근사화 개념을 이용한 삼차원 철골조 구조물의 횡변위 제어에 관한 연구

Lateral Drift Control of 3-D Steel Structures Using Approximation Concept

이한주* 임영도** 김호수***
Lee, Han Joo Lim, Young Do Kim, Ho Soo

Abstract

This study presents an effective stiffness-based optimal technique to control quantitatively lateral drift for 3-D steel frameworks subject to lateral loads. To this end, the displacement sensitivity depending on behavior characteristics of 3-D steel frameworks is established. Also, approximation concept that can preserve the generality of the mathematical programming and can efficiently solve large scale problems is introduced. Resizing sections in the stiffness-based optimal design are assumed to be uniformly varying in size. Two types of 30-story frames are presented to illustrate the features of the quantitative lateral drift control technique proposed in this study.

keywords : approximation concept, displacement sensitivity analysis, lateral drift control, 3-D steel structures

1. 서론

고층건물의 경우 중력방향하중보다는 풍하중이나 지진하중과 같은 횡하중이 설계에 더 큰 영향을 미치게 된다. 따라서 고층건물의 횡하중 저항시스템의 적용방안과 그에 따른 횡변위 제어문제는 사용성 측면뿐만 아니라 안전성 측면에서도 매우 중요한 요소중 하나가 된다. 횡하중 저항요소를 적정위치에 적정단면으로 배치하면 효과적으로 횡력에 대한 저항성능을 증가시킬 수 있을 뿐만 아니라 경제적인 측면에서도 매우 유리하다고 할 수 있다. 이와 관련하여 국내에서도 횡변위를 정량적으로 제어할 수 있는 강성최적설계 연구가 진행되어왔다[8]. 이러한 연구들은 근사화 기법을 이용함으로서 고층건물과 같은 큰 규모의 문제도 쉽게 풀 수 있는 장점을 갖고 있다. 그러나 이러한 연구는 이차원 구조물에만 국한되어 고층 구조물의 실제 거동 및 다양한 횡하중 저항시스템을 고려하기에는 한계가 있다.

이에 따라 본 연구에서는 삼차원 철골조의 횡변위를 정량적으로 제어할 수 있는 방안을 마련하고자 한다. 이를 위해 큰 규모의 문제도 효율적으로 다룰 수 있는 근사화 개념을 도입하여 횡변위 구속조건식을 설정한다. 아울러 3차원 철골재 부재의

* 정회원 · 영동대학교 겸임교수
** 정회원 · (주)아림구조엔지니어링
*** 정회원 · 청주대학교 건축공학부 교수

본 논문은 건설교통부가 출연하고 한국건설교통기술평가원에서 위탁시행한 2003년도 건설핵심기술 연구개발사업 (03산학연C103A1040001-03A0204-00110)에 의한 것임

단면특성 관계식을 설정함으로써 설계변수의 수를 줄여주고, 이를 이용하여 변위민감도해석을 수행한다. 또한 초기에 주어진 단면형상이 최적설계 과정동안 계속 유지된다는 가정을 이용하여 최적설계결과에서 구해진 단면특성에 따라 부재단면크기를 산출하는 방안을 강구한다. 제시된 삼차원 철골조의 횡변위 제어 방안의 효용성을 검토하기위해 두 가지 종류의 30층 삼차원 철골조 예제가 고려된다.

2. 횡변위 제어를 위한 설계정식화

횡변위 제어를 위한 기존의 최적설계 방법으로는 주로 수학적계획법과 최적정기준법이 이용되어 왔다. 그러나 초기의 수학적계획법[5]은 정확한 이론적 기초와 어느 형태의 제약조건도 고려할 수 있는 일반성이라는 장점을 가지고 있으나 비교적 간단한 문제에서조차 많은 비용을 유발시키고 문제의 규모가 커질 경우 계산시간의 급격한 증가 때문에 적용상 어려움이 많았다. 이에 비해 최적정기준법[6]은 문제의 규모에 상대적으로 영향을 덜 받고 최적설계에 가까운 값을 제공하는 이점이 있으나 이는 명확한 이론적 기초가 없고 종종 최적해에 도달하지 못하는 경우가 발생한다. 그러나 최근엔 근사화 개념[3],[4]을 도입하여 수학적계획법을 보완함으로써 큰 규모의 문제도 효율적으로 다룰 수 있는 방안이 강구되고 있다. 따라서 본 연구에서는 삼차원 철골조의 횡변위를 효율적으로 제어하기 위해 근사화 개념을 도입하여 횡변위 구속조건식을 설정하고, 설계변수의 수를 줄여주기 위해 각 부재의 단면특성을 주설계변수와 부설계변수로 나누어 단면특성 관계식을 적용한다.

