

---

# 돔형 공간 구조물의 Rise-span 비에 따른 불안정 거동 특성에 관한 연구

## A Study on the Unstable behavior According to rise-span ratio of dome type space frame

손 수 덕\*                      김 승 덕\*\*                      강문명\*\*\*  
Shon, Su Deok              Kim, Seung-Deog              Kang Moon Myung

---

### Abstract

Many researcher's efforts have made a significant advancement of space frame structure with various portion, and it becomes the most outstanding one of space structures. However, with the characteristics of thin and long term of spacing, the unstable behavior of space structure is shown by initial imperfection, erection procedure or joint, especially space frame structure represents more. This kind of unstable problem could not be set up clearly and there is a huge difference between theory and experiment. Moreover, the discrete structure such as space frame has more complex solution, thus it is not easy to derive the formulation of design about space structure. In this space frame structure, the character of rise-span ratio or load mode is represented by the instability of space frame structure with initial imperfection, and snap-through or bifurcation might be the main phenomenon.

Therefore, in this study, space frame structure which has a lot of aesthetic effect and profitable for large space covering single layer is dealt. And because that the unstable behavior due to variation of inner force resistance in the elastic range is very important collapse mechanism, I would like to investigate unstable character as a nonlinear behavior with a geometric nonlinear. In order to study the instability, I derive tangent stiffness matrix using finite element method and with displacement incremental method perform nonlinear analysis of unit space structure, star dome and 3-ring star dome considering rise-span ratio( $\mu$ ) and load ratio( $R_L$ ) for analyzing unstable phenomenon.

*keywords : Nonlinear analysis, Instability phenomenon, Spacial structures, dome, Space frame, Rise-span ratio, Load mode*

## 1. 서 론

대공간을 구축하기 위해서는 일반적으로 셸 구조 원리를 이용한다. 곡률을 가진 곡면구조 형태인 셸 구조는 외부 하중에 대하여 효과 높게 저항할 수 있는 형태저항형 구조물이며, 가볍고 얇게 대공간을 만들 수 있는 장점을 갖고 있다. 이를 구조 시스템에 따라 보다 세분하면 연속체 셸 구조물, 공간 프레임 구조물, 막 구조물, 케이블 구조물 및 이들의 복합 구조체인 하이브리드 구조물로 분류할 수 있다. 이

중 공간 프레임 구조물은 매우 넓은 공간을 효과적으로 덮을 수 있는 구조물로 잘 알려져 있으며, 19세기에 이르러 콘크리트와 철의 개발로 훨씬 더 가볍고 긴 스패의 골조구조로 대체할 수 있게 해 주었다. 또한 계속된 재료와 제작기술 및 해석방법에서의 진전으로 연속체 돔은 점차 래티스 셸 구조로 발전되어 갔다. 이런 셸 형태로 만들어진 공간 구조물은 경제적이라는 장점과 함께 구조불안정이란 중요한 문제를 구조물의 설계에서 해결하여야만 한다. 즉, 연속체 셸 구조의 원리에서 긴 경간을 얇게 만들면 뒹좌굴 및 분기좌굴 등과 같은 불안정거동이 나타나게 되며, 프레임형 공간 구조물에서는 더욱 복잡한 양

---

\* 정회원 · NTRAS 구조연구소

\*\* 정회원 · 세명대학교 건축공학과 부교수

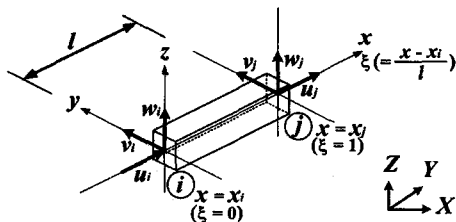
\*\*\* 정회원 · 경북대학교 건축공학과 교수

상으로 일어난다. 또 쉘형 구조시스템의 구조불안정 문제의 중요한 특징은 초기조건에 매우 민감하게 반응한다는 것이고, 이러한 문제들은 수학적으로는 비선형 문제에 귀착하게 된다.<sup>[2]</sup> 이러한 비선형성이 포함된 다양한 구조불안정 문제는 그간 많은 연구자들에 의해 연구되어 왔으나, 쉘형 구조시스템에 관한 연구결과는 초기조건과 그 민감성에 의해 아직도 정립되지 못하고 있다.<sup>[1]</sup> 이러한 민감성은 분기경로에 결정적인 영향을 미치는 것으로 알려져 있으며, 민감성에 대하여 불안정 경로에 대한 접선강성행렬의 특성이 연구되기도 하였다.<sup>[6]</sup> 그리고 분기 해석에 관한 해석적 연구의 방법에 대한 고찰로 Y. Hangai<sup>[8]</sup>가 분기점의 시작은 언제이며 평형경로의 진행 방향과 변화를 조사하는 일반역행렬 및 여러 가지 기법들에 대한 내용을 다루어 발표되었다. 최근에는 초기 형상의 불완전을 고려한 돔과 베릴볼트의 안정에 대한 파라메타를 다양하게 설정하여 거동과 민감성이 조사되고 있으며, 그러한 파라메타로서 하중과 경계조건, 높이, 좌굴모드 등이 거론되고 있으며,<sup>[7]</sup> 현재 선진국에서도 이러한 부분들에 대하여 많은 연구결과들을 발표하고 있다.

