

# 래티스 돔 구조물의 탄소성 거동 특성에 관한 연구

## The Characteristics of Elasto-Plastic Behaviour for the Latticed Dome Structures

박철호\*                      한 상 을\*\*                      양재근\*\*\*  
 Park, Chul-Ho              Han, Sang-Eul              Yang, Jea-Guen

### ABSTRACT

A single layer latticed dome is one of the most efficient structures because of its low specific gravity. For easily analyzing of a single layer latticed dome, joint system is assumed to be pin or rigid joint. However, its joint uses ball whose system has intermediate properties of pin and rigid joint. Therefore this study has a grasp of bending rigidity, stress, and mechanical properties through experimental and analyzing method of the bolt inserted ball joint. To analyze the stress of bolt and sleeve, this study uses through 3D elastic contact and cubic element, and then the ball and the bolt are perfectly connected for easily analyzing.

Compared experimental results to F.E.M, each specimen has an error of less than 12 percent. In the results of stress distribution through F.E.M, stress occurs from bottom of bolt to top of sleeve, and most of tension appears on the bolt, also compression occurs from upper parts of the bolt to the sleeve. The assumption of bending stiffness in ball joint is well known that bolt resists only tension and upper sleeve resists compression. The results of experiment and analysis have 7~56 % error, assuring that upper part of bolt occurs of partial compression. In the result of modified assumption have 4~20 % error.

*Keywords: Bolt inserted Ball joint, Semi rigid, Latticed Dome, Elasto-Plastic*

## 1. 서론

이 연구의 목적은 현재 단층 래티스 돔에 사용되고 있는 볼트 삽입식 볼 접합부를 제작, 조립하여 그 구성 성분인 볼트, 슬리브, 콘, 스트럿의 구조적 거동 특성을 규명하고, 각 실험체의 휨 강성을 평가하는데 있다. 또한, 유한요소 해석 결과와 비교, 분석하여 가정 14)에 의하여 제안된 휨 강성의 이론적 적합성을 살펴본다. 이를 바탕으로 기존의 제안식보다 합리적인 설계식을 제안하여 보다 정확한 휨 강성을 평가함으로써 효율적인 단층 래티스 돔의 좌굴하중 및 구조적 거동 특성을 규명하고자 한다.

볼 접합부에 대한 유한요소 해석을 해석하기 위하여 그림 1과 같은 가정을 도입한다.

접합부는 슬리브와 볼트로 구성된 조립 단면이며, 볼트는 하중 작용시 모든 인장을 받고, 슬리브가 모든 압축을 받는다는 가정(가정1)아래 구조물의 응력상태를 분석하기 위하여 휨 강성  $EI$ 를 다음 식으로 표현한다.

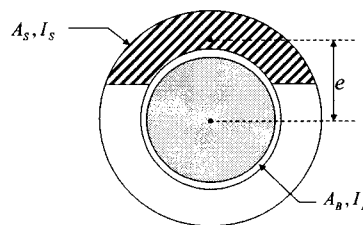


그림 1 가정 1 (볼트가 모든 인장력을 부담하는 경우)의 개념도

## 2. 볼 접합부의 역학적 특성

### 2.1 접합부 이론적 가정1 (볼트가 모든 인장력을 부담하는 경우)

- \* 하모니엔지니어링
- \*\* 정희원, 인하대학교 건축학부 교수, 공학박사
- \*\*\* 정희원, 인하대학교 건축학부 교수, 공학박사

$$EI = E_B I_B + E_B A_B \left[ \frac{E_S A_S}{E_B A_B + E_S A_S} e \right]^2 + (1)$$

$$E_S I_S + E_S A_S \left[ \frac{E_B A_B}{E_B A_B + E_S A_S} e \right]^2$$

- $A_B$  : 볼트 단면적
- $A_S$  : 슬리브 압축부분의 단면적
- $E$  : 탄성계수
- $I_B$  : 볼트의 중립축에 대한 단면 2차 모멘트
- $I_S$  : 슬리브 압축부분의 중립축에 대한 단면 2차 모멘트
- $e$  : 볼트와 슬리브 압축부분의 도심간 거리

이 연구에서 하중 재하시 탄성의 휨 스프링 상수  $K_b$  를 유도하기 위하여, 접합부의 볼 부분을 그림 2의 (c)와 같이 자유단으로 치환하고, 휨 모멘트를 가한 켈틀레버 보로 가정하면 회전각  $\theta$  는 다음 식에 의하여 얻어진다.