2.1 횡변위구속조건식

본 연구에서는 삼차원 철골조의 횡변위를 정량적으로 제어하는 것을 목표로 하기 때문에 다음 (1)식과 같은 횡변위 구속조건을 사용한다.

$$u_j(x) = u_a \tag{1}$$

여기에서 $u_j(x)$는 j 자유도의 횡변위를 나타내고, u_a는 목표 제어변위값으로 고층구조물의 경우에는 허용 최상층 변위에 해당된다.

부재단면의 변화에 따른 변위를 구조 재해석을 수행하지 않고도 근사적으로 구할 수 있는 일차 테일러 전개식을 횡변위 구속조건식에 도입하여 정리하면 (2)식과 같이 된다.

$$u_a - u_j^o - \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)^o (x_i - x_i^o) = 0 \tag{2}$$

여기서 윗첨자 'o'는 현 설계단계에 대해 구해진 값들을 나타내며, x_i는 변위제어 최적화 과정을 통해 구해져야할 부재 i의 단면특성값으로 본 연구에서는 부재 i의 단면적으로 한다.

여기서 $u_a - u_j^o$는 Δu_j, $\left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)^o$는 C_{ij}, $x_i - x_i^o$는 Δx_i로 대치하면 음함수 형태의 변위구속조건식은 다음 (3)식과 같이 간소화된 양함수 형태가 된다. 또한 C_{ij}는 횡변위민감도로서 매 단계마다 횡변위구속조건식을 구성하기위해 재산정된다.

$$\Delta u_j - \sum_{i=1}^{n} C_{ij}\Delta x_i = 0 \tag{3}$$

2.2 횡변위에 대한 민감도해석

j 자유도에 대한 변위는 다음 (4)식과 같이 전체 변위에 대한 관계식으로 나타낼 수 있다.

$$\{u\}_j = \{b\}_j^T \{U\} \tag{4}$$

여기서 $\{b\}_j$는 j 자유도의 변위와 전체 변위를 연관시켜 주는 상관벡터이고, $\{U\}$는 구조물의 전체변위벡터이다. 횡변위에 대한 변위민감도를 구하기 위해 (4)식을 x_i에 대해 편미분 하여 정리하면 (5)식과 같이 된다.

$$\frac{\partial \{u\}_j}{\partial x_i} = \{b\}_j^T \cdot \frac{\partial \{U\}}{\partial x_i} \tag{5}$$

전체변위에 대한 민감도를 구하기 위해 (6)식과 같은 평형방정식을 편미분하여 정리하면 (7)식과 같이 된다.

$$\{P\} = [K]\{U\} \tag{6}$$

$$\frac{\partial \{U\}}{\partial x_i} = -[K]^{-1}\frac{\partial [K]}{\partial x_i}\{U\} \tag{7}$$

여기서, $\{P\}$는 전체 하중벡터로 x_i와는 무관한 것으로 가정한다. 또한 $[K]$는 구조물의 전체 강성행렬이다. 전체변위에 대한 민감도식 (7)을 (5)식에 대입하여 정리하면 다음 (8)식과 같이 된다.

$$\begin{aligned}\frac{\partial \{u\}_j}{\partial x_i} &= -\{b\}_j^T [K]^{-1}\frac{\partial [K]}{\partial x_i}\{U\} \\ &= -\{V\}_j^T \frac{\partial [K]}{\partial x_i}\{U\}\end{aligned} \tag{8}$$

여기서, $\{V\}_j^T = \{b\}_j^T [K]^{-1}$이다.