따라서, 본 논문에서는 단층의 대공간을 확보하기에 적합한 돔형 공간구조물의 구조 불안정 현상을 살펴보고, 라이즈-스팬비 및 하중비에 따른 불안정 특성에 대하여 연구하고자 한다.

## 2. 접선강성행렬과 불안정 거동

본 장에서는 기하학적 비선형성이 고려된 접선강성행렬을 유도하기 위해 그림 1과 같이 요소 좌표계 및 절점자유도를 정의한다.



<그림 1> 좌표계와 요소의 절점 자유도

변형도-변위 및 응력도-변형도 관계식을 기하학적 비선형항을 포함하여 다음과 같이 채택한다.

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right\} \quad (1)$$

$$\sigma_x = E \epsilon_x \quad (2)$$

가상일의 원리를 이용하여 증분에 관한 방정식을 정리하여 고차항을 생략하면 다음과 같다.

$$f - r = [k_E + k_G] d \quad (3)$$

여기서,

$$k_E = A l E (A_1^T A_1), \quad k_G = A l (\sigma_x^{(0)} B^T B)$$

$$r = A l A_1^T \sigma_x^{(0)} - f^{(0)}$$

$$A_1 = [N_{i,x} \ 0 \ 0 \ N_{j,x} \ 0 \ 0]$$

$$B = \begin{bmatrix} N_{i,x} & 0 & 0 & N_{j,x} & 0 & 0 \\ 0 & N_{i,x} & 0 & 0 & N_{j,x} & 0 \\ 0 & 0 & N_{i,x} & 0 & 0 & N_{j,x} \end{bmatrix}$$

좌표변환행렬을 이용하여 다음과 같은 선형화된 비선형 방정식을 구할 수 있다.

$$F - R = [K_E + K_G] D \quad (4)$$

여기서,

$$K_E = T^T k_E T, \quad K_G = T^T k_G T$$

비선형 평형궤도의 각 증분구간에서 임계하중에 도달하였을 때의 좌굴점을 분류하기 위하여, 제1섭동 방정식을 다음과 같이 나타낸다.

$$K d + f \lambda = 0 \quad (5)$$

여기서, 접선강성행렬  $K$ 는 보존계에서는 대칭행렬이고, 직교변환행렬이 존재하므로, 대각화 가능행렬이다.  $K$ 의  $n$ 개의 고유치  $c_i$ 에 대응하는 정규화 고유벡터를  $t_i$ 라고하고,  $t_i$ 를 열벡터로 하는 변환행렬을  $T$ 라 정의할 때, 직교행렬  $T$ 를 이용하여 접선강성행렬을 대각화하면 다음과 같다.

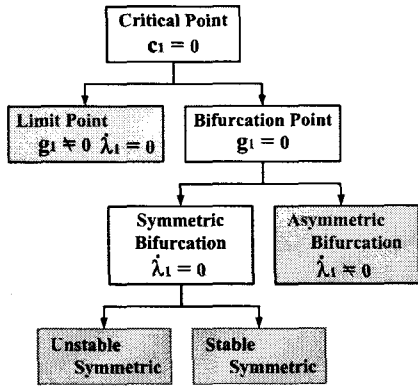
$$\begin{bmatrix} c_1 & 0 \\ 0 & \Delta C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_1 \\ \Delta \dot{u} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_1 \\ \Delta g \end{bmatrix} \lambda = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

여기서,

$$g = T^T f = \begin{pmatrix} t_1 \cdot f \\ t_2 \cdot f \\ \vdots \\ t_n \cdot f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \\ \vdots \\ g_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_1 \\ \Delta g \end{pmatrix}$$

$$C = T^T K T = \begin{bmatrix} c_1 & zero \\ & c_2 \\ & \ddots \\ zero & & c_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 & 0 \\ & \Delta C \end{bmatrix}$$

위에서 최소 고유치는, 특이점에서  $det(K) = 0$  이므로  $c_1 = 0$  이 된다. 그러므로 첫 행 연산에 의한  $\lambda$  및  $g_1$  을 이용하여 좌굴점을 분류하면 그림 2와 같이 분류할 수 있다.