$$\theta = M_b l'_s / EI \quad (2)$$

$l'_s$  : 슬리브의 길이

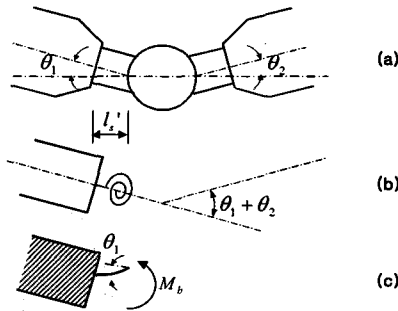


그림 2 접합부의 모델화

볼 접합부가 받는 모멘트는  $M_b$ 에 대하여 각각 2개의 스프링이 모멘트를 분담한다고 가정하면 식 (3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} M_b &= K_b(\theta_1 + \theta_2) \\ M_b &= 2K_b\theta_1 \end{aligned} \quad (3)$$

식 (3)에 식 (2)를 대입하면 식 (4)와 같이 회전 강성을 나타낼 수 있다.

$$K_b = \frac{EI}{l'_s \times 2} \quad (4)$$

식 (2)의  $EI$ 는 식 (1)을 사용하여 산출할 수 있다. 식 (1)에 있어서 슬리브의 유효단면  $A_S$ 와  $I_S$  및 볼트와의 도심간거리  $e$ 는 볼트와 슬리브의 힘의 평형조건에 의해 구할 수 있다. 즉 볼트의 인장면적과 슬리브

의 유효단면의 압축 합력이  $E_B A_B = E_S A_S$  에 의해 순차적으로 구할 수 있다. 여기에서 볼트의 축 강성은 볼의 나사 산 부분의 강성에 비교하여 충분히 크기 때문에 좌변의  $E_B A_B$ 는 다음 식의 볼의 나사 산의 전단력의 합계를 통하여 얻을 수 있으나, 계산된  $A_B$  값이 볼트의 면적과 비교하여 작은 값으로 산정한다.

$$E_B A_B = n G \pi D_B \beta \quad (5)$$

- $n$  : 유효 나사 산 수
- $G$  : 볼의 전단계수
- $D_B$  : 볼트의 직경
- $\beta$  : 나사산의 전단저항면 길이 ( $0.875 \times$  나사산의 거리)

## 2.2 접합부의 이론적 가정2 (볼트상단이 압축력을 받는 경우)

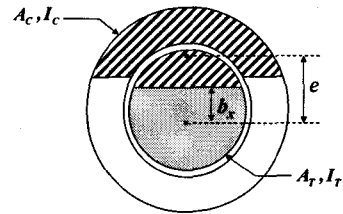


그림 3 가정 2 (볼트 상단이 압축력을 받는 경우)의 개념도

볼 접합부의 보다 근사적인 해석을 위하여 단면을 그림 3과 같이 가정하였다.

볼트는 전체 인장력을 지지하는 것이 아니라 볼트의 상단은 압축력을 지지하고, 하단부의 경우는 인장력을 받는 것으로 가정하며, 이때 슬리브는 가정1과 같이 모두 압축이 걸리는 것으로 한다. 따라서, 볼트와 슬리브로 표현한 식 (1)은 다음과 같이 변환시킬 수 있다.

$$EI = E_T I_T + E_T A_T \left[ \frac{E_C A_C}{E_T A_T + E_C A_C} e \right]^2 + E_C I_C + E_C A_C \left[ \frac{E_T A_T}{E_T A_T + E_C A_C} e \right]^2 \quad (6)$$