2.3 삼차원 구조물의 단면특성 관계식

삼차원 철골구조물의 경우 여러 종류의 단면특성들이 구조물의 강성에 기여하게 된다. 이런 경우 적절한 단면특성관계식을 설정하여 줌으로써 전체 설계 변수의 수를 줄여 줄 수 있다. 본 연구에서는 직사각형, 원형 등 정형적인 형상을 갖는 단면에 대해서는 정확하지만 표준철골단면에 대해서는 근사적인 특성을 갖는 다음 (9)식과 같은 단면특성관계식을 이용한다.

$$S_{ik} = C_{1k} x_i^{C_{2k}} + C_{3k} \tag{9}$$

여기서, S_{ik}는 부설계변수로 부재 i의 단면적외의 다른 단면특성을 나타내고, x_i는 주설계변수로 본 연구에서는 부재 i의 단면적을 나타낸다.

2.4 삼차원 구조물의 강성행렬 민감도 해석

전체 구조강성행렬은 식 (10)와 같이 구조물을 구성하는 각 요소들의 강성행렬의 조합으로 나타낼 수 있다. 또한 각 요소의 강성행렬은 식 (11)과 같이 강성행렬에 기여하는 단면특성에 대한 조합으로 나타낼 수 있다.

$$[K]_T = \sum_{i=1}^{n} [k]_i \tag{10}$$

$$[k]_i = \sum_{k=1}^{t} [k]_{ik} \tag{11}$$

여기서, i : 요소번호, j : 단면특성 종류번호

$[K]_T$: 구조물의 전체 강성행렬

$[k]_i$: 요소 i의 강성행렬

$[k]_{ik}$: k번째 단면특성에 의해 기여되는 요소 i의 강성행렬

x_i에 대한 전체 강성행렬의 민감도해석을 하기 위해 전체 강성행렬을 x_i에 대해 편미분하여 정리하면 (12)식과 같이 된다.

$$\frac{\partial [K]_T}{\partial x_i} = \frac{\partial [k]_i}{\partial x_i} = \sum_{j=1}^{t}\left(\frac{\partial [k]_{ik}}{\partial x_i}\right) \quad (12)$$

여기서 $\frac{\partial [k]_{ik}}{\partial x_i}$는 체인룰(chain rule)을 이용하여 (13)식과 같이 된다.

$$\frac{\partial [k]_{ik}}{\partial x_i} = \frac{\partial [k]_{ik}}{\partial S_{ik}} \cdot \frac{\partial S_{ik}}{\partial x_i} \quad (13)$$

또한 $\frac{\partial S_{ij}}{\partial x_i}$는 단면특성관계식에 의해 (14)식과 같이 되고, $\frac{\partial [k]_{ik}}{\partial S_{ik}}$는 $[k]_{ik}$가 부설계변수인 각각의 단면특성에 대해 선형관계이므로 (15)식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial S_{ik}}{\partial x_i} = C_{1k} C_{2k} x_i^{(C_{2k}-1)} \quad (14)$$

$$\frac{\partial [k]_{ik}}{\partial S_{ik}} = \frac{[k]_{ik}}{S_{ik}} \quad (15)$$

(13), (14), (15)식을 (12)식에 대입하여 정리하면 (16)식과 같이 요소 i의 단면적에 대한 전체 강성행렬의 민감도를 구할 수 있다.

$$\frac{\partial [K]_T}{\partial x_i} = \sum_{j=1}^{t}\left[\frac{[k]_{ik}}{S_{ik}} \cdot C_{1k} \cdot C_{2k} \cdot x_i^{(C_{2k}-1)}\right] \quad (16)$$

2.5 설계정식화

제시된 설계법은 횡변위를 목표변위로 제어하면서 구조물의 중량을 최소화하는 것을 설계목표로 한다. 이를 식으로 나타내면 다음 (17)식과 같다.

$$\text{Minimize} : \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \omega_i \Delta x_i^2 \quad (17a)$$

$$\text{Subject to} : \Delta u_j - \sum_{i=1}^{n} C_{ij}\Delta x_i = 0 \quad (17b)$$

$$x_i^L \leqq x_i \leqq x_i^U$$

여기서 ω_i는 부재 i의 중량계수를 나타내고, x_i^L, x_i^U는 각각 부재 i의 최소 및 최대 허용 단면적을 나타낸다.