<그림 2> 좌굴점의 분류

### 3. 공간구조물의 불안정 거동

공간 구조물은 외적인 여러 가지 요인으로 인하여 다양한 불안정 거동이 나타나지만 일반적으로 부재좌굴, 절점좌굴, 전체좌굴 그리고 이러한 좌굴의 복합적인 형태로 거동을 한다. 이러한 현상들은 네트워크 돔이나 볼트구조 시스템에서와 같은 많은 절점과 부재들로 구성된 경우 복합적인 형태의 거동을 하지만 단위 구조물의 형태에 있어서는 비교적 명확하고 독립적인 형태의 좌굴현상을 보인다.<sup>[7]</sup>

본 장에서는 앞서 언급된 불안정 거동의 특성을 파악하기 위하여 단위 구조물의 불안정 경로를 살펴보고, 형상에 대하여 라이즈-스팬 비  $\mu$  를 그리고 하중에 대하여 하중비  $R_L$  을 파라메타로 설정하여 돔형 공간구조물의 불안정 거동을 비교·분석한다. 해석 대상구조물은 돔의 형상을 위해 모든 절점이 구

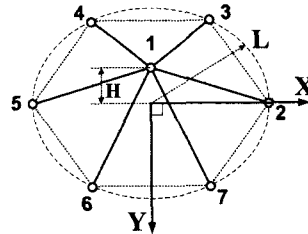
면의 정점과 링에 위치하며, 예제의 공통된 초기입력 값 및 파라메타는 표 1과 같다.

<표 1> 1자유절점 공간구조물 의 초기입력 값

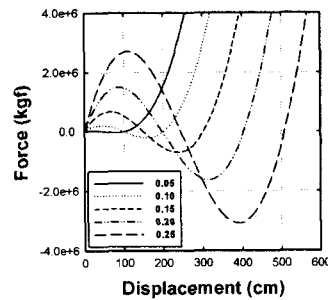
구조물의 밑면 반지름 (L)		500 cm
물성치	탄성계수 (E)	$2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$
	밀도 ( $\rho$ )	$7.85 \times 10^{-3} \text{ kgf/cm}^2$
	단면적 (A)	11.2 cm <sup>2</sup>
파라메타	라이즈-스팬비 ( $\mu$ )	$\mu = H/2L$ (H:높이)
	하중비 ( $R_L$ )	$R_L = \frac{\text{링 절점 하중}}{\text{정점 하중}}$

#### 3.1 1-자유절점 공간구조물

삼각형 네트워크 래티스 돔의 한 단위형태이기도 한 1-자유절점 공간구조물은 정점에 위치한 하나의 자유절점과 링에 위치한 여섯 개의 경계절점으로 구성되며, 형상은 그림 3에서 보는 것과 같다. 그리고, 하중은 1번 절점에 연직방향으로 집중력이 작용하며, 해석은 정점에 위치한 1번절점의 수직변위를 증분하여 비선형 해석을 수행한다.



<그림 3> 1-자유절점 공간구조물의 형상



<그림 4> 1-자유절점 공간구조물의 라이즈-스팬비 ( $\mu$ )에 따른 하중-변위곡선

해석대상 공간구조물의 라이즈-스팬비  $\mu$  를 0.05에서 0.25까지 0.05씩 증가시켜 해석을 수행한 결과 그림 4에서 보는것과 같이 좌굴하중레벨 값은 증가하

지만, 불안정 거동에 대한 경로는 유사하게 나타난다. 또한 임계점의 발생위치는 표 2에 나타난 바와 같이  $\mu$ 값에 무관하게 모델의 높이 H의 약 43.5%에 해당하는 위치에서 나타난다.

<표 2> 1-자유절점 공간구조물의 좌굴하중

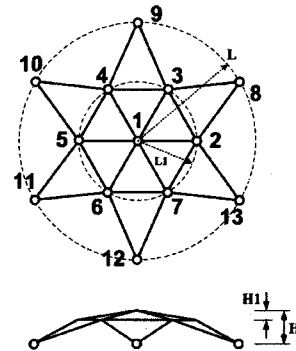
$\mu$	H(cm)	임계점(cm)	Pcr(kgf)	임계점 $\frac{H}{H}$ (%)
0.05	50	22.0	28281.59	44.0 %
0.1	100	43.0	213895.2	43.0 %
0.15	150	65.0	681055.0	43.3 %
0.2	200	87.0	1504485.0	43.5 %
0.25	250	110.0	2705262.0	44.0 %