- $A_T$  : 인장부분의 단면적
- $A_C$  : 압축부분의 단면적
- $I_T$  : 인장부분의 중립축에 대한 단면 2차 모멘트

$I_c$  : 압축부분의 중립축에 대한 단면 2차 모멘트

### 3. 볼 접합부의 휨 강성 실험

#### 3.1 실험체 계획

이 실험에 사용된 실험체는 모두 10개로 현재 가장 일반적으로 래티스 구조물에 사용되는 부재로 스트럿의 직경은 각각  $\phi 76.3 \times 3.2$ ,  $\phi 101.6 \times 4.2$ ,  $\phi 139.8 \times 4.5$ ,  $\phi 165.2 \times 5.0$  의 4종류로 구분되어 있으며, 부재길이는 80 cm, 100 cm, 200 cm의 3종류로 지점의 경계조건은 모두 단순지지로 설정하였다. 또한, 사용되는 볼트와 슬리브 역시 각각 스트럿에 사용되는 M20, M27, M36, M42 볼트와 이에 상응하는 슬리브는 32×34×5t, 41×45×6t, 46×45×7.5t, 55×62×8.5t와 67×81×11t 의 5종류를 사용하였으며, 볼트와 볼의 연결시 일정 강도로 연결하기 위하여 토크렌치를 사용하여 체결하였다. 또한, 휨 스프링 상수 측정시 일정한 단면 계수를 갖게 하기 위하여 볼트와 슬리브를 연결하는 판의 방향을 일정한 방향을 유지하도록 하였으며, 실험체 지점의 양 단부에는 횡 변형을 방지하기 위하여 강판을 설치하였다.

실험체의 주요 변수는 다음과 같다

- (1) 볼트의 직경
- (2) 슬리브의 두께

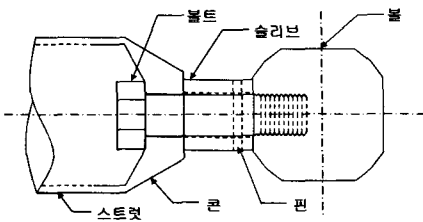


그림 4 볼 조인트의 구성 성분

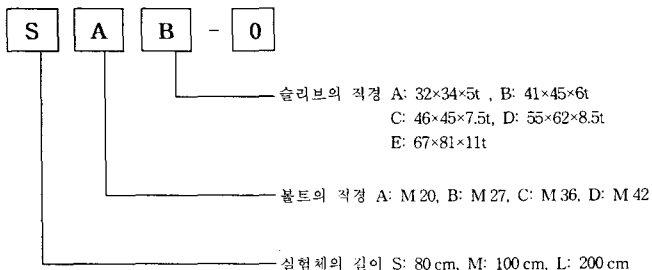


그림 5 실험체 표기

이 실험은 동일한 실험체를 각각 2가지로 하였으나, SBB-0과 SBC-0 는 슬리브의 영향을 파악하기 위하여 슬리브의 두께를 변수로 하여 수행하였다. 또한 볼트의 직경이 M 36 이상의 경우에는 추가로 실험체의 길이를 변경하여 비교, 분석하였다.

그림 4는 구성요소를 나타낸 것이며, 실험체 기호 표기는 그림 5와 같고 표 1은 실험에 사용된 실험체의 종류를 나타낸 것이다.

표 1 실험체의 종류에 따른 구성 성분 단위(mm)

실험체명	스트럿	볼트	슬리브	볼	길이( $l_0$ )
SAA-0	$\phi 76.3 \times 3.2$	M 20	32×34×5t	$\phi 68$	800
SAA-1	$\phi 76.3 \times 3.2$	M 20	32×34×5t	$\phi 68$	800
SBB-0	$\phi 101.6 \times 4.2$	M 27	41×45×6t	$\phi 86$	800
SBC-0	$\phi 101.6 \times 4.2$	M 27	46×45×7.5t	$\phi 86$	800
SCD-0	$\phi 139.8 \times 4.5$	M 36	55×62×8.5t	$\phi 118$	800
MCD-0	$\phi 139.8 \times 4.5$	M 36	55×62×8.5t	$\phi 118$	1000
MDE-0	$\phi 165.2 \times 5.0$	M 42	67×81×11t	$\phi 149$	1000
MDE-1	$\phi 165.2 \times 5.0$	M 42	67×81×11t	$\phi 149$	1000
LCD-0	$\phi 139.8 \times 4.5$	M 36	55×62×8.5t	$\phi 118$	2000
LDE-0	$\phi 165.2 \times 5.0$	M 42	67×81×11t	$\phi 149$	2000

#### 3.2 실험방법

실험체를 범용 구조물시험기의 베드 위에 설치된 지지점 형강에 올려놓고 지지점과 가력점에서 실험체가 수평을 유지하기 위하여 수포를 이용하였고, 지지점에는 단순보의 지점조건과 같게 하기 위하여 동일한 힌지를 지지점 형강위에 고정시켰으며 하중이 균등하게 배부되도록 하였다. 또한, 하중 재하시 편심이 생기는 것을 방지하고, 볼의 중앙부에 가력장치 이탈을 방지하도록 하였다. 실험은 슬리브 항복하중에 이르기까지는 1분당 약 0.2 톤, 그 이후에는 0.1 톤의 속도로 단조 가력 하였으며, 하중과 변위, 변형률은 변형률 측정기에 의해 컴퓨터에 5초 간격으로 자동으로 저장되도록 하였다.