설계최적화 문제는 (17)식으로부터 라그랑지 함수의 최소화로서 정식화된다.

$$L(\Delta x_i, \lambda) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \omega_i \Delta x_i^2 + \lambda\left(\Delta u_t - \sum_{i=1}^{n} C_{it}\Delta x_i\right) \quad (18)$$

여기서 λ는 라그랑지 승계수이다. 최적설계과정은 구조물의 횡변위가 목표 제어값에 수렴할 때까지 (18)식을 최소화하는 반복과정과 부재 단면을 재산정하는 것을 포함한다.

3. 횡변위제어 최적설계과정

본 연구에서 제안된 삼차원 철골조 구조물의 횡변위 제어를 위한 강성최적설계에 대한 전체 최적화 과정은 다음과 같은 단계로 이루어진다.

(1) 먼저 초기 부재단면크기를 가정한다. 주로 강도 구속조건에 따라 산정된 부재 단면크기를 초기단면으로 가정한다.

(2) 구조해석을 수행하여 변위제어를 수행할 것인지 여부를 결정한다.

(3) 변위제어가 필요할 경우 변위제어를 위한 정보를 읽는다.

(4) 횡변위 민감도 해석을 수행한다.

(5) 구해진 횡변위 민감도 계수를 이용하여 최적설

계 해를 구하고 각 부재의 단면크기를 재산정 한다.

(6) 업데이트 된 단면크기의 최소 및 최대크기 제한을 검토한다.

(7) 업데이트 된 부재단면에 따른 구조해석을 수행한다.

(8) 구해진 변위에 따른 수렴성 검토를 수행한다. 제시된 설계법에서는 두 가지의 수렴조건을 적용한다. 첫 번째는 허용변위와 현단계에서 구해진 최상층변위의 차이가 허용변위의 0.5%이내일 경우에 수렴하는 것으로 간주하는 것이고, 두 번째는 전단계의 최상층 변위와 현재 단계의 최상층 변위의 차가 전단계 변위의 0.5%이내인지를 검토하는 것이다.

위와 같이 각 단계별 최적단면이 선정되면 다시 단계 4로 되돌아가서 수렴조건이 만족될 때까지 단계 4부터 단계 8까지 과정을 반복한다. 이와 같은 과정을 흐름도로 나타내면 그림 1과 같다.

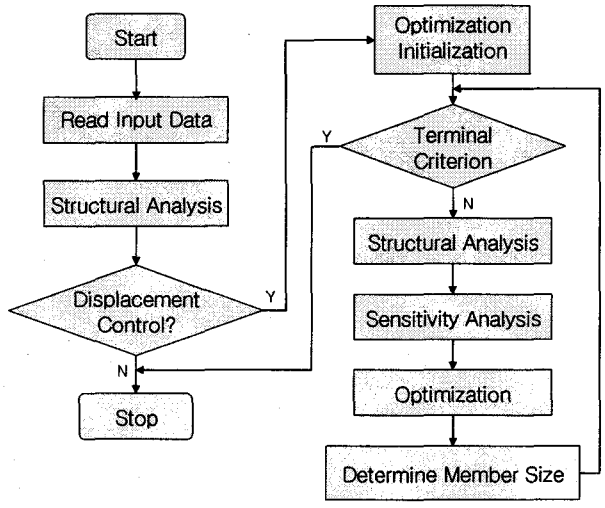
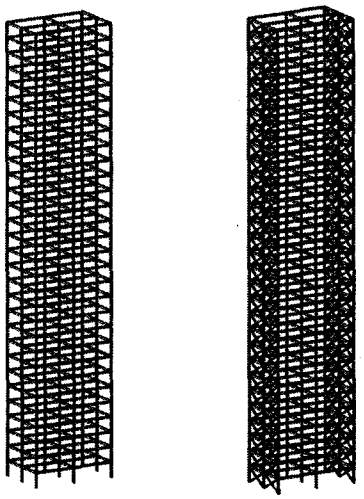


그림 1. 제시된 변위제어 알고리즘의 흐름도

4. 적용예제 및 결과분석

본 연구에서 제시된 삼차원 철골조의 횡변위 제어방안의 효율성을 비교·검토하기 위하여 그림 2



(a) 강절철골조 (b) 가새철골조

그림 2. 30층 삼차원 철골조모델

와 같은 강절철골조와 가새철골조 두 가지 형태의 30층 철골조모델이 고려된다.