### 3.2 스타돔 공간구조물

스타돔 공간구조물은 1-자유절점 공간구조물의 거동에 비해 조금 더 복잡한 양상의 불안정 거동을 보이지만 비교적 그 현상이 뚜렷이 나타나는 면을 보인다. 해석대상 구조물의 형상은 그림 5에서 보는 바와 같고, L1과 L에 위치한 링과 정점은 돔의 구면 중심에서 동일하게 분할된 각도로 배치된다. 해석대상 구조물의 라이즈-스팬비  $\mu$ 는 0.05, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3, 0.35, 0.4, 0.45, 0.5로 선정하며, 하중비  $R_L$ 의 값은 0.6에서 1.7까지 0.1씩 증가시켜 비선형해석을 수행한다. 여기서, 하중비  $R_L$ 이 의미하는 것은 L1 링에 위치한 절점의 하중을 1번절점의 하중으로 나눈 값을 말하며, 그 값이 1인 경우는 모든 절점에서 동일한 하중이 작용하는 경우이고, 1을 초과하는 경우는 1번절점이 다른 절점보다 더 큰 하중이 작용하는 경우이다. 절점당 차지하는 면적의 비율로 볼때 라이즈-스팬비  $\mu$ 값이 변화함에 따라 조금씩의 차이는 있지만 비교적 하중비  $R_L$ 이 1인 경우와 동일한 비율을 가진다.

스타돔 공간구조물의 해석결과로 그림 6과 그림 7은 각각의 라이즈-스팬비  $\mu$ 에 대하여 하중비  $R_L$ 이 변화하는데 따른 1번절점과 2번절점의 하중-변위 곡선을 나타낸 것이며, 곡선상의 다각형의 점들은 증분해석의 단계별 접선강성행렬의 특이점을 보여주고 있다. 각각의 라이즈-스팬비  $\mu$ 에 대한 해석결과에서 하중비  $R_L$ 의 증가는 일정한 부분까지 극한점의 하중레벨은 증가하지만 일정구간을 넘어서게 되

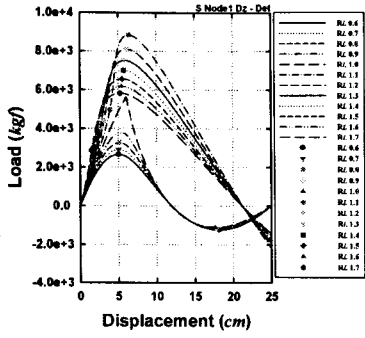
면 극한점의 하중레벨은 급격히 상승 이후에 다시 감소하게 된다. 급격한 상승을 하며 다시 감소하는 구간에 대하여는 모든 경우에 있어서 하중-변위 곡선 상에 분기점을 가지게 된다. 이는 구조물의 불안정 현상이 절점좌굴에서 전체좌굴 형태로의 변환을 가져오며, 이러한 것은 2번절점의 하중-변위 곡선의 거동에서 명확히 나타난다. 즉, 하중비  $R_L$ 이 낮은 값에서 2번절점의 수직변위는 극한점이 발생하는 지점에서 역방향으로 진행하기 시작하며, 분기점이 나타나는 하중비  $R_L$ 의 경우에는 역방향으로 진행하는 양상이 나타나지 않는다.



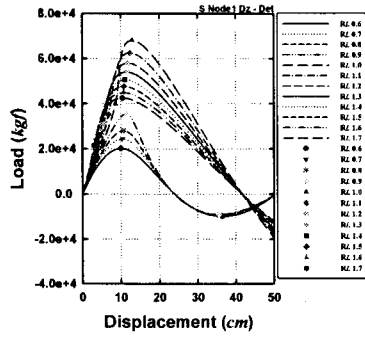
<그림 5> 스타돔 공간구조물의 형상

그러나, 이것은 모든 라이즈-스팬비  $\mu$ 의 해석결과에서 동일한 현상으로 나타나는 것은 아니다. 그림에서 보는바와 같이 라이즈-스팬비가 증가하는 경우에 극한점의 급격한 하중레벨증가는 하중비 또한 높은 경우에서 발생하였으며, 라이즈-스팬비가 0.45와 0.5에서는 이러한 현상이 발생하지 않았다. 즉, 2번절점의 하중-변위 곡선은 모두 역방향으로의 진행곡선만을 나타낸다. 이러한 현상은 높은 라이즈-스팬비  $\mu$ 에서는 좌굴현상의 변환점이 되는 하중비  $R_L$  또한 높은 값을 가지는 것으로 보인다. 그리고, 해석을 수행한 공간구조물의 면적비에 가까운 하중비인  $R_L=1$  이하의 값에서는 모두 분기점이 발생하지 않는 절점좌굴의 형태를 보이고 있으며, 이는 중앙부의 하중이 커지는 경우 1번절점의 국부적인 절점좌굴만이 발생하는 것을 알 수 있다. 또한, 전체좌굴이 발생하는 하중비  $R_L$ 의 값은 모두 1 이상의 범위에서 발생한다.