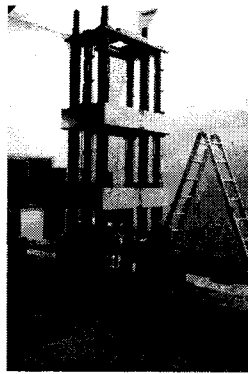


그림 6 범용 구조물 시험기의 전경

### 3.3 실험결과

각 실험체는 하중 재하시 볼 중앙과 스트럿에 설치된 변위계를 설치하여 변위를 측정하며 하중을 가하였다. 슬리브의 상·하단에 설치된 스트레인 게이지의 경우 하단부는 거의 변형이 없었으나 상단부는 하중재하시 탄성적으로 거동하여 상단의 일부가 소성에 들어가기 시작하였다. 볼트의 경우 비교적 단면적이 작은 SAA, SBB, SBC의 경우 볼트가 항복하여 취약단면인 핀 접합부가 파단이 생기는 현상이 발생하였으며 이때 파단 형상은 그림 9와 같다.



그림 7 가력전의 모습



그림 8 실험체 가력 모습



그림 9 볼트의 파괴 형상

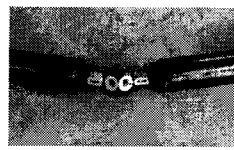


그림 10 슬리브 항복 후 최종 형상

모든 실험체에서 접합부의 휨 거동이 일어나는 동안 콘과 스트럿은 선형적으로 거동을 하였고, 슬리브의 일부가 항복응력을 초과하여 소성상태에 이르자 휨 스프링 상수도 서서히 감소하기 시작하였다. 이후로는 부재의 파단을 고려하여 서서히 감소시키며 실험을 중단하였다.

### 3.4 실험결과 분석

#### 3.4.1 SAA 실험체 (M 20, 32×34×5t)

SAA 실험체는 예상된 휨 스프링 상수인 542.97  $tf\text{cm}/\text{rad}$  보다 작은 값인 449.91, 519.29  $tf\text{cm}/\text{rad}$  이 나타났다. 하중재하시 슬리브의 상단부가 압축을 받기 시작하였고, 하단부는 떨어지기 시작하여 22  $tf\text{cm}$  부근에서 항복할 때까지 전혀 변형이 발생하지 않았으며, 스트럿 부분은 슬리브의 항복 모멘트에 도달한 하중을 제거한 후에 거의 회복되었다.

그림 11과 그림 12에서 보는 바와 같이 휨 스프링 상수가 급변하는 구간은 슬리브의 상단부가 항복하기 시작하는 지점과 일치함을 알 수 있다.

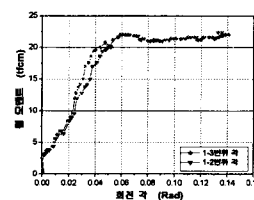


그림 11 SAA 실험체의 휨-회전각 관계

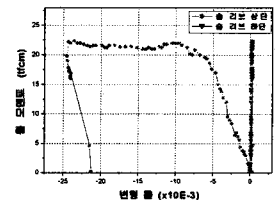


그림 12 SAA 실험체의 슬리브 변형률

#### 3.4.2 SBB, SBC 실험체 (M27, 41×45×6t, 46×45×7.5t)

SBB, SBC 실험체는 전체적으로 앞서 실험한 SAA와 유사한 거동을 보이고 있으며, 휨 스프링 상수는 962.316, 1224.14  $tf\text{cm}/\text{rad}$  의 값을 가져 예상되는 상수인 1035.80, 1382.0  $tf\text{cm}/\text{rad}$  보다 100  $tf\text{cm}/\text{rad}$  정도 낮은 값을 나타내었다. 슬리브의 두께가 약 1.5 mm 두꺼워진 SBC의 경우 약 1.2  $tf$ 의 하중에 더 저항할 수 있음을 알 수 있다.

