

케이블 돔의 구조물의 동적 비선형 해석

The Dynamic Analysis of Cable Dome Structures

서준호*
Seo, Jun-Ho

한상을**
Han, Sang-Eul

이상주***
Lee, Sang-Ju

Abstract

Cable domes deform very largely because of the characteristics of flexible hybrid system and pre-tension, and include geometrical non-linearity in those structural behavior. Especially wind load is more dominant than seismic load, because cable domes are flexible structures whose bending stiffness is very small and self-weight is very light.

Therefore, in this paper, the Modified Stiffly Stable Method is applied to analyze the nonlinear dynamic behavior of cable domes and compared these results with ones of the Newmark- β Method which is generally used.

The Seoul Olympic Gymnastic Arena is taken as an numerical example and three kinds of models with giving each different intensity of pre-tension are selected. And dynamic nonlinear behavior of cable domes are analyzed by artificial spectrum of wind velocity wave which is similar to actual wind loads.

Keyword : Stiffly Stable Method, Cable Domes, Geometrically Nonlinear Dynamic Analysis

1. 서론

대공간 구조는 힘의 흐름을 자연스럽게 하고, 휨 모멘트의 영향을 가능한 저감시켜, 면내력만으로 외 부하중에 저항케 하는 역학 개념을 기초로, 구조시스템의 효율성을 극대화시키는 형태저항형 구조 시스템이다. 그 중 케이블 돔은 연성구조 시스템으로서 인장력을 도입하여 강성을 부여하고, 가능한 압축 부재의 수를 줄이고 인장 부재를 케이블로 대체하여 대공간 구조물이 요구하는 경량화 및 구조적 합리성을 도모한 최신 구조 시스템이다. 케이블 돔 구조는 케이블, 포스트, 막 요소로 구성되며, 초기에는 불안정하지만 케이블에 장력을 도입함에 따라 전체 구조 시스템이 안정화되고, 외력에 대한 강성을 갖게 되어 구조적 특성을 발휘하는 복합 구조 시스템이다. 그러나, 자중이 가볍고 연성이기 때문에 바람에 대한 응답이 강성구조물에 비하여 상당히 크기 때문에 동적 거동 특성에 관한 규명이 크게 요구된다. 따라서 이 논문에서는 대변형 거동 특성을 갖는 연성구조물의 동적 응답을 해석하기 위하여 동적해석 기법을 개발하고, 이를 적용함으로써 케이블 돔

과 같은 연성구조물의 바람에 의한 비선형 동적거동 특성을 파악하고자 한다.

일반적으로 사용되는 동적 해석기법인 뉴마크-베타법(Newmark- β Method)은 직접적분법의 하나로 γ 와 β 값의 변화로 여러 조건에 맞는 해석을 수행할 수 있다. 뉴마크-베타법 중 평균가속도법과 선형가속도법을 주로 사용하는데, 평균가속도법은 Δt 에 관계없이 수렴의 안정성을 보이나 해의 정도가 떨어지며, 반대로 선형가속도법은 해의 정도는 좋으나, Δt 에 따라 수렴의 안정성이 결정된다. 여기에 기하학적 비선형성을 고려하게 되면 선형가속도법의 안정범위는 상당히 한정적이다. 안정수렴법(Stiffly Stable Method)은 후진차분을 근간으로 하고, Δt 에 관계없이 안정적으로 수렴하는 특징이 있으며, 수정안정수렴법은 안정수렴법의 2단계법과 3단계법을 혼합하여 만들어진 기법이다. 이 연구에서는 동적 비선형 해석 시 안정성이 높은 수정안정수렴법을 이용하여 케이블 돔의 해석을 수행하고, 그 결과를 뉴마크-베타법의 결과와 비교·분석한다.

케이블 요소는 트러스 요소와 같은 형식을 가지나, 인장력에만 저항하고 압축력에는 저항하지 못하기 때문에 케이블 요소에 압축력이 작용하면 주름(wrinkling) 등의 불안정현상이 나타난다. 케이블에 불안정현상이 발생하면 강성행렬의 행렬식이 '0'이

* 정회원, (주)동양구조엔지니어링 과장
** 정회원, 인하대학교 건축학부 교수, 공학박사
*** 정회원, 인하대학교 건축학부, 공학박사

되는 특이현상(singularity)이 발생하여 해석이 더 이상 진행되지 못한다. 그러므로, 케이블 돔의 해석 시, 케이블 부재의 불안정문제를 극복하는 기법을 적용하여야만 해석을 수행할 수 있다. 이 논문에서는 동적 해석의 특징을 이용하여 케이블 요소의 불안정문제 처리기법을 적용하였다.

2. 비선형 동적 해석 알고리즘

2.1 동적해석법

뉴마크-베타법은 가장 널리 사용되는 동적해석법으로, 1959년 Newmark³⁾에 의해 제안되었고, 제안식의 β 와 γ 값의 조절에 따라 여러 방법으로 사용할 수 있는데, 이 연구에서는 해의 정도가 좋은 선형가속도법을 사용하였다.

안정수렴법은 후진차분을 근간으로 하는 해석기법 중 하나로 Gear²⁾에 의해 제안되었으며, Jensen과 Park⁴⁾에 의해 개선되었다. 이 논문에서는 Park이 제안한 Gear의 2단계법과 3단계법이 혼합된 수정 안정수렴법을 사용하였다.

2.1.1 뉴마크-베타법 (Newmark's- β Method)

Newmark에 의한 제안 식은 다음과 같다.

$$\ddot{d}_i = \ddot{d}_{i-1} + \gamma \Delta t \dot{\ddot{d}}_i + (1 - \gamma) \Delta t \dot{\ddot{d}}_{i-1} \quad (2.1)$$

$$d_i = d_{i-1} + \beta \Delta t^2 \ddot{d}_i + (0.5 - \beta) \Delta t^2 \ddot{d}_{i-1} + \Delta t \dot{d}_{i-1}$$

증분량에 대한 관계식 (2.3)을 식 (2.1), (2.2)에 대입하면 식 (2.4), (2.5)가 된다.

$$\Delta d_i = d_i - d_{i-1}, \Delta \dot{d}_i = \dot{d}_i - \dot{d}_{i-1}, \Delta \ddot{d}_i = \ddot{d}_i - \ddot{d}_{i-1} \quad (2.3)$$

$$\dot{d}_i = \gamma \Delta t \Delta \ddot{d}_i + \Delta t \dot{\ddot{d}}_{i-1} + \dot{d}_{i-1} \quad (2.4)$$

$$\Delta \ddot{d}_i = \frac{1}{\beta \Delta t^2} \Delta d_i - \frac{1}{2\beta} \ddot{d}_{i-1} - \frac{1}{\beta \Delta t} \dot{d}_{i-1} \quad (2.5)$$