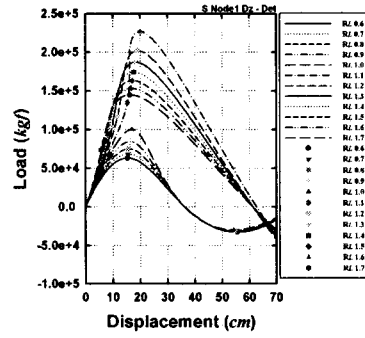
그림 8은 해석모델의 좌굴하중을 하중비  $R_L=1$ 일 때 극한점의 좌굴하중으로 무차원화하여 나타낸 그



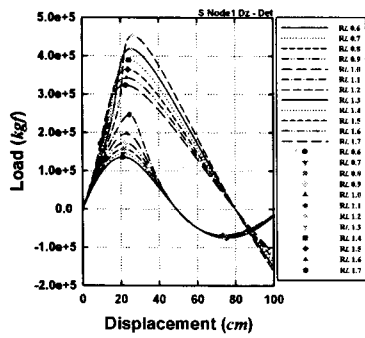
(a)  $\mu=0.05$



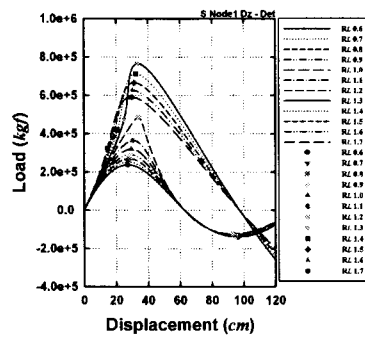
(b)  $\mu=0.10$



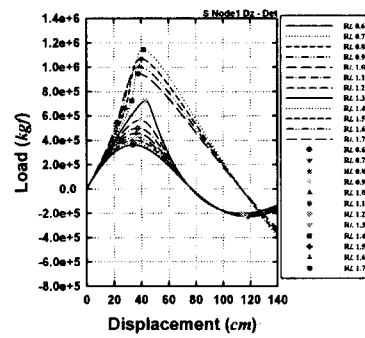
(c)  $\mu=0.15$



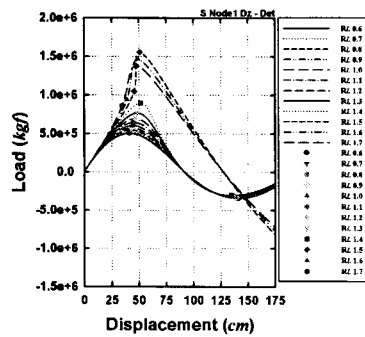
(d)  $\mu=0.20$



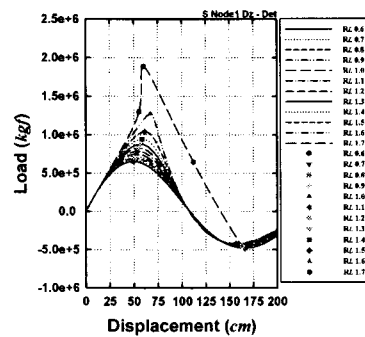
(e)  $\mu=0.25$



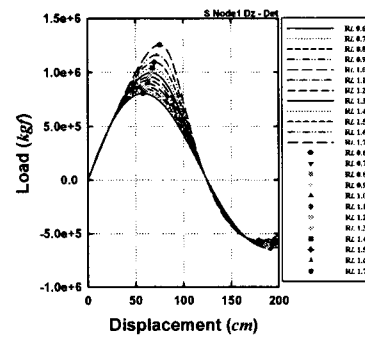
(f)  $\mu=0.30$



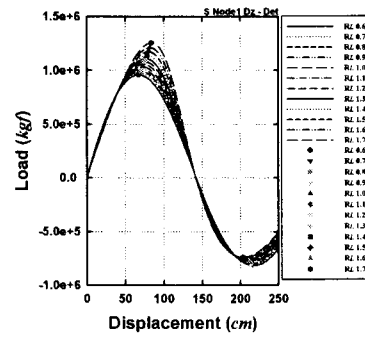
(g)  $\mu=0.35$



(h)  $\mu=0.40$

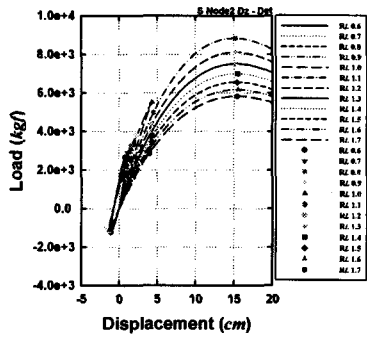


(i)  $\mu=0.45$

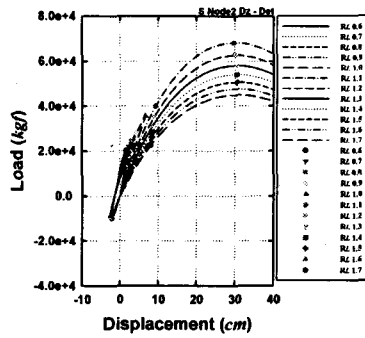


(j)  $\mu=0.50$

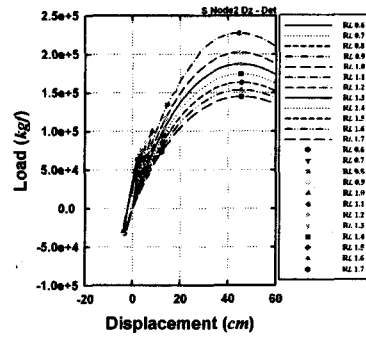
<그림 6> 스타돔 공간구조물의 하중-변위 곡선 (Node 1-Dz)