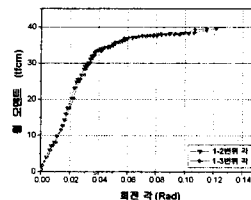


그림 13 SBB 실험체의 휨-회전각 관계

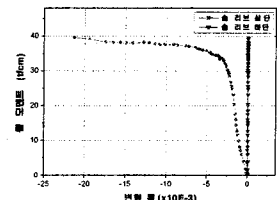


그림 14 SBB 실험체의 슬리브 변형률

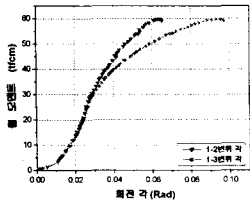


그림 15 SBC 실험체의  
휨-회전각 관계

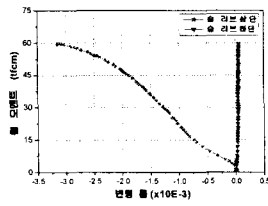


그림 16 SBC 실험체의  
슬리브 변형률

### 3.4.3 SCD, MCD, LCD 실험체 ( M 36, 55×62×8.5t )

SCD의 경우 초기 하중 재하시 지점부위에 국부 좌굴을 방지하기 위하여 강판을 설치하였고 또한 정확한 휨 스프링 상수를 평가하기 위하여 길이를 변경시키며 상수를 평가하였다. 유한요소로 해석된 예상 상수는 3559.97  $tf\ cm/rad$  로 SCD의 경우 3459.13  $tf\ cm/rad$ , MCD는 이보다 상회하는 3604.13  $tf\ cm/rad$  를 나타내었고, LCD의 경우는 가장 작은 값인 3286.64  $tf\ cm/rad$ 를 나타내었다. SCD와 MCD의 경우 슬리브의 상단이 항복하는 항복 모멘트가 발생하는 모멘트는 100  $tf\ cm$  를 넘었으며, 스트럿의 단부에는 국부 좌굴이 발생하였다. LCD의 경우 90  $tf\ cm$ 에서 슬리브의 상단이 항복하기 시작하였고, 부재 항복의 현상은 나타나지 않았다.

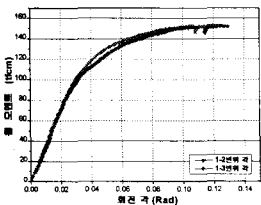


그림 17 SCD 실험체의  
휨-회전각 관계

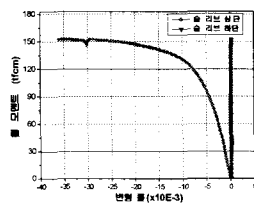


그림 18 SCD 실험체의  
슬리브 변형률

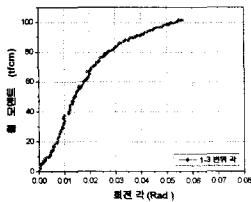


그림 19 LCD 실험체의  
휨-회전각 관계

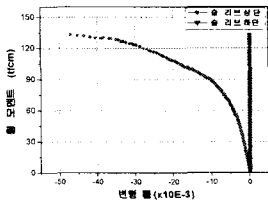


그림 20 LCD 실험체의  
슬리브 변형률

### 3.4.4 MDE, LDE 실험체 ( M42, 67×81×11t )

MDE와 LDE의 휨 스프링 상수는 5497.41, 5603.87,

5254.7  $tf\ cm/rad$ 로 예상 휨 스프링 상수 5261.81  $tf\ cm/rad$  보다 높은 값을 나타내었다. 하중 재하시 모멘트가 120  $tf\ cm$ 을 넘어서자 슬리브의 상단이 항복하기 시작하였으며, 스트럿의 콘에서 상당히 많은 응력의 변화가 일어남을 알 수 있다. 그러나, LDE의 경우 단부에 국부 좌굴은 나타나지 않았다.