위 식들을 정리하여 운동방정식 (2.6)에 대입하면 식 (2.7)이 된다.

$$M \ddot{d}_i + C \dot{\ddot{d}}_i + K_{i-1} d_i = R_i \quad (2.6)$$

$$K_{i-1} d_i + C \left\{ \frac{\gamma}{\beta \Delta t} \Delta d_i + (1 - \frac{\gamma}{2\beta}) \Delta t \dot{\ddot{d}}_{i-1} + (1 - \frac{\gamma}{\beta}) \dot{d}_{i-1} \right\} + M \left\{ \frac{1}{\beta \Delta t^2} \Delta d_i + (1 - \frac{1}{2\beta}) \ddot{d}_{i-1} - \frac{1}{\beta \Delta t} \dot{d}_{i-1} \right\} = R_i \quad (2.7)$$

식 (2.7)에 식 (2.3)의 첫 번째 관계를 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \left\{ K_{i-1} + \frac{\gamma}{\beta \Delta t} C + \frac{M}{\beta \Delta t^2} \right\} \Delta d_i \\ & = R_i - K_{i-1} d_{i-1} + M \left\{ \frac{1}{\beta \Delta t} \dot{d}_{i-1} + (\frac{1}{2\beta} - 1) \ddot{d}_{i-1} \right\} \\ & + C \left\{ (\frac{\gamma}{2\beta} - 1) \Delta t \dot{\ddot{d}}_{i-1} + (\frac{\gamma}{\beta} - 1) \dot{d}_{i-1} \right\} \quad (2.8) \end{aligned}$$

위 식의 좌변의 괄호 항을 K^* , 우변을 ΔR^* 라 놓으면,

$$K^* \Delta d_i = \Delta R^* \quad (2.9)$$

가 된다. 여기서, K^* 를 유효강성, ΔR^* 를 유효증분하중이라 한다. 식 (2.8)에 $\beta=1/6$, $\gamma=1/2$ 을 대입한 선형가속도법에 따른 유효강성과 유효증분하중은 다음과 같다.

$$K^* = K_{i-1} + \frac{3}{\Delta t} C + \frac{6}{\Delta t^2} M$$

$$\begin{aligned} \Delta R_i^* & = R_i - K_{i-1} d_{i-1} + M \left\{ \frac{6}{\Delta t} \dot{d}_{i-1} + 2 \ddot{d}_{i-1} \right\} \\ & + C \left\{ 2 \dot{\ddot{d}}_{i-1} + \frac{\Delta t}{2} \ddot{\ddot{d}}_{i-1} \right\} \quad (2.10) \end{aligned}$$

2.1.2 안정수렴법 (Stiffly Stable Method)

Gear가 제안한 안정수렴법은 선형다단계법(Linear Multi-step Method)으로, Park은 Gear의 2단계법과 3단계법을 이용하여 개선된 수정 안정수렴법을 제안하였다.

Gear의 2단계법과 3단계법의 제안 식은 각각 식 (2.11), (2.12)와 같다.

$$\dot{d}_i = \frac{1}{2\Delta t} (3d_i - 4d_{i-1} + d_{i-2}) \quad (2.11)$$

$$\ddot{d}_i = \frac{1}{6\Delta t} (11d_i - 18d_{i-1} + 9d_{i-2} - 2d_{i-3}) \quad (2.12)$$

Park은 Gear의 안정수렴법을 개선하기 위해 다음과 같은 식을 제안하였다.

$$P_{m,n} = C_m G_m + C_n G_n \quad (2.13)$$

여기서 C_m, C_n 은 상수이고 G_m, G_n 은 각각 Gear의 m, n 단계법의 제안 식이며,

$$G_m = \sum_{k=0}^m a_k d_{i-k} - \dot{d}_i \quad (2.14)$$

으로 나타낼 수 있다.

Park은 해의 정도와 수렴의 안정성을 증진하기 위해 다음과 같이 제안하였고,

$$P_{2,n} = C_2 G_2 + C_n G_n, \quad n \geq 3, \quad C_2 + C_n = 1 \quad (2.15)$$

여기서 $C_n \rightarrow 1$ 이면 $P_{2,n} = G_n$ 이 되고, $C_n \rightarrow 0$ 이면 $P_{2,n} = G_2$ 가 됨을 알 수 있다. 이때, $n = 3$, $C_2 = C_3 = 1/2$ 로 놓으면, Park의 제안 식은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} P_{2,3} &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{6\Delta t} (11d_i - 18d_{i-1} + 9d_{i-2} - 2d_{i-3}) - \ddot{d}_i \right\} \\ &\quad + \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{2\Delta t} (3d_i - 4d_{i-1} + d_{i-2}) - \dot{d}_i \right\} \\ &= \frac{1}{12\Delta t} (20d_i - 30d_{i-1} + 12d_{i-2} - 2d_{i-3}) - \frac{1}{2} (1+1) \ddot{d}_i \\ &= \frac{1}{6\Delta t} (10d_i - 15d_{i-1} + 6d_{i-2} - d_{i-3}) - \ddot{d}_i \quad (2.16) \end{aligned}$$

따라서, Park이 제안한 수정 안정수렴법의 식은 다음과 같다.

$$\ddot{d}_i = \frac{1}{6\Delta t} (10d_i - 15d_{i-1} + 6d_{i-2} - d_{i-3}) \quad (2.17)$$

위 식을 운동방정식 (2.6)에 대입하여 정리하면,

$$\begin{aligned} &\left\{ M \left(\frac{5}{3\Delta t} \right)^2 + C \frac{5}{3\Delta t} + K_{i-1} \right\} d_i \\ &= R_i + \left(\frac{C}{6\Delta t} + \frac{5M}{18\Delta t^2} \right) (15d_{i-1} - 6d_{i-2} + d_{i-3}) \\ &\quad + \frac{M}{6\Delta t} (15\dot{d}_{i-1} - 6\dot{d}_{i-2} + \dot{d}_{i-3}) \quad (2.18) \end{aligned}$$

이고, 위 식에 증분량에 관한 식 (2.3)을 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &\left\{ M \left(\frac{5}{3\Delta t} \right)^2 + C \frac{5}{3\Delta t} + K_{i-1} \right\} \Delta d_i \\ &= R_i - K_{i-1} d_{i-1} + \left(\frac{C}{6\Delta t} + \frac{5M}{18\Delta t^2} \right) (5d_{i-1} - 6d_{i-2} + d_{i-3}) \\ &\quad + \frac{M}{6\Delta t} (15\dot{d}_{i-1} - 6\dot{d}_{i-2} + \dot{d}_{i-3}) \quad (2.19) \end{aligned}$$

뉴마크-베타법에서와 마찬가지로 좌변의 괄호 항을 유효강성, 우변 항을 유효증분하중이라 한다.