적용예제의 층고는 3.5m이고, X방향 베이간격 9m, Y방향 베이간격은 6m이다. 각 예제의 폭에 대한 높이의 비는 X방향 5.83, Y방향 8.75로 고층건물과 같은 거동을 한다. 보통 폭에 대한 높이의 비가 4 또는 5를 초과하는 경우 횡변위를 허용범위이내로 제어하기 위해 추가적인 강성이 필요하다. 중력하중은 작용하지 않는 것으로 하며, 수평 풍하중은 국내규준[7]에 따라 노풍도 B, 기본풍속 30m/sec 중요도 계수 1.0으로 가정하여 각 층의 레벨에서 수평집중하중으로 작용하는 것으로 계산한다. 초기부재의 크기는 표 1과 같이 부재종류별로 전 층에 같은 단면으로 가정하며 재질은 SS400으로 한다.

표 1. 초기부재크기

부재종류	단면크기
기둥	H-300x300x10x15
보	H-400x200x8x13
가새	H-200x200x8x12

각 층의 같은 종류의 부재는 같은 그룹으로 설정한다. 특히 횡변위제어 과정중 재설계되는 부재의

단면크기는 초기에 주어진 단면과 형상의 비율이 같다고 가정하여 산정한다. 프레임을 구성하는 모든 보와 기둥은 강절점으로 연결되어 있으며 가새부재는 힌지절점으로 연결되어 있다. 허용최상층변위는 건물전체높이의 1/600인 17.5cm로 하였다. 최적설계의 수렴은 제어된 횡변위와 제어하려는 횡변위의 차이가 0.5%이내일 때 만족되는 것으로 가정하였다.

표 2는 적용예제의 초기변위 및 최종변위를 나타낸 것으로 두 예제 모두 목표값인 17.5cm로 잘 제어됨을 알 수 있다. 또한 그림 3은 각 구조물의 반복과정에 따른 제어된 변위를 나타낸 것인데 강절철골조는 6회의 반복과정으로 수렴하였고, 가새철골조의 경우 7회의 반복과정으로 수렴이 얻어졌으며 수렴되는 동안 안정적으로 변위가 제어되는 것이 보여진다.

표 2. 적용예제의 초기변위 및 최종변위 (cm)

	강절철골조	가새철골조
초기변위	333.12	174.54
최종변위	17.47	17.48

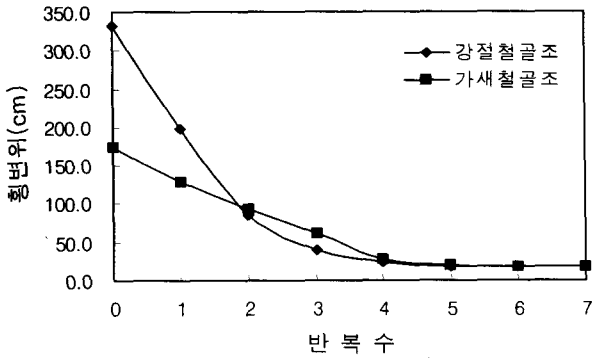


그림 3. 반복과정에 따른 변위이력

표 3은 적용예제의 초기중량 및 최종중량을 나타낸 것인데 횡변위 제어를 위해서는 강절철골조가 가새철골조에 비해 2.53% 더 많은 물량이 필요한 것으로 나타났다. 그림 4는 적용예제의 층별 중량비(최종중량/초기중량)를 나타낸 것인데 두 예제 모두 저층부분에서 많은 물량이 요구되며 고층으로 갈수록 물량변동이 적음을 알 수 있다. 즉 횡하중에 의해 발생되는 변형에 대한 저항성능을 확보하기 위해선 구조물의 낮은 층이 횡강성을 증대시키는 것이 효과적임을 알 수 있다.