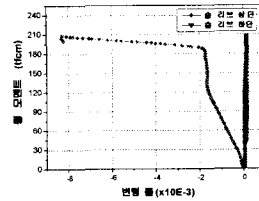


그림 21 MDE 실험체의  
슬리브 변형률

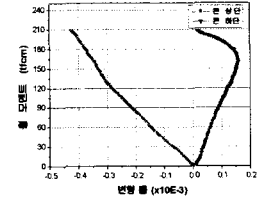


그림 22 LDE 실험체의  
콘의 변형률

## 3.5 실험 및 해석결과의 비교 분석

### 3.5.1 접합부의 유한요소 해석

실험에 의한 결과와 비선형 해석(3),5),6)에 의한 결과를 비교하여 볼트와 슬리브의 응력분포를 분석하기 위해 다음 그림 23과 같이 볼트 접합부를 모델링 하였다. 전체적인 모델은 8절점 6면체 요소를 사용하였으며 슬리브, 볼트 부분에는 접촉요소, 스트럿 부분은 선 요소를 사용하여 단순보의 지점조건을 가정 하였고, Z축 방향의 변위를 구속하여 휨 좌굴을 방지하였다. 가력 방법은 볼트의 중앙부분에 집중하중으로 예상 하중의 20~40개의 하중단계로 나누어 점차적으로 하중을 증가시키는 하중증분방식을 적용하였고, 해석 방법은 수정 Newton-Raphson 법1)을 사용하였다.

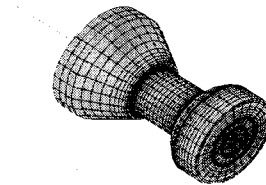


그림 23 접합부의  
유한요소 해석 모델

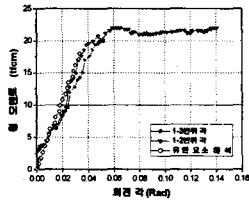


그림 24 SAA 실험체의  
토크-회전각 관계

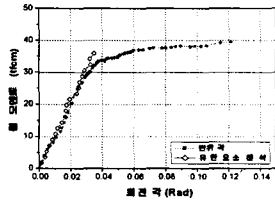


그림 25 SBB 실험체의  
토크-회전각 관계

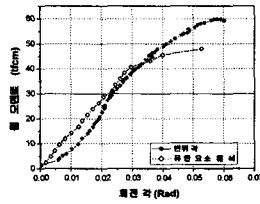


그림 26 SBC 실험체의  
토크-회전각 관계

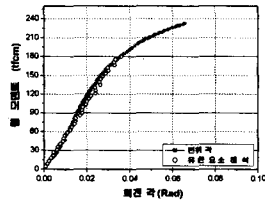


그림 27 MDE 실험체의  
토크-회전각 관계

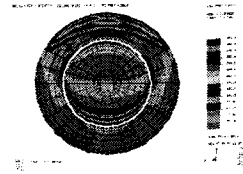


그림 28 SAA 실험체의  
볼트의 Mises 응력분포

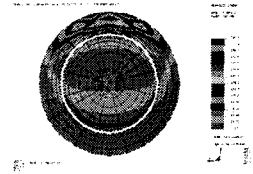


그림 29 SBB 실험체의  
볼트의 Mises 응력분포

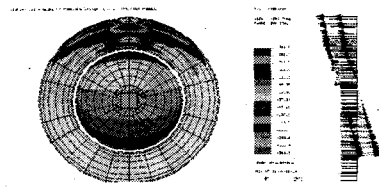


그림 30 볼트, 슬리브의  $\sigma_x$  분포

유한요소 해석결과 SAA는 전체적으로 오차율이 큰 20%의 오차율을 나타내었으며, SBC 실험체의 경우 자중에 의한 처짐이 발생하여 해석과의 오차율이 12% 발생하였다. 그러나, 그 이외의 실험체에 대하여서는 8% 미만의 비교적 정확한 값을 예측할 수 있었다.

해석결과가 실험의 결과와 유사한 거동을 나타내므로, 실제 실험에서 측정하기 어려운 볼트의 응력 분포를 파악하기 위하여 아래 그림과 같이 구조체의 응력 분포를 분석하였다. 그림 28은 Mises 응력을 통하여 슬리브가 항복하였을 때의 응력 상태를 나타낸 것이다. 이때 볼트의 상하단에 응력이 집중적으로 나타남을 볼 수 있다. 그림 30은 축방향 응력 ( $\sigma_x$ ) 을 나타낸 것으로 볼트의 하단부에서 인장력이 발생하고 볼트의 상단 부근에서 압축력이 발생하여 슬리브의 상단까지 연속됨을 볼 수 있다. 그림 28과 29와 같이 유한 요소 해석결과 거의 모든 실험체는 유사한 거동을 나타낼 수 있다.