2.2 기하학적 비선형 동적해석법

2.2.1 뉴마크-베타법의 비선형 알고리즘

기하학적 비선형 해석을 위한 수정 뉴튼-랩슨법을 사용한 수렴단계가 포함된 운동방정식은 다음과 같다.

$$M\ddot{d}_i^k + C\dot{d}_i^k + K_{i-1}\Delta d^k = R_i - F_i^{k-1} \quad (2.20)$$

선형가속도법을 적용한 뉴마크-베타법의 제안 식에 수렴 형식과 뉴튼-랩슨법의 증분 형식을 취하여 정리하면

$$\begin{aligned} \ddot{d}_i^k &= \frac{3}{\Delta t} (d_i^{k-1} + \Delta d^k - d_{i-1}) - \frac{1}{2} \ddot{d}_{i-1} - 2\dot{d}_{i-1} \quad (2.21) \\ \dot{d}_i^k &= \frac{6}{\Delta t^2} (d_i^{k-1} + \Delta d^k - d_{i-1}) - \frac{1}{\Delta t} \ddot{d}_{i-1} - \frac{4}{\Delta t} \dot{d}_{i-1} - \ddot{d}_{i-1} \end{aligned}$$

이 되고, 식 (2.21)을 운동방정식에 대입하여 Δd^k 에 대하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &\left\{ K_{i-1} + \frac{3}{\Delta t} C + \frac{6}{\Delta t^2} M \right\} \Delta d^k \\ &= R_i - F_i^{k-1} - C \left\{ \frac{3}{\Delta t} (d_i^{k-1} - d_{i-1}) - \frac{1}{2} \ddot{d}_{i-1} - 2\dot{d}_{i-1} \right\} \\ &\quad - M \left\{ \frac{6}{\Delta t^2} (d_i^{k-1} - d_{i-1}) - \frac{1}{\Delta t} (\ddot{d}_{i-1} + 4\dot{d}_{i-1}) - \ddot{d}_{i-1} \right\} \quad (2.22) \end{aligned}$$

2.2.2 안정수렴법의 비선형 알고리즘

Park의 제안 식에 수렴 형식과 증분 식을 적용하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \ddot{d}_i^k &= \frac{1}{6\Delta t} (10d_i^{k-1} + 10\Delta d^k - 15d_{i-1} + 6d_{i-2} - d_{i-3}) \\ \dot{d}_i^k &= \frac{5}{18\Delta t^2} (10d_i^{k-1} + 10\Delta d^k - 15d_{i-1} + 6d_{i-2} - d_{i-3}) \\ &\quad - \frac{1}{6\Delta t} (15\dot{d}_{i-1} - 6\dot{d}_{i-2} + \dot{d}_{i-3}) \quad (2.23) \end{aligned}$$

위 식을 운동방정식에 대입하여 Δd^k 에 대하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &\left\{ K_{i-1} + C \frac{5}{3\Delta t} + M \left(\frac{5}{3\Delta t} \right)^2 \right\} \Delta d^k = R_i - F_i^{k-1} \\ &\quad - \left(\frac{C}{6\Delta t} + \frac{5M}{18\Delta t^2} \right) (10d_i^{k-1} - 15d_{i-1} + 6d_{i-2} - d_{i-3}) \\ &\quad + \frac{M}{6\Delta t} (15\dot{d}_{i-1} - 6\dot{d}_{i-2} + \dot{d}_{i-3}) \quad (2.24) \end{aligned}$$

2.3 케이블 요소의 불안정문제 처리

케이블 요소는 트러스 요소와 같은 형식을 갖으나, 인장력에만 저항하고 압축력에는 저항하지 못한다. 따라서 케이블 요소에 압축력이 작용하면 불안정문제가 발생한다. 이러한 케이블의 불안정문제를 해결하기 위해 압축응력이 발생하는 부재의 응력과 탄성계수를 '0'으로 치환한다. 이렇게 하면 그 부재는 압축응력이 발생하지 않고 강성 또한 '0'이 된다.

$$\sigma_{ij} = 0, E_{ij} = 0 \quad (2.25)$$

식 (2.25)와 같은 치환을 통해 구조물의 새로운 전체 강성행렬을 구한 후, 다음 단계 해석을 수행한다.

케이블의 불안정문제 처리에 있어서 정적해석에서는 강성행렬의 행렬식이 '0'이 되는 특이현상(singularity)이 발생하여 변위를 구할 수 없는 경우가 발생하지만, 동적해석에서는 감쇠항과 질량항의 존재로 이런 특이현상이 일어나지 않는다. 따라서 케이블 부재에 압축응력 발생으로 인한, 식 (2.25)와 같은 처리를 하더라도 절점의 변위는 계속 구할 수 있으며, 인장력이 회복되는 단계에서 다시 부재의 탄성계수를 복원시켜 해석함으로써, 구조체가 가지는 물리적 성질을 표현할 수 있다.

3. 수치해석 및 고찰

이 절에서는 단위 모델을 뉴마크-베타법과 수정 안정수렴법을 이용하여 해석하고 각 방법에 따른 변위와 해석시간을 비교하여 해석방법의 선택이유를 밝히고자 한다.

감쇠는 질량에만 비례한다고 가정하면, 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$C_i = \frac{c'}{\Delta t} M_i \quad (3.1)$$

위 식에서 c' 은 단위질량에 대한 감쇠상수이고, 전체구조물에 대해서 일정한 값을 갖는다.

3.1 단위 스타덤의 동적 비선형 해석

해석모델은 그림 3.1과 같고, 부재 제원은 $E=2,100 \text{ tf/cm}^2$, $A=0.5 \text{ cm}^2$ 인 스타덤이며, 하중은 정점에 Z 방향으로 그림 3.2와 같은 형태로 주었다.

해석은 뉴마크-베타법과 수정 안정수렴법을 사용

하여 Δt 가 각각 0.005, 0.01, 0.05, 0.1 초 일 때 비선형 동적해석과 Δt 가 0.01 초 일 때 선형해석을 사용하여 비교하였다.

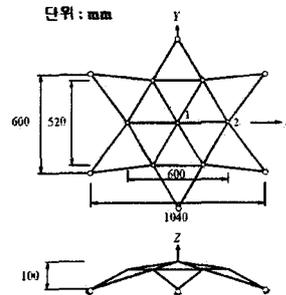


그림 3.1 해석모델 (스타덤)

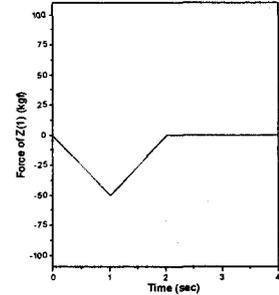


그림 3.2 하중형태

선형해석에서는 두 가지 해석방법의 결과가 거의 동일하여 뉴마크-베타법의 해석결과만 표기하였다.

