

# 회생 차량의 전압 상승 한도를 고려한 AT 급전시스템 정태해석

## Static Analysis of AT Feeding Systems considering the Limited Rise of Regenerative Voltage

김 백\*      문영현\*\*  
B. Kim      Y. H. Moon

### ABSTRACT

There are some previous studies that utilize constant impedance models or constant current models for electric trains to perform the static analysis of AT feeding systems. These mentioned models have some merits of linear systems but yield erroneous results because of the innate restraints of the models since linear models cannot represent the features of constant power in inverter-driven trains. From these reasons, it is suitable that the train be considered as a constant load model when it drives or as a constant source model when it applies regenerative brake. However, excessive rise of regenerative voltage during the braking may damage the vehicle itself and the feeding systems so the voltage must be restricted below a certain value. Keeping these facts in minds, we suggest new methods of analyzing AT feeding systems using the constant power models with the conditions of voltage constraints. The simulation results from a sample system using the proposed method illustrate both the states of system variables and the supply-demand relation of power among the trains and the systems very clearly, so it is believed that the proposed method yields more accurate results than conventional methods do.

### 1. 서론

AT 급전시스템을 정태적으로 해석하기 위한 열차 모델로서 기존에는 정전류 또는 정임피던스 모델을 사용하였으나 이들 모델은 선형 해석이 가능하다는 이점이 있는 반면 현재 주종을 이루고 있는 인버터 차량의 정전력 특성을 제대로 반영해 낼 수 없었다.<sup>1)~4)</sup> 정태 모델로서의 열차는 역행 중인 경우는 정전력 부하로, 회생 중인 경우는 정전력 전원으로서 모의하는 것이 타당하나 열차 회생 시 회생 전압의 과도한 상승은 차량 자체 및 급전 시스템의 제반 내전압 규격을 상회할 수 있어 제한치 이하로 억제되어야 한다. 따라서 회생 시 열차 모델은 전압 상승 한도를 갖는 정전력 전원으로 취급되어야 한다. 본 논문에서는 정전력 열차 모델에 전압 제약 조건을 부과하여 AT 급전시스템을 해석하는 새로운 방법을 제시하고자 한다. 제시된 방법을 사용하여 다중 열차 운행을 상정한 시뮬레이션을 수행하며 이를 통하여 본 논문에서 제시된 방법이 급전시스템과 열차들 상호간의 전압·전류 상태 및 전력의 수급관계를 명확히 설명할 수 있음을 증명하고자 한다.

### 2. AT 급전시스템 및 열차 모델

#### 2.1 상호 임피던스의 간소화

AT 급전시스템은 교류 1과 같이 전차선(C), 레일(R) 및 급전선(F)으로 이루어진 3선 계통으로서 전기적으로는 이들 선로의 자기 임피던스 및 선로 상호간의 상호 임피던스로 결합되어 있다.

\*한국전도대학 전기제어과, 교수

\*\*연세대학교 전기전자공학부, 교수

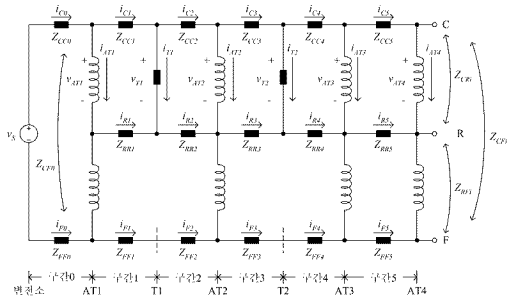


그림 1. AT 급전시스템

상호 임피던스를 고려하는 경우라도 회로방 해석에 특별히 곤란한 점은 없겠으나 식의 정리 과정이 복잡해지는 것은 피할 수 없으므로 다음과 같은 방법으로 상호 임피던스를 등가의 자기 임피던스로 치환하기로 한다.

전원 변전소로부터 첫 번째 AT까지는 2선 구간이며 이후로는 3선 구간이므로,

① 2선 구간 0의 경우,

구간 0는 전차선과 급전선의 2선 만이 존재하는 구간으로 2선 구간에서는,

$$Z_{C0} = Z_{CC0} - Z_{CF0}, \quad Z_{F0} = Z_{FF0} - Z_{CF0} \quad (1)$$

와 같이 간단하게 상호 임피던스를 제거한 등가 자기 임피던스  $Z_{C0}$ 와  $Z_{F0}$ 로 회로를 표현할 수 있다.