## 4 수치해석

### 4.1 가정 1에 따른 수치 해석

볼트가 전 인장을 받는 가정에 의해 식 (1)에 따라 스프링 상수를 산출한 결과 AA, BB, BC 계열의 경우 오차율이 큰 25~56%의 값을 나타내었으며, CD, DE 계열의 경우 실험치와의 오차 값이 15% 미만의 값을 나타내었다. 특히 DE 계열은 오차율이 8% 미만으로 나타나 상당히 근사한 값을 나타내었다. 이 가정의 결과 볼트의 단면이 작을수록 오차율이 커지고 점차로 볼트의 단면이 커짐에 따라 오차율이 작아지고 있다. 이는 볼트의 파괴형태를 분석하였을 때 볼트의 단면이 작을수록 볼트 상단부에 압축력이 발생한다는 것을 알 수 있다.

표 2는 실험에 의해 측정된 결과와 유한요소 해석에 의한 스프링 상수 그리고 가정 1의 결과를 나타낸 것이다.

표 2 실험값, 가정1 및 유한요소해석 비교

단위 :  $tfcm/rad$

실험체의 종류	실험결과	유한요소 결과	오차율 (%)	가정1 결과	오차율 (%)
SAA-0	519.29	542.97	4.56	655.38	26.20
SAA-1	448.91	542.97	20.95	655.38	46.0
SBB-0	962.32	1035.80	7.64	1508.99	56.80
SBC-0	1224.14	1382.0	12.90	1885.28	54.0
SCD-0	3459.13	3559.57	2.90	3751.28	8.45
MCD-0	3360.12	3559.57	5.94	3751.28	11.64
MDE-0	5497.41	5261.81	4.29	5651.91	2.81
MDE-1	5508.86	5261.81	4.29	5651.91	2.60
LCD-0	3286.64	3559.57	8.30	3751.28	14.14
LDE-0	5254.70	5261.81	0.14	5651.91	7.56

### 4.2 가정 2에 따른 제안식의 정식화

가정 1의 결과 볼트의 단면이 작은 경우에는 오차율이 비교적 큰 값을 나타내므로 그림 3과 같이 가정하여 식 (5)에 따라 압축면까지의 거리  $b_x$ 를 변화시키면서 스프링 상수를 계산하였다. 그림 31은  $b_x$ 에 따른 스프링 상수를 그래프로 나타낸 것이다.  $b_x$ 가 볼트의 반지름에 도달하였을 때 볼트는 전 인장을 받으므로 가정 1의 결과와 동일한 결과가 나타난다.

$b_x$ 에 따른 휨 스프링 상수를 볼 때, 볼트의 단면이 작을수록  $b_x$ 의 값이 볼트의 중심에 가깝게 이동하고 단면이 큰 CD, DE계열의 경우 볼트 단부에 가깝게 이동한 것을 볼 수 있다.

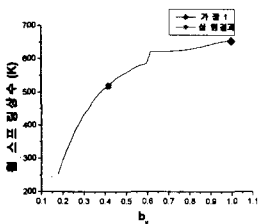


그림 31 SAA 실험체의  $b_x$ -스프링 상수 관계

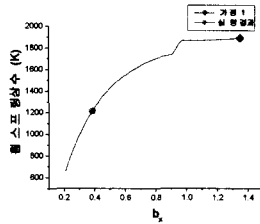


그림 32 SBC 실험체의  $b_x$ -스프링 상수 관계

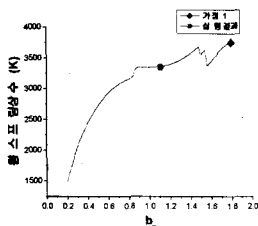


그림 33 MCD 실험체의  $b_x$ -스프링 상수 관계

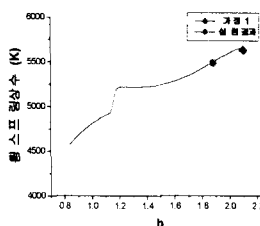


그림 34 MDE 실험체의  $b_x$ -스프링 상수 관계

### 4.3 다항 회기이론을 적용한 실험식 산정

2.2장에서 결정된  $b_x$ 의 길이를 바탕으로 인장면적을 산출하여 그림 35에 나타내었다.