표 3.2 해석방법에 따른 변위 비교 (정점의 Z축방향)

해석방법	Δt (sec)	최대변위 (10 ⁻¹ cm)	발생시간 (sec)	비고
선형해석	0.010	5.999	1.050	뉴마크-베타법
뉴마크-베타법	0.005	6.779	1.075	
뉴마크-베타법	0.010	6.782	1.100	발산
뉴마크-베타법	0.040	∞	-	
수정 안정수렴법	0.005	6.785	1.095	
	0.010	6.783	1.100	
	0.050	6.799	1.100	
	0.100	6.903	1.100	

표 3.3 해석방법에 따른 변위 비교 (절점2의 X축방향)

해석방법	Δt (sec)	최대변위 (10 ⁻² cm)	발생시간 (sec)	비고
선형해석	0.010	2.438	1.12	뉴마크-베타법
뉴마크-베타법	0.005	2.439	1.12	
뉴마크-베타법	0.010	2.438	1.12	발산
뉴마크-베타법	0.040	∞	-	
수정 안정수렴법	0.005	2.437	1.12	
	0.010	2.437	1.12	
	0.050	2.436	1.10	
	0.100	2.462	1.10	

표 3.1-3.2, 그림 3.3-3.4에서와 같이 뉴마크-베타법과 수정 안정수렴법의 해의 정확도 차이는 거의 없으나, 뉴마크-베타법은 Δt 가 0.04 초 일 경우(굵은 점선) 해석결과가 수렴되지 못하고 발산하였다. 그러나, 수정 안정수렴법에서는 Δt 가 0.05 초 일 경우

에도 안정적으로 수렴하였으며, 이보다 매우 큰 값인 0.1 초에서도 비록, 주기가 어느 정도 이완되는 현상을 보이긴 했지만 안정적으로 수렴하였다.

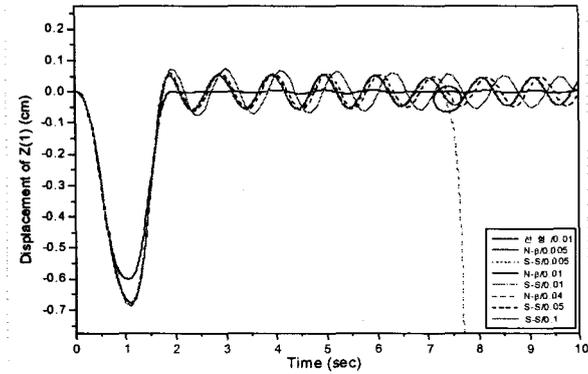


그림 3.3 정점(절점1)의 Z방향 변위

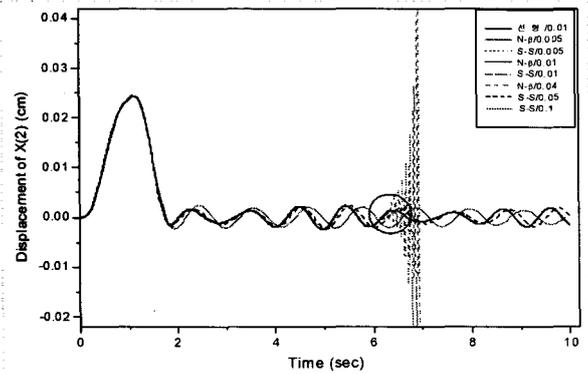


그림 3.4 절점2의 X방향 변위

3.2 단위 트러스-케이블 모델의 동적 비선형 해석

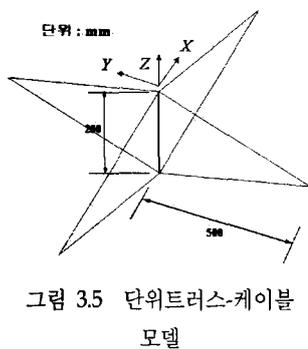


그림 3.5 단위트러스-케이블 모델

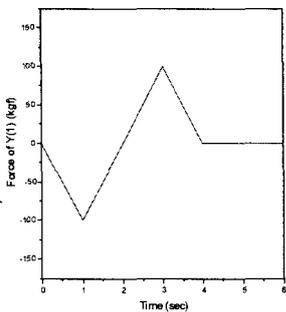


그림 3.6 하중형태

해석모델은 그림 3.5와 같고, 부재 제원은 중앙의 스트럿 부재가 $E = 2,100 \text{ tf/cm}^2$, $A = 5.0 \text{ cm}^2$ 이며, 방사 케이블 부재가 $E = 1,400 \text{ tf/cm}^2$, $A = 0.1 \text{ cm}^2$ 인 단위 트러스-케이블 모델이다. 하중은 정점에 Y 방향으로 그림 3.6과 같은 형태로 주었으며, 초기장

력을 각각 100 kgf 와 25 kgf 로 설정하여 케이블 부재에 불안정문제가 발생하였을 경우와 발생하지 않은 경우를 비교하였고, Δt 가 각각 0.005, 0.01초 일 때 비선형 동적해석과 Δt 가 0.005초 일 때 선형해석을 사용하여 비교하였고, 해석조건은 표 3.3와 같다.

표 3.3 해석기법 및 해석조건

해석기법	Δt (sec)	케이블 부재의 초기장력 (kgf)	비고
뉴마크-베타법	0.005	100	선형해석
		25	"
	0.005	100	비선형해석
		25	"
	0.01	100	"
		25	"
수정 안정수렴법	0.005	100	선형해석
		25	"
	0.005	100	비선형해석
		25	"
	0.01	100	"
		25	"

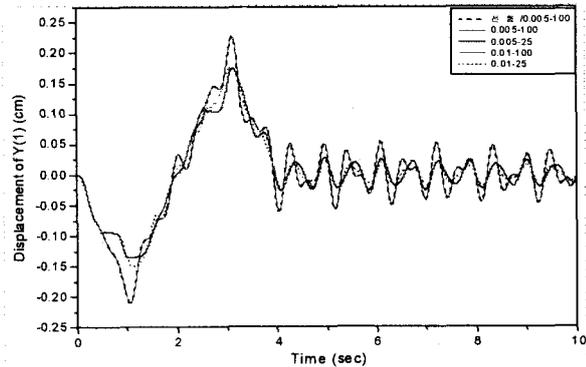


그림 3.7 정점에서의 Y축방향 변위 (뉴마크-베타법)