표 3. 적용예제의 초기중량 및 최종중량 (tonf)

	강절철골조	가새철골조
초기중량	260.4	341.7
최종중량	1540.7	1502.7

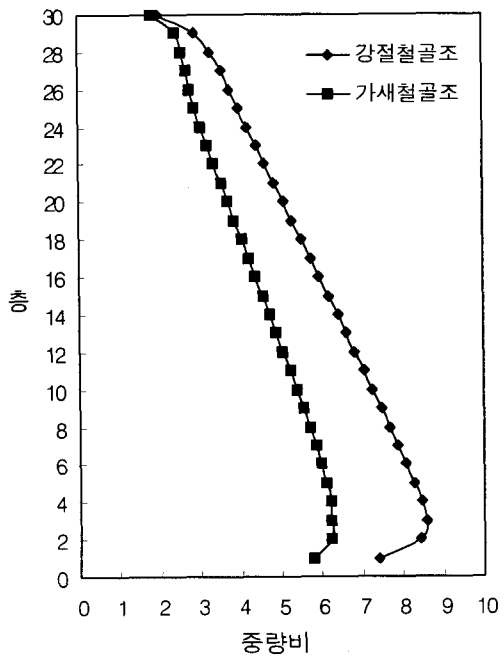


그림 4. 적용예제의 층별중량비

5. 결 론

본 연구에서는 삼차원 철골구조물의 횡변위를 정량적으로 제어할 수 있는 강성최적설계 방안을 제시하고자 하였으며 이를 예제에 적용한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) 변위구속조건에 근사화 개념을 도입하여 초기의 최적화 문제를 간단한 대수학적인 형태를 갖는

근사화된 양함수형태의 문제로 대치시킴으로써 알고리즘의 효용성을 증대시켰다.

2) 제안된 설계법은 적용된 예제에 대해 안정적으로 횡변위를 제어하는 것으로 나타났으며, 7회 이내의 적은 반복과정을 통해 허용변위로 수렴되었다. 이것은 제안된 설계알고리즘내에 근사화 개념이 도입되어 수학적계획법을 보완함으로써 변위가 안정적으로 제어될 뿐만 아니라 고층건물과 같은 큰 규모의 문제도 적은 반복과정으로 풀려지는 것으로 사료된다.

3) 두 예제의 층별 중량비를 통해 횡하중에 대한 횡변위를 효율적으로 저항하기 위해선 더 낮은 층의 레벨에서의 횡강성 및 소요물량이 증가되어야 한다는 것을 알 수 있다.

따라서 본 연구에서 제시된 근사화 개념을 이용한 삼차원 철골조 구조물의 강성최적화기법은 고층철골조의 구조계획 및 설계단계에서 구조엔지니어에게 큰 도움을 줄 것으로 기대된다.

참고문헌

1. B.S.Smith, A.,Coull, "Tall Building Structures : Analysis and Design", John & Sons, Inc., 1991
2 Vanderplaats, G. N., Numerical Optimization Techniques for Engineering Design of Optimal with Applications, McGraw-Hill, New York, 1984
3. Schmit, L. A. and Farshi, B., Some Approximation Concepts for Structural Synthesis, AIAA Journal, Vol. 11, pp.489-494, 1974
4. Kirsch, U., Reduced Basis Approximations of Structural Displacements for Optimal Design, AIAA Journal, Vol. 29, pp.1751-1758, 1991
5. Moses, F., Optimum Structural Design using Linear Programming, ASCE, J. of Structural Division, Vol.90, No. ST6, 1964
6. Grierson, D.E. and Chan, C.M., An Efficient Resizing Technique for the Design of Tall Steel Buildings subject to Multiple Drift Constraints, Int. J. of Structural Design of Tall Buildings, Vol.2, pp.17-32, 1993
7. 대한건축학회, 건축물 하중기준 및 해설, 2000
8. 이한주, 김호수, 근사화개념과 민감도해석기법을 이용한 고층철골조의 강성최적설계, 대한건축학회논문집, 2001