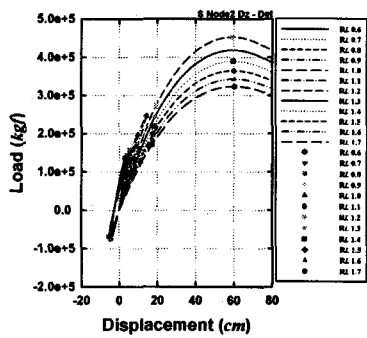
(a)  $\mu=0.05$



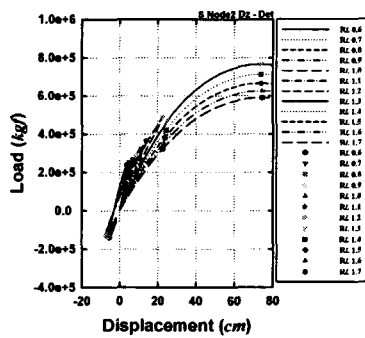
(b)  $\mu=0.10$



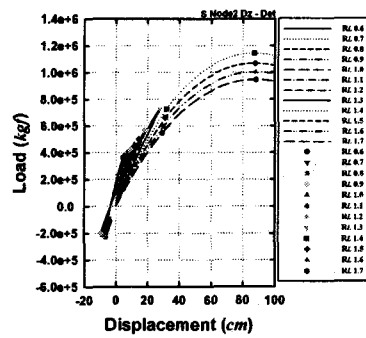
(c)  $\mu=0.15$



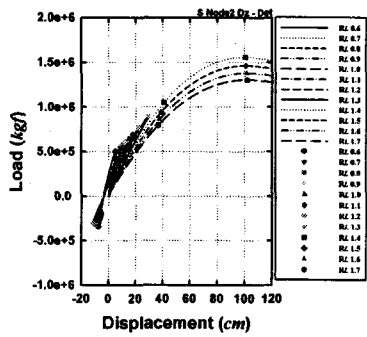
(d)  $\mu=0.20$



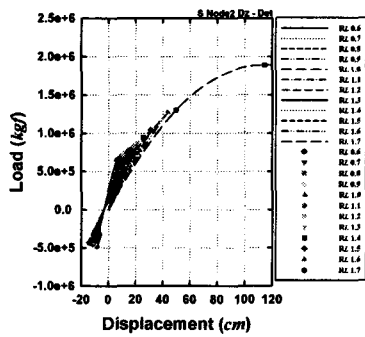
(e)  $\mu=0.25$



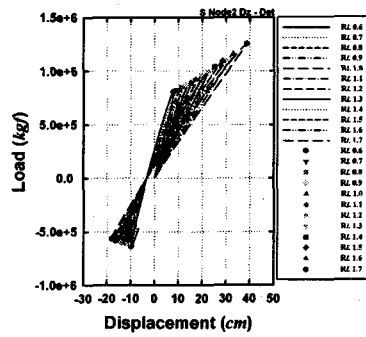
(f)  $\mu=0.30$



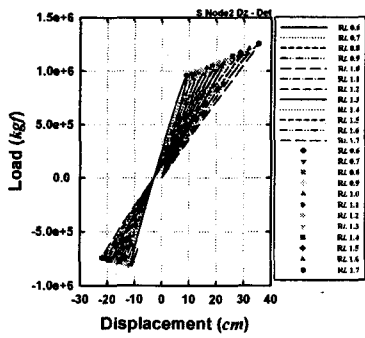
(g)  $\mu=0.35$



(h)  $\mu=0.40$



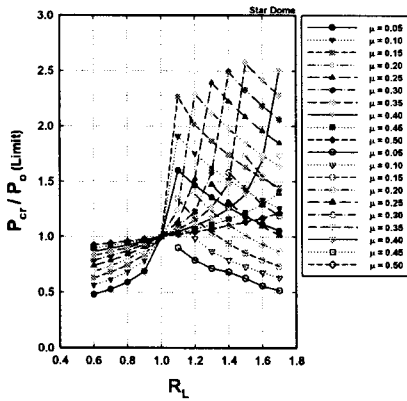
(i)  $\mu=0.45$



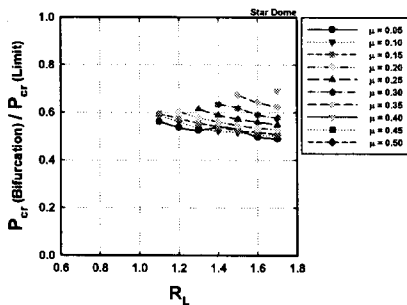
(j)  $\mu=0.50$

<그림 6> 스타돔 공간구조물의 하중-변위 곡선 (Node 2-Dz)