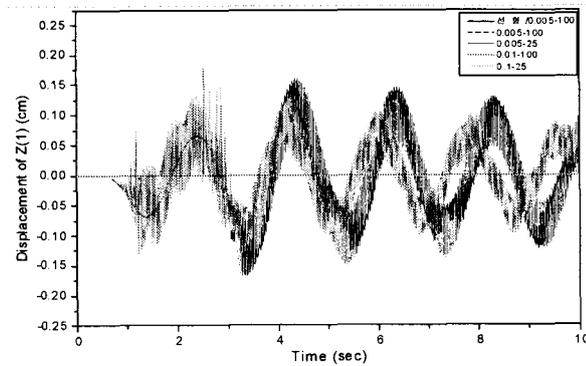


그림 3.8 정점에서의 Z축방향 변위 (뉴마크-베타법)

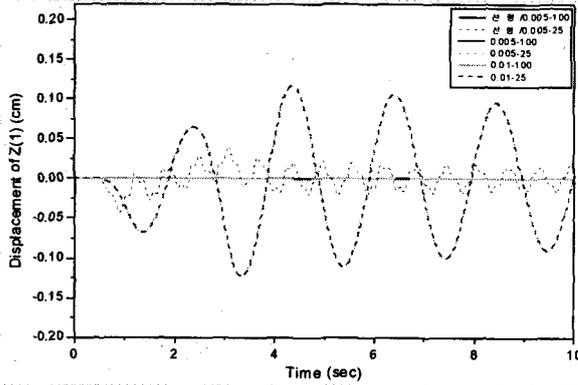


그림 3.9 정점에서의 Z축방향 변위 (수정 안정수렴법)

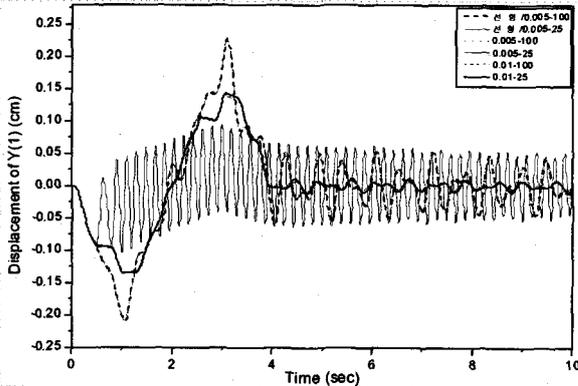


그림 3.10 정점에서의 Y축방향 변위 (수정 안정수렴법)

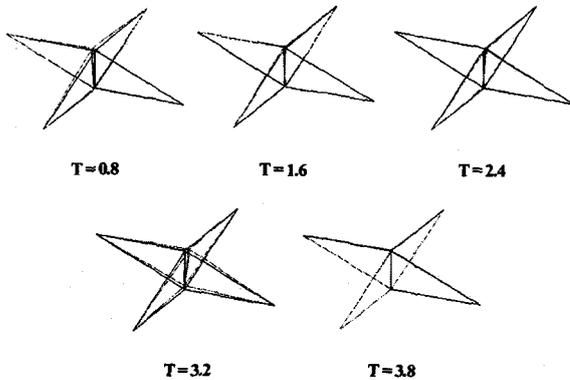


그림 3.11 불안정현상 발생 시 단위모델의 시간에 따른 거동

해석결과, 선형해석시 케이블 부재의 불안정문제가 발생하였을 경우, 수정 안정수렴법은 해석이 수행된 반면, 뉴마크-베타법은 발산하였고, 그림 3.7~3.11에서 보는 바와 같이 케이블 부재에 불안정현상이 발생하면 가력방향인 Y 방향 변위가 줄어들고 Z 방향 변위가 급증하는 것을 알 수 있다. 이는 8개의 케이블이 힘의 평형으로 트러스 부재의 상하 변위를 구속하는데, 일부 케이블 부재에 불안정현상이 발생하면서 평형이 상실되어 트러스 부재의 상하 변위가

크게 일어나는 현상을 나타내는 것으로, 직관적으로 알 수 있는 현상과 일치한다.

표 3.5 불안정문제 해석결과 (정점의 Y축 방향)

해석기법	Δt (sec)	초기장력 (kgf)	최대변위 (cm)	발생시간 (sec)	비고
뉴마크-베타법	(선형해석)	100	0.227	3.10	
	0.005	25	∞	-	발산
	0.005	100	0.227	3.10	
		25	0.174	3.12	
	0.01	100	0.227	3.10	
		25	0.177	3.06	
수정 안정수렴법	(선형해석)	100	0.226	3.10	
	0.005	25	-0.105	1.00	
	0.005	100	0.226	3.10	
		25	0.140	3.07	
	0.01	100	0.226	3.10	
		25	0.143	3.07	

표 3.6 불안정문제 해석결과 (정점의 Z축 방향)

해석기법	Δt (sec)	초기장력 (kgf)	최대변위 (cm)	발생시간 (sec)	비고
뉴마크-베타법	(선형해석)	100	0	-	
	0.005	25	∞	-	발산
	0.005	100	0.19	3.62	
		25	-168.91	3.345	
	0.01	100	0.19	3.62	
		25	178.07	2.53	
수정 안정수렴법	(선형해석)	100	0	-	
	0.005	25	-43.51	0.895	
	0.005	100	0.19	3.61	
		25	-122.98	3.345	
	0.01	100	0.18	3.61	
		25	-122.91	3.35	

또한, 그림 3.7~3.10과 표 3.4~3.5에서 나타나는 것처럼 뉴마크-베타법과 수정 안정수렴법의 해의 정도차이는 미미하나, 케이블에 불안정현상이 발생하였을 때 뉴마크-베타법은 선형해석 시 Δt 의 값은 실제 해석에서 무의미할 정도의 작은 값을 요구하고, 비선형 해석 시 수렴은 되나 극히 불안정한 형태로 진행이 되며 Δt 의 값도 수정 안정수렴법에 비해 매우 제한적이다.

따라서, 불안정현상이 발생할 수 있는 케이블 부재를 사용한 구조물의 기하학적 동적 비선형 해석 시 뉴마크-베타법보다 수정 안정수렴법을 선택하는 것이 효과적이며, 이는 참고문헌 1.과 비교하여도 유사한 결론이다.

3.3 케이블 돔의 동적 비선형 해석

해석모델로는 그림 3.12와 같이 서울올림픽체조경기장과 동일한 시스템을 갖는 직경 100m의 케이블 돔이며, 부재내력의 크기에 따라 구조체의 거동에 미치는 영향을 파악하기 위해 사례 1, 2, 3으로 구분하였고, 그 크기는 표 3.5와 같으며, 해석방법은 수정 안정수렴법을 적용하였다.