② 나머지 3선 구간의 경우

구간 0를 제외한 나머지 구간은 전차선(C), 레일(R), 급전선(F)의 3선으로 구성된 구간이다. 3선 구간에서는 항상  $i_{Ck} + i_{Rk} + i_{Fk} = 0$  ( $k$ 는 구간 번호)이 성립하게 되며 따라서 이들 구간에 대해서는 다음 식을 사용하여 자기 임피던스만을 갖는 3선 문제로 간략하게 등가화가 가능하다.<sup>5)</sup>

즉,

$$\begin{aligned} Z_{Ck} &= Z_{CCK} + Z_{RFk} - Z_{CRk} - Z_{CFk} \\ Z_{Rk} &= Z_{RRk} + Z_{CFk} - Z_{RFk} - Z_{CRk} \\ Z_{Fk} &= Z_{FFk} + Z_{CRk} - Z_{CFk} - Z_{RFk} \end{aligned} \quad (2)$$

( $k$ 는 구간 번호,  $k \neq 0$ )

## 2.2 해석 불필요 구간

열차는 시간에 따라 위치가 변경되는 이동 부하로서 회로 해석적인 측면에서 보면 급전 시스템 내의 열차 위치에 따라 시스템의 위상(topology)을 변경시키게 되며 이에 따라 회로 변수 및 관련 방정식이 바뀌게 된다. 예를 들어 그림 1과 같은 평단 급전구간에서 열차가 AT1-AT2 그리고 AT2-AT3사이에 각각 위치한다면 AT3까지 회로는 7개의 메쉬로 분할되게 된다. 열차가 위치한 AT 밖의 구간으로서 전원 측의 반대편구간(그림에서는 AT3-AT4 및 그 이후 구간에 열차 부하

에 의한 전류가 흐르지 않는다는 것은 당연한 이야기이긴 하였으나 흔히 열차를 정전류 모델로 모의하는 경우 이들 구간에도 부하전류가 분포하는 것으로 오류를 범하기 쉽다. 이 사실은 다음과 같은 검토를 통하여 확인할 수 있다.

AT4를 흐르는 전류를  $i_{A74}$ 라 하면 구간 5의 상부 배선에서

$$v_{A73} = (Z_{C5} - 2Z_{R5})i_{A74} + v_{A74} \quad (3)$$

그리고 구간 5의 하부 배선에서 AT의 1:1 권수비에 의한 전류 및 전압 관계를 적용하여

$$v_{A73} = -(Z_{F5} + 2Z_{R5})i_{A74} + v_{A74} \quad (4)$$

(3), (4)식을 동시에 만족시키기 위해서는  $i_{A74} = 0$  이어야 하며 구간 5의 선로 C, R, F에는 열차 부하에 의한 전류가 흐를 수 없으므로 구간 5에서의 회로 방정식은 유도할 필요가 없게된다. 이는 열차를 정전류 부하로 모의한다해도 역시 성립하는 사실이다.

### 2.3 정전력 열차 모델

열차에 인가된 전압과 운전 전류들 각각  $v_T$  및  $i_T$ 라 할 때 열차의 정전력 모델은

$$S_T = v_T \times i_T^* = S_T \cos \alpha + j S_T \sin \alpha \quad (5)$$

로 표현된다. 여기서  $\alpha$ 는 차량의 역률각으로서 차량의 운행 모드에 따른 일반적인 역률각은 표 1과 같다

표 1. 차량의 운행 모드에 따른 역률각( $\alpha$ )

	역행시	회생시
Thyristor 위상제어 차량	40°	120°
PWM 제어 차량	0°	180°

이제 회생시의 열차 전압  $v_T$ 가 상승 제한치 전압  $V_{T\_max}$  보다 크게된다면 즉,  $|v_T| > V_{T\_max}$  라면 열차 전압의 최대치는

$$|v_T| = V_{T\_max} \quad (6)$$

로 고정되고 이때의 역률각은 표 1의 회생시 값으로 정해지게 된다.