림이다. 여기서, 하중비  $R_L$ 이 1 이하의 모델의 해석 결과는 모두 분기점이 발생하지 않으며, 하중비  $R_L$ 의 감소에 따라 좌굴하중 감소한다. 그리고, 하중비  $R_L$ 이 1 이상의 구간에서도 분기점이 발생하기 전에 하중비의 증가는 좌굴하중도 따라 증가한다. 이것은 절점좌굴이 발생하는 구간에서 하중비  $R_L$ 의 감소는 좌굴하중레벨이 감소하는 양상을 보여주고 있는 것이다.



<그림 8> 스타돔 공간구조물의 하중비( $R_L$ )에 대한 좌굴하중비

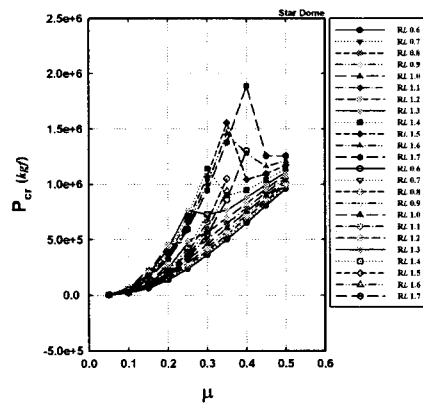


<그림 9> 스타돔 공간구조물의 하중비( $R_L$ )에 대한 분기점하중레벨의 극한점하중레벨에 대한 비

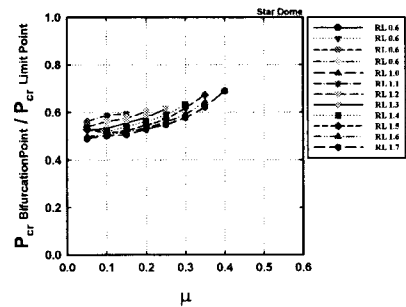
분기점이 발생하는 구간은 라이즈-스팬비  $\mu$ 가 0.05에서 0.15사이인 하중비  $R_L$ 이 1.1에서 발생하며, 라이즈-스팬비  $\mu$ 가 0.2 이상에서는 점차적으로 분기점이 발생하는 하중비  $R_L$ 은 높아져 라이즈-스팬비  $\mu$ 가 0.45이상에서는 나타나지 않는다. 이러한 극한점 이전에 분기점이 발생하는 것은 절점좌굴에서 전체 좌굴로 변환되는 점을 의미하며, 전체좌굴이 발생하는 구간은 분기좌굴에 의해 불안정 거동이 진행되는 것을 예측할 수 있다.

분기좌굴에 의한 좌굴하중비를 조사하기 위하여,

그림 9와 같이 분기점에서의 하중레벨을 극한점에서의 하중레벨로 무차원화하여 나타내었다. 그림에서는 하중비  $R_L$ 의 증가에 있어서 분기점의 하중레벨은 극한점에 대한 하중레벨의 약49%에서 69%의 분포를 나타내고 있으며, 하중비  $R_L$ 의 증가에 대한 좌굴하중비의 곡선은 완만한 감소곡선을 보이고 있으며, 분기점이 나타나는 위치의 좌굴하중비는 라이즈-스팬비  $\mu$ 가 클수록 증가한다.



<그림 10> 스타돔 공간구조물의 라이즈-스팬비( $\mu$ )에 대한 좌굴하중



<그림 11> 스타돔 공간구조물의 라이즈-스팬비( $\mu$ )에 대한 분기점하중레벨의 극한점하중레벨에 대한 비

다자유절점 공간구조물의 라이즈-스팬비  $\mu$ 에 대한 불안정 현상을 알아보기 위해서, 그림 10과 같이 라이즈-스팬비  $\mu$ 의 변화에 대한 좌굴하중을 나타내었다. 그림에서 나타나듯이 극한점의 좌굴하중이나 분기점의 좌굴하중은 라이즈-스팬비  $\mu$ 의 증가에 대해 증가하는 양상을 보이지만, 극한점 좌굴하중에 대해서는 하중비  $R_L$ 의 값이 높은 경우에 급작스런 상승점을 나타내며, 라이즈-스팬비  $\mu$ 가 높아질수록 분기점은 더 이상 나타나지 않고 있다. 여기서, 하중