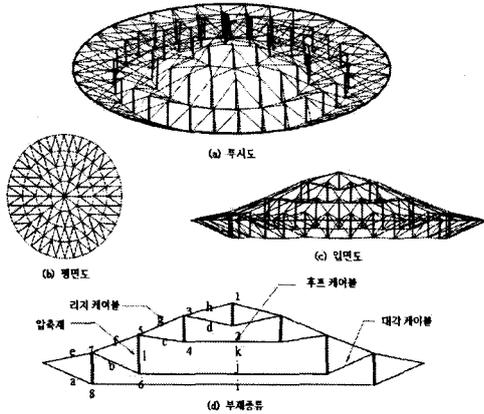


그림 3.12 수치해석 모델

표 3.7 해석종류에 따른 부재내력 (() : 초기장력) 단위:kN

부재명		사례 1	사례 2	사례 3
스트럿	1	-64.4	-65.6	-56.4
대각케이블	a	49.1(50)	45.2(45)	29.4(30)
	b	40.2(40)	39.7(40)	40.3(40)
	c	51.4(50)	50.1(50)	40.9(40)
	d	31.2(30)	30.9(30)	30.2(30)
리지케이블	e	91.7	91.9	92.4
	f	104.8	98.0	84.6
	g	59.0	58.2	52.3
	h	29.1	28.6	21.8
후프케이블	i	477.9	486.9	287.4
	j	271.8	270.2	272.5
	k	215.4	188.4	167.8

3.3.1 단순화 해석

먼저 케이블 돔의 일반적인 동적 비선형 거동특성을 파악하기 위해 그림 3.13, 3.14와 같은 단순한 형태를 가진 하중을 최상단 및 주위의 6개 절점에 절점력으로 가력하고, 표 3.6의 사례1의 부재내력을 사용하여 해석하였다.

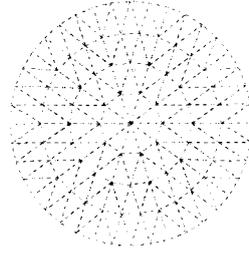


그림 3.13 단순화 해석 모델

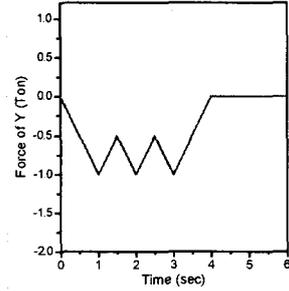


그림 3.14 하중형태

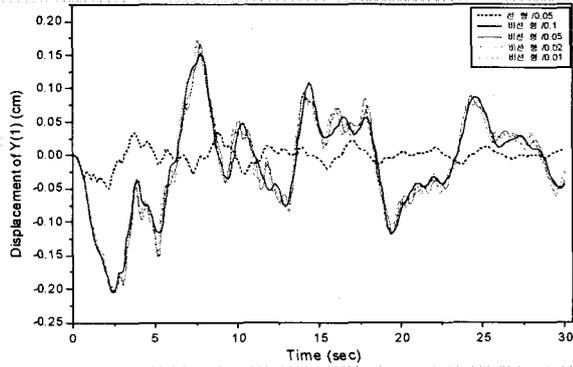


그림 3.15 정점(절점1)에서의 Y축 변위

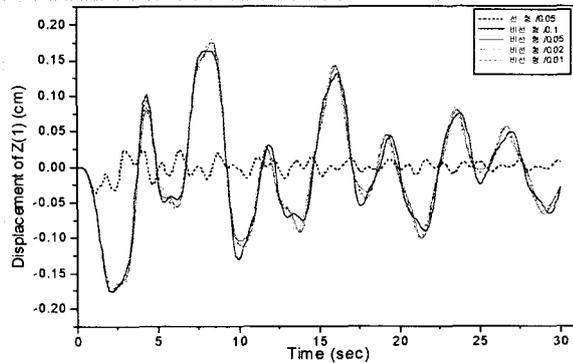


그림 3.16 정점(절점1)에서의 Z축 변위

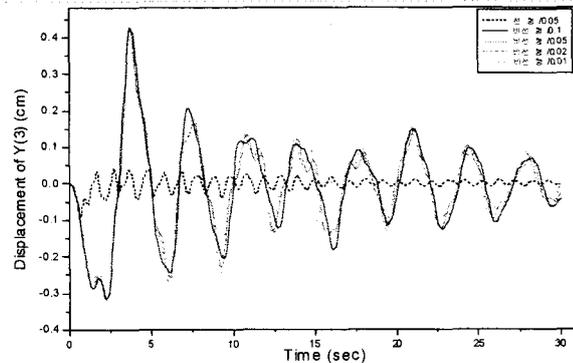


그림 3.17 절점3에서의 Y축 변위

수치해석 결과, 그림 3.15~3.17에서 알 수 있듯이, 케이블 돔의 동적 해석에서 선형과 비선형의 해석 결과 값이 4~5배 이상의 차이가 존재한다. 즉, 케이블 돔과 같은 연성구조물은 바람과 같은 동적 하중에 매우 민감하게 거동함으로, 구조적 거동 특성을 규명하기 위해서는 반드시 동적 비선형 해석이 요구된다. 또한, 수정 안정수렴법에서의 Δt 의 크기는 해석과정의 안정성과는 무관하며 어느 값 이하가 되면 해석상의 오차를 무시할 수 있다. Δt 가 0.1 초 보다 작은 경우 Δt 가 0.1 초 일 때의 해석값과 거의 차이가 없으며, Δt 가 작아질수록 고차모드의 거동형상을 보여줄 뿐 해의 정확도는 크게 변하지 않는다. 따라서 다음 바람하중에 의한 케이블 돔의 동적 비선형 해석 시, 해의 정확도와 시간의 효율적인 측면을 고려하여 Δt 를 0.05 초로 놓고 해석을 수행한다.

3.3.2 바람하중의 산정

바람하중은 최대풍속 50m/sec, 평균풍속 20m/sec 인 그림3.13과 같은 가정된 풍속파를 사용하였다.