여기서  $v_T = v_{Tre} + jv_{Tim}$  및  $i_T = i_{Tre} + ji_{Tim}$ 와 같이 복소표계로 표현하기로 한다면 (6)식은

$$v_{Tre}^2 + v_{Tim}^2 = V_{T\_max}^2 \quad (7)$$

로 쓸 수 있으며  $\theta_{v_r}$  및  $\theta_{i_r}$ 를 각각 전압과 전류의 위상각이라 하면

$$\theta_{v_r} - \theta_{i_r} = \alpha \quad (8)$$

이고 마찬가지로 복소표계로의 변환은 윗식의 양변에  $\tan$ 를 취하여

$$\tan(\theta_{v_r} - \theta_{i_r}) = \frac{\tan \theta_{v_r} - \tan \theta_{i_r}}{1 + \tan \theta_{v_r} \cdot \tan \theta_{i_r}} = \tan \alpha \quad (9)$$

여기서  $\tan \theta_{v_r} = \frac{v_{Tim}}{v_{Tre}}$  및  $\tan \theta_{i_r} = \frac{i_{Tim}}{i_{Tre}}$  이므로 (9)식에 대입하여 정리하면

$$\frac{v_{Tim}i_{Tre} - v_{Tre}i_{Tim}}{v_{Tre}i_{Tre} + v_{Tim}i_{Tim}} = \tan \alpha \quad (10)$$

회생시 열차의 전압 전류 상태는 (6)식과 (8)식(또는 (7)식과 (10)식)의 등식 조건을 만족하는 값으로 결정되게 된다.

### 3. 시스템 방정식 유도

그림 1과 같은 AT급전계통에서 전류 변수로는 분기측 전류 즉, 각 열차의 부하 전류  $i_{T1}$ ,  $i_{T2}$  및 AT에 흐르는 전류  $i_{AT2}$ ,  $i_{AT3}$  를 선정하기로 한다. 그러면 나머지 가지 C, F에 흐르는 전류는 AT의 1:1 전류 배분율을 이용하여 직관적으로 표현할 수 있으며 가지 R에 흐르는 전류는 3선 구간에서의 KCL,  $i_{Ck} + i_{Rk} + i_{Fk} = 0$  ( $k$ 는 구간번호) 을 이용하여 쉽게 구할 수 있다.

정리하면,

3선 구간의 전차선 C(구간 0 제외)에 흐르는 전류

각 구간의 오른쪽에 있는 열차 및 AT전류의 합이 된다.

$$i_{C4} = i_{AT3}$$

$$i_{C3} = i_{T2} + i_{AT3}$$

$$i_{C2} = i_{AT2} + i_{T2} + i_{AT3}$$

$$i_{C1} = i_{T1} + i_{AT2} + i_{T2} + i_{AT3}$$

2선 구간의 전차선 C(구간 0) 및 급전선 F에 흐르는 전류

당연히 열차 부하 전류의 1/2이 된다.

$$i_{C0} = (i_{T1} + i_{T2})/2$$

$$i_{F0} = -(i_{T1} + i_{T2})/2$$

3선 구간의 급전선 F(구간 0 제외)에 흐르는 전류

급전선 분기에 열차 부하는 없으므로 각 구간의 오른쪽에 있는 AT전류의 합이 된다.

$$i_{F4} = i_{F3} = i_{AT3}$$

$$i_{F2} = i_{F1} = i_{AT2} + i_{AT3}$$

데인 R에 흐르는 전류

KCL을 적용하면 오른쪽에 있는 AT전류의 2배와 열차 부하전류의 합이 된다. 단, 방향은 반대이므로 -로 표시한다.

$$i_{R4} = -2i_{AT3}$$

$$i_{R3} = -(i_{T2} + 2i_{AT3})$$

$$i_{R2} = -(2i_{AT2} + i_{T2} + 2i_{AT3})$$

$$i_{R1} = -(i_{T1} + 2i_{AT2} + i_{T2} + 2i_{AT3})$$

한편, 전압 변수로는 열차 전압  $v_{T1}$ ,  $v_{T2}$  및 AT전압  $v_{AT1}$ ,  $v_{AT2}$ ,  $v_{AT3}$ 를 선정하기로 한다.

이렇게 하면 예제 계통에서의 회로망 변수는 모두 9개가 되며 실수 변수로는 18개가 된다.

이제 이들 변수를 사용하여 회로방정식을 유도하기로 한다.