비  $R_L$ 이 1 이하의 그림은 모두 분기점이 발생하지 않으며, 라이즈-스팬비  $\mu$ 의 증가에 대해 좌굴하중레벨도 증가한다. 또한 좌굴하중의 증가곡선 상에서의 급격히 상승하며 감소하는 변곡점은 보이지 않는다. 이는 극한점의 하중레벨이 변곡점을 나타내는 양상은 분기점이 나타나는 시점에서 발생하기 때문이다. 그리고, 하중비  $R_L$ 이 1.1 이상의 결과에서 라이즈-스팬비  $\mu$ 가 증가할수록 분기점은 사라지며, 하중비  $R_L$ 의 지속적인 증가는 높은 라이즈-스팬비  $\mu$ 에서의 분기점은 사라지는 현상이 나타난다. 즉, 이러한 현상은 높은 라이즈-스팬비  $\mu$ 에서 절점좌굴이, 낮은 라이즈-스팬비  $\mu$ 에서는 전체좌굴이 지배적임을 의미한다.

라이즈-스팬비  $\mu$ 의 변화에 대한 분기좌굴하중의 특성범위를 알아보기 위해서 분기점 하중레벨을 극한점 하중레벨로 무차원화하여 그림 11에 나타내었으며, 그림에서 나타난 바와 같이 라이즈-스팬비  $\mu$ 의 증가에서는 분기현상이 나타나지 않고, 발생하는 분기점의 하중레벨은 극한점의 하중레벨의 약 50%에서 70%의 범위를 가진다.

#### 4. 결 론

본 논문은 대공간 구조물 중에서 강성계 이산화 구조시스템으로 분류되는 돔형 공간 구조물을 대상으로 불안정 현상을 규명하기 위하여 접선강성행렬을 유도하고, 증분법을 이용하여 비선형 해석을 수행하였다. 불안정 현상을 알아보기 위해 해석예제로 1-자유절점 및 스타덤 공간구조물로 구성하였으며, 현상을 파악하기 위해 라이즈-스팬비  $\mu$ , 및 하중비  $R_L$ 에 대하여 살펴본 결과 돔형 공간구조물의 불안정 현상에 대한 결론을 다음과 같이 요약하였다.

- 단층의 돔형 공간구조물은 낮은 라이즈-스팬비  $\mu$ 에서는 전체좌굴현상이 그리고, 높은 라이즈-스팬비  $\mu$ 에서는 절점좌굴현상이 지배적인 현상이다.
- 하중비  $R_L$ 이 낮은 범위에서는 절점좌굴현상이 그리고, 높은 범위에서는 전체좌굴현상이 지배적인 현상이다.

- 전체좌굴현상에 있어서 이분할 된 돔형 공간구조물의 경우, 분기점하중레벨은 극한점 하중레벨의 약 50%-70%의 분포를 가진다.

프레임형 공간 구조물은 이러한 현상 외에도 구조체가 매우 복잡할수록 나타나는 특성인 부재좌굴로 인한 전체좌굴의 영향이나 좌굴현상의 복합적인 불안정 거동은 매우 다양하므로, 이에 대한 지속적인 연구가 필요하다.

#### 참고문헌

1. 권택진, 김승덕, 김종민, "기하학적 비선형을 고려한 편접합 단층래티스돔의 불안정 거동에 관한연구," 한국전산구조공학회 학술발표회논문집, 제10권 제1집, 1997, pp.240-247.
2. 권택진,한상을,최현식,김승덕,정명채,서삼열, 셀 구조론-한국전산구조공학회편, 기문당, 1998.
3. 김승덕, 박지윤, 권택진, "얇은 정현형 아치의 불안정 거동에 관한 연구(1) : 형상특성에 따른 정적좌굴의 분류," 한국전산구조공학회논문집, 12권 3호, 1999.9, pp.407-415.
4. Analysis, Design and Construction of Braced Domes, Edited by Makowski, Z. S., Nichols Publishing Company, New York, 1984.
5. Analysis, Design and Realization of Space Frames, IASS, Madrid, 1984.
6. Bergan, P. G., "Solution algorithms for nonlinear structural problems," Computers and Structures, Vol.12, 1980, pp.497-509.
7. Bulenda, Th. and Knippers, J., "Stability of grid shells," Computers and Structures, Vol. 79, 2001, pp.1161-1174.
8. Choong, K. K. and Hangai, Y., "Review on methods of bifurcation analysis for geometrically nonlinear structures," IASS, Vol.34, No.112, 1993, pp.133-149.
9. Hill,Christopher D.,Blandford, George E. and Wang, Shien T., "Post-buckling analysis of steel space trusses," Journal of Structural Engineering, vol.115, No.4, 1989.4, pp.900-919.