풍압산정식은 다음 식3.2와 같으며, ρ 는 공기밀도, C_p 는 바람에 대한 구조물의 형상계수이며, V_m 은 평균풍속이고, V 는 풍속파의 시간에 따른 풍속이다. 여기서 공기밀도 ρ 는 균일하게 $0.125 \text{ kgf} \cdot \text{sec}^2/\text{m}^4$ 을 적용하였고, 바람의 방향은 X축 방향으로 가정하여 동적 비선형 해석을 수행하였다.

$$p(t) = \frac{1}{2} \rho C_p \{ 2V_m V(t) + V(t)^2 \} \quad (3.2)$$

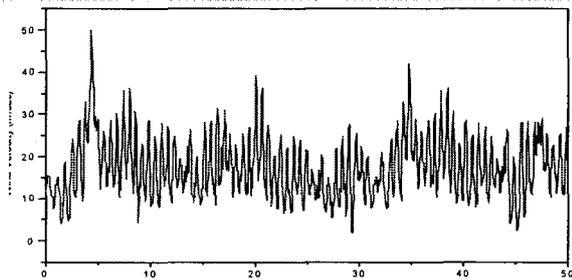


그림 3.18 가정된 풍속파

3.3.3 해석결과

(1) 정압 작용시

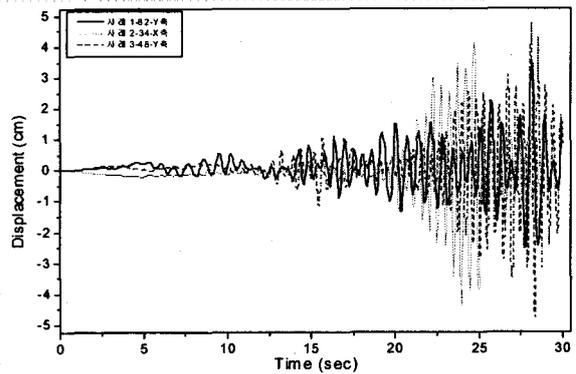


그림 3.19 최대변위 발생 절점의 변위

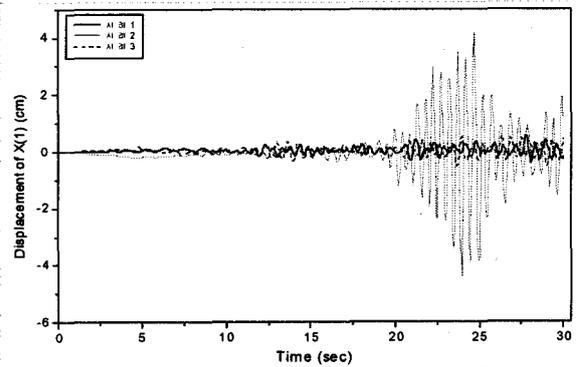


그림 3.20 정점(절점1)에서의 X축 변위

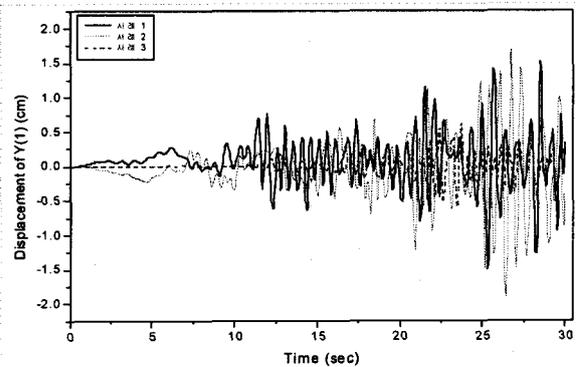


그림 3.21 정점(절점1)에서의 Y축 변위

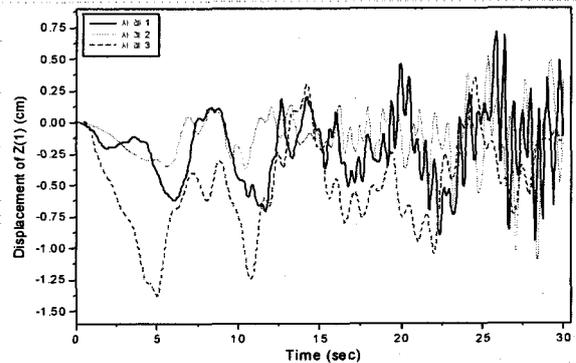


그림 3.22 정점(절점1)에서의 Z축 변위

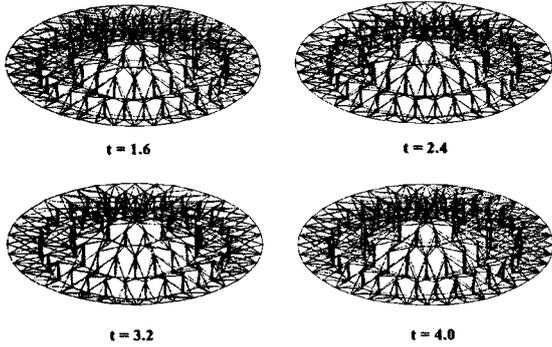


그림 3.23 시간에 따른 변위 형상 (사례 1)

표 3.8 최대변위 및 최대부재력 단위(cm, tf)

		사례 1	사례 2	사례 3
최대변위(노드)		3.53(82)	-4.81(34)	-5.75(48)
스트럿	1	-86.0	-76.8	-92.7
대각케이블	a	115.5	121.8	129.6
	b	140.5	125.8	106.5
	c	83.1	79.3	74.9
	d	48.1	77.8	42.4
리지케이블	e	91.2	73.2	51.1
	f	80.0	107.6	137.0
	g	84.4	157.3	107.4
	h	50.1	59.4	106.8
후프케이블	i	536.4	586.5	547.6
	j	318.7	503.5	519.6
	k	255.6	284.4	220.5

표3.7과 그림 3.19~3.23 에서 보는 것과 같이 각 경우의 최대변위 발생시점이 순간 최대속도가 나오는 곳과는 거리가 먼, 비교적 작은 바람하중에 작용하는 시간대에 발생하였다. 즉, 지속적으로 가해지는 바람하중에 의해 점점 구조체의 변위가 커지는 형상을 띤다. 또한, 초기에 도입된 장력에 따라 같은 절점에서의 변위 형상이 전혀 다르게 나타난다. 이는 초기장력의 작은 변화에 대하여 구조체의 동적 거동이 민감하게 반응함을 알 수 있다. 이는 정압에 의한 구조체의 거동은 케이블에 도입된 장력에 저항하는 방향으로 이루어져 구조체가 불안정해지기 때문으로 판단된다.