구간 0의 메쉬에서,

$$f_1 = \frac{1}{2}(Z_{C0} + Z_{F0})i_{T1} + \frac{1}{2}(Z_{C0} + Z_{F0})i_{C3} + 2v_{AT1} - v_s = 0 \quad (11)$$

구간 1의 상부 메쉬에서,

$$f_2 = (Z_{C1} + Z_{R1})i_{T1} + (Z_{C1} + Z_{R1})i_{T2} + (Z_{C1} + 2Z_{R1})i_{AT2} + (Z_{C1} + 2Z_{R1})i_{AT3} + v_{T1} - v_{AT1} = 0 \quad (12)$$

구간 2의 상부 메쉬에서,

$$f_3 = (Z_{C2} + Z_{R2})i_{T2} + (Z_{C2} + 2Z_{R2})i_{AT2} + (Z_{C2} + 2Z_{R2})i_{AT3} + v_{AT2} - v_{T1} = 0 \quad (13)$$

구간 3의 상부 메쉬에서,

$$f_4 = (Z_{C3} + Z_{R3})i_{T2} + (Z_{C3} + 2Z_{R3})i_{A73} + v_{T2} - v_{A72} = 0 \quad (14)$$

구간 4의 상부 배위에서,

$$f_5 = (Z_{C4} + 2Z_{R4})i_{A73} + v_{A73} - v_{T2} = 0 \quad (15)$$

구간 1, 2의 하부 배위에서,

$$f_6 = (-Z_{R1})i_{T1} + (-Z_{R1} - Z_{R2})i_{T2} + (-2Z_{R1} - 2Z_{R2} - Z_{F1} - Z_{F2})i_{A72} \\ + (-2Z_{R1} - 2Z_{R2} - Z_{F1} - Z_{F2})i_{A73} + v_{A72} - v_{A71} = 0 \quad (16)$$

구간 3, 4의 하부 배위에서,

$$f_7 = (-Z_{R3})i_{T2} + (-2Z_{R3} - 2Z_{R4} - Z_{F3} - Z_{F4})i_{A73} + v_{A73} - v_{A72} = 0 \quad (17)$$

또한, 열차 요구 부하  $S_T$ 에 대해서는 앞에서 언급한 대로 역행 중이거나 제한치 전압 이하로 회생 중인 경우는,

$$f_8 = v_T \times i_T^* - S_T = 0 \quad (18)$$

그리고 제한치 전압으로 억제되어 회생 중인 경우는,

$$f_9 = |v_T| - V_{T\_max} = 0 \quad \text{및} \quad f_{10} = \theta_{v_T} - \theta_{i_T} - \alpha = 0 \quad (19)$$

이제 (11)~(19) 방정식에 N-R 반복법을 사용하여 이들 변수값을 구하게 된다. N-R 반복법은 원 반직으로 잘 알려져 있어 생략하기로 한다.

#### 4. AT급전 해석 계산 예

열차의 운행 모드에 따른 모의를 위하여 다음과 같이 열차 및 계통 데이터를 설정하였다.

##### ①전원 및 열차부하

전원전압 :  $v_S = 55(\text{kV}) \angle 0^\circ$

열차데이터 : 열차의 운행모드 및 제어방식 :  $T_1$ (회생제동),  $T_2$ (역행) 공히 PWM 방식.

열차의 운행 요구 전력 : 3.0~10.0(MVA)

열차의 회생 요구 전력 및 상승 제한 전압 : 3.0~10.0(MVA), 27.5(kV)

##### ②구간 거리(단위 : km)

구간 0	구간 1	구간 2	구간 3	구간 4
0.3	8.0	4.0	7.0	3.0

##### ③선로 임피던스(단위 : $\Omega/\text{km}$ )

$Z_{CC}$	$0.13 + j0.82$	$Z_{RR}$	$0.19 + j0.72$	$Z_{FF}$	$0.21 + j0.95$
$Z_{CR}$	$0.06 + j0.38$	$Z_{KF}$	$0.06 + j0.39$	$Z_{CF}$	$0.07 + j0.38$

표 2의 결과는 회생제동 중인  $T_1$  열차의 펜더그래프 전압을 표시한 것으로 전압 상승 제약 조건이 없다고 가정하고 구한 값이다. 표를 살펴보면 회생제동량이 크고 역행 중인 열차의 부하가 작을수록 전압은 상승함을 알 수 있으며 반대로 역행 중인 열차의 요구 부하가 크고 회생제동량이 상대적으로 적은 경우 더 낮은 전압으로도 회생제동이 가능함을 알 수 있는데 이는 불리적으로도 지극히 타당한 결과이다.

