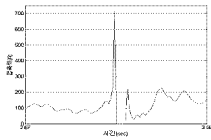
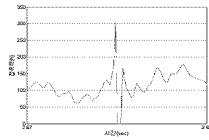


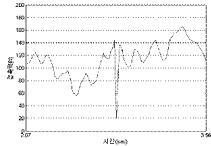
그림 3 집중 질량 증가에 따른 최대 접촉력의 변화



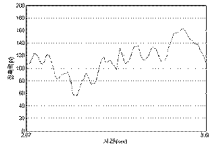
(a) 10kg



(b) 5kg



(c) 2.5kg



(d) 1kg

그림 4 집중 질량의 변화에 따른 접촉력 변동

4. 결론

본 논문에서는 구분장치와 같은 경접에서의 파동 반사에 의한 접촉력 변동에 대하여 검토하였다. 해석의 편의상 구분장치를 집중 질량으로 가정하였다. 본 논문에서는 집중 질량의 크기와 증폭계수와 의 관계를 이론적으로 유도해보고 예제 문제를 통하여 증폭계수 2.5에 해당하는 집중 질량의 크기를 계산해 보았다. 계산 결과의 타당성을 살펴보기 위하여 펜터그래프와 진자선의 상호작용을 시뮬레이션을 수행하였다. 시뮬레이션 결과에 따르면, 접촉력 변동은 증폭계수 2.5에 해당하는 집중 질량까지 무시할 수 있을 정도로 작다가 질량이 그 값을 초과하게 되면 접촉력의 변동이 갑작스럽게 커지는 경향을 보였다. 이러한 결과는 해석 결과가 타당성이 있음을 보여 주는 것이다.

향후에는 경접에서의 파동 반사에 의한 접촉력 변동을 보다 상세히 검토하기 위하여 구분장치용 질량과 회전 관성을 갖고 있으며 여러 개의 드로퍼에 의하여 지지되는 구조물로 모델링하여 파동 반사의 특성을 고찰할 필요가 있다.

참고문헌

- [1] Friedrich Kiesling, et al., Contact lines for electric railways - planning, design, implementation, publicis
- [2] Mitsuo ABOSHI, 1998, Research on methods to improve dynamics performance of current collection system by reducing wave motion of contact wire, RTRI