3.3.4 해석결과

(2) 부압 작용시

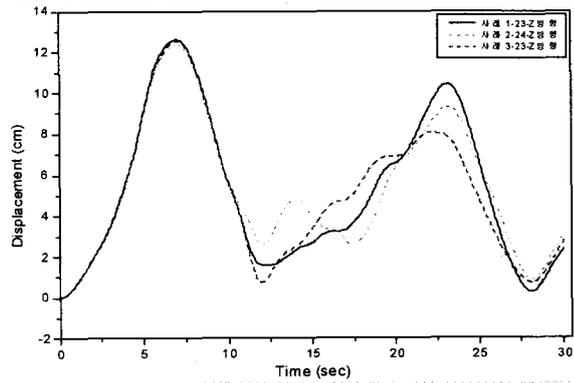


그림 3.24 최대변위 발생 절점의 변위

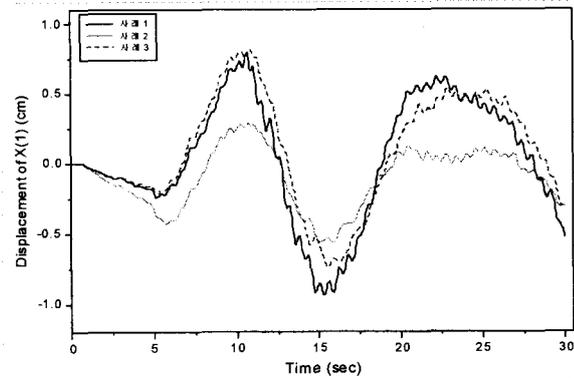


그림 3.25 정점(절점1)에서의 X축 변위

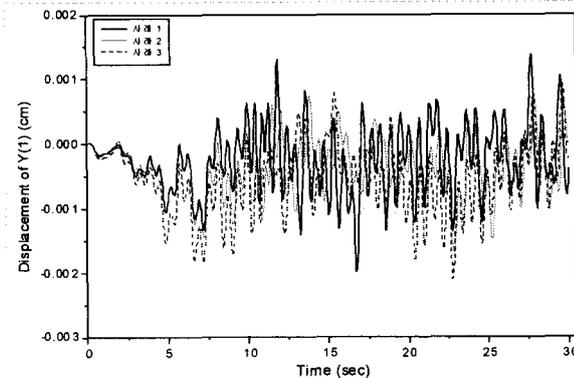


그림 3.26 정점(절점1)에서의 Y축 변위

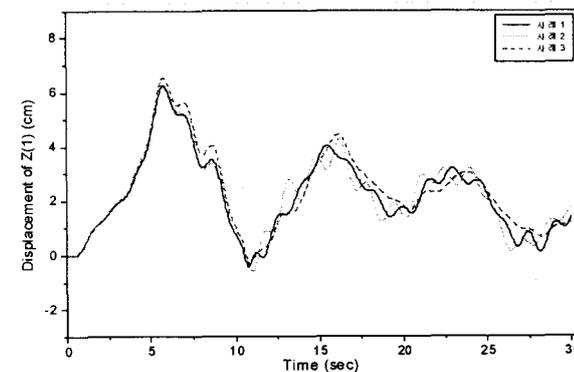


그림 3.27 정점(절점1)에서의 Z축 변위

표 3.9 최대변위 및 최대부재력 단위(cm, tf)

		사례 1	사례 2	사례 3
최대변위(노드)		12.61(23)	12.38(24)	12.55(23)
스트럿	1	-80.9	-82.5	-72.9
대각케이블	a	53.	53.2	32.6
	b	46.1	46.3	44.9
	c	57.8	52.5	47.3
	d	42.4	42.2	43.7
리지케이블	e	101.1	96.8	95.9
	f	113.2	106.6	92.5
	g	68.9	68.6	62.6
	h	37.6	37.9	31.3
후프케이블	i	493.0	494.0	292.1
	j	278.6	279.4	281.3
	k	230.7	208.2	185.8

그림3.124~3.27에서 보는 바와 같이 각 경우의 최대 변위가 바람하중에 의한 상승 작용으로 하중 작용면 반대의 X 축 상에 있는 j 열 포스트에서 Z 방향으로 발생하였으며 전체적인 거동도 하중방향인 X 축 방향과 부압에 의한 Z 축 방향으로 발생하였고, 평면의 대칭성으로 Y 축 방향 변위는 미미하였다.

표 3.8에서와 같이 도입된 초기장력과 비교하여 하단부재인 대각케이블과 후프케이블은 돔의 정상부에서 장력변화가 상대적으로 더 적었고, 상단부재인 리지케이블은 돔의 지점부에서 변화가 더 적었다. 즉, 상부부재는 돔의 정상부에서, 하단부재는 돔의 지점부에서 변위가 상대적으로 더 컸다. 이로 인하여 정점의 포스트에는 큰 응력이 발생하여 보강이 필요한 것으로 나타났다.

4. 결 론

1. 수정 안정수렴법은 뉴마크-베타법과 비교하여 해의 정도도 3.8 퍼센트 이하의 오차를 갖는 만족할 수 있는 수준이며, Δt 의 크기에 관계없이 해석과정의 안정성을 갖는 장점이 있다. 또한 케이블 부재에 발생할 수 있는 불안정현상을 극복하는 해석기법의 적용에 있어서도 뉴마크-베타법보다 안정적으로 수렴되었다. 따라서, 케이블 돔의 동적 비선형 해석 시, 일반적으로 널리 사용되는 뉴마크-베타법보다는 수정 안정수렴법을 적용하는 것이 효과적이며, Δt 가

작아질수록 고차모드의 거동을 보여줄 뿐, 해의 정확도는 크게 변함이 없으므로 해석의 정확도와 시간의 효율적인 측면을 고려하여 Δt 를 0.05 초 전후로 놓는 것이 효율적이라 사료된다.

2. 케이블 돔과 같은 연성구조물은 구조체를 안정화하기 위해 초기 장력이 도입되는데, 바람하중이 정압으로 작용하는 경우 초기장력 크기에 따른 해석 결과를 보면, 정점의 X 축 변위에서 사례 1과 사례 3은 해석 전반에 걸쳐 크게 일어나지 않으나, 사례 2에서는 20 초 이후 변위의 증가가 두드러지게 일어났다. 또한, 정점의 Z 축 변위에서 각 사례별 변위 크기가 2~5배정도 차이가 나, 초기장력에 따른 케이블 돔의 바람에 대한 응답이 매우 민감하게 나타났다. 따라서, 구조 시스템에 따른 적정한 초기장력 결정 시, 정적해석 뿐만 아니라 바람에 의한 동적 해석 결과, 특히 동적 비선형 해석 결과가 고려되어야 한다.

참고문헌

1. Adeli, H., Gere, J. M., and Weaver, W. Jr., "Algorithms for Nonlinear Structural Dynamics," Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 104, No. ST2, 1978, pp. 263-280.
2. Gear, C. W., "Numerical Integration of Stiff Ordinary Differential Equations," Report No. 221, University of Illinois, 1967
3. Newmark, N. M., "A Method of Computation for Structural Dynamics," Transaction of the ASCE, Vol. 127, Part I, 1962, pp. 1406 -1435.
4. Park, K. C., "An Improved Stiffly Stable Method for Direct Integration of Nonlinear Structural Dynamic Equations," Journal of Applied Mechanics, Series E, ASME, 1975, pp. 646-670.