한편 역행 요구 부하( $S_{T2}$ )가 3(MVA)인 경우에 회생제동 요구 전력( $S_{T1}$ )은 -3(MVA)라면 상승 제한 전압 27.5(kV)보다 작은 27.479(kV)에서 회생제동은 성공할 수 있으나 회생제동 요구 전력이 -5(MVA)로 증가하면  $|v_{T1}|$ 은 상승 제한 전압을 초과(27.535(kV))하게 되며 이때 펜더그래프 전압은 27.5(kV)로 억제되게 된다. 따라서 회생제동 요구 전력만큼의 회생제동은 불가능하다. 상승 제한 전압을 초과하게 되어 27.5(kV)로 펜더그래프 전압이 억제되는 경우는 표 2의 음영으로

표시된 부분이며 이때 회생 제동 가능 전력을 계산하여 표 3에 나타내었다.

예로서  $S_{T2}=3.0(\text{MVA})$ 의 경우 3.727(MVA)까지가 회생제동 가능 전력이며 이 이상의 회생제동 요구는 회생제동의 실패로 판정되든지 또는 제동거리나 제동시간의 증가가 필요한 것으로 판정되어야 한다.

표 2. 운행 모드별 전력(MVA)에 따른 회생 차량의 팬터그래프 전압  $|v_{T1}|(\text{kV})$

역행 회생	$S_{T2} = 3.0$	$S_{T2} = 5.0$	$S_{T2} = 7.0$	$S_{T2} = 10.0$
$S_{T1} = -3.0$	27.479	27.398	27.306	27.150
$S_{T1} = -5.0$	27.535	27.455	27.365	27.211
$S_{T1} = -7.0$	27.589	27.510	27.422	27.271
$S_{T1} = -10.0$	27.664	27.588	27.502	27.354

표 3.  $|v_{T1}| = 27.5(\text{kV})$ 인 경우 역행 요구 부하에 따른 회생제동 가능 전력.

$ v_{T1} $	$S_{T2}$	$S_{T1}$
27.5(kV)	3.0(MVA)	3.727(MVA)
	5.0(MVA)	6.631(MVA)
	7.0(MVA)	9.929(MVA)

## 5. 결 론

본 논문에서는 회생 시 열차 모델을 전압 상승 한도를 갖는 정전력 전원으로 취급하여 AT 급전시스템을 해석하는 새로운 방법을 제시하였다. 전압 제약 조건을 갖는 정전력 열차 모델은 기존 해석 방법의 모델들에 비해 보다 구체적이며 이들이 포함된 AT 급전시스템의 전력망장식은 그 유도 과정이 직관적으로서 간단하며 방정식의 비선형성 또한 심하지 않아 N-R 반복법에 의한 계산 수렴 속도도 매우 빠른 편이다. 제시된 방법을 사용하여 다중 열차 운영을 상정한 시뮬레이션 수행한 결과, 급전시스템과 운행 모드가 상이한 열차들간의 전압·전류 상태 및 전력의 수급관계가 물리적으로 명확히 설명됨을 확인할 수 있어 본 논문에서 제시된 방법이 기존의 방법들에 비해 보다 엄밀하다고 생각된다.

## 참고문헌

1. JR교본연구회(1984), "변전소일만", pp.109-122
2. J. D. Glover(1984), "Train Voltage Analysis for AC Railroad Electrification", Trans. Industry Application, Vol. 1A-20, No. 4, pp. 925-934
3. 한국전기연구소(1992), "경부고속전철용 전차공급의 비용 절감 방안연구(최종)", pp. 73-98
4. 정현수 외(2003), "단권변압기 교류전기철도 급전시스템의 전차선 전압해석", Trans. KIEE, Vol. 52, No. 9, pp. 493-499
5. 김백(2004), "정전력 열차 모델을 이용한 AT급전 시스템 해석", 한국철도학회, 2004 춘계학술대회 논문집