이렇게 산출된 볼트의 인장면적에 대한 데이터를 분석하여 식 (7)과 같은 2차식의 형태로 유도하며, 이때 오차( $R$ )는 평균이 0이고 분산이  $\sigma_i^2$ 인 정규분포를 가지도록 한다.

$$y = b_0 + b_1x + b_2x^2 \quad (7)$$

$$R_i = y_i - (b_0 + b_1x + b_2x^2)$$

파라미터  $b_i$ 에 대한 최후추정치는  $\chi^2$ 을 최소화함으로 계산할 수 있다.

$$\chi^2 = \sum_{i=0}^N \frac{R_i^2}{\sigma_i^2} \quad (8)$$

분석된 그래프는 그림 36과 같고, 산출된 인장면적의 제안식은 다음 식 (9)와 같다.

$$A_T = 0.06 \times A_B^2 + 0.267 A_B + 0.537 \quad (9)$$

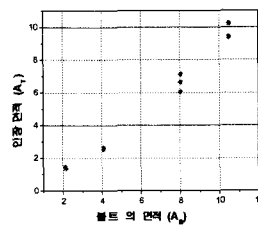


그림 35 볼트 전면적에 대한 인장면적 관계

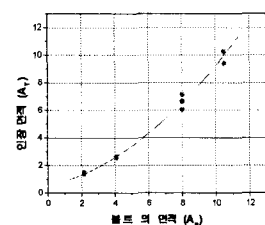


그림 36 다항 회기이론에 의한 제안식 산정

### 4.4 제안식 결정후 결과

제안된 식 (9)를 이용하여 스프링 상수를 평가한 결과 오차율이 비교적 큰 값을 나타내었던 AA, BB, BC 계열의 오차율을 15% 이내로 평가되어 나타남을 알 수 있고, 비교적 오차율이 작았던 CD, DE 계열의 실험체 역시 5% 미만의 오차율을 나타내었다. 그림 37은 실험의 결과와 유한요소, 가정1, 가정2에 의하여 산출된 값을 나타내었다.

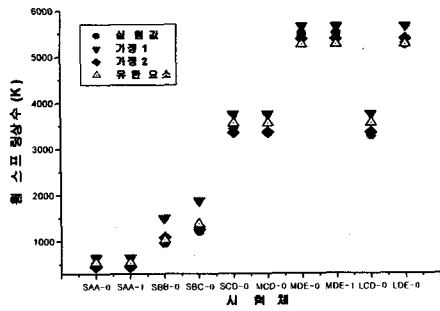


그림 37 실험, 제안식, 그리고 유한요소해석에 의한 휨 스프링 상수 비교

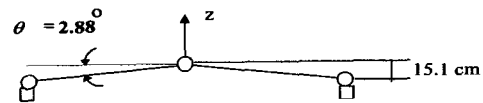
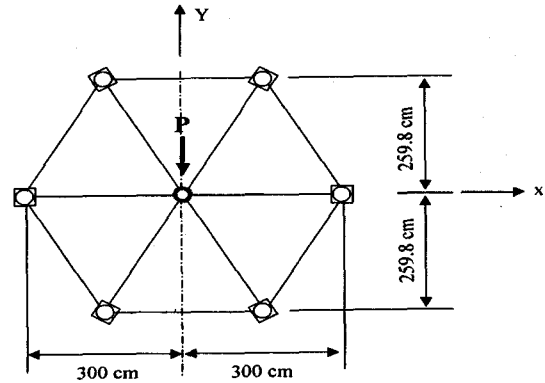


그림 38 해석 모델 1

모델화에 따른 휨강성  $x$ 는 식 (10)을 사용하여 산정하였으며,  $\lambda_1$ 은 볼의 반경/ $l_o$ ,  $\lambda_2$ 는 커넥터의 길이/ $l_o$ 를 나타낸다.

$$x = K_B \frac{l_o}{EI_y} \quad (10)$$

표 3 제안식과 유한요소의 스프링 상수값 비교

단위 :  $tf/cm/rad$

실험체 종류	실험결과	유한요소 결과	오차율 (%)	가정2 결과	오차율 (%)
SAA-0	519.29	542.97	4.56	459.13	11.59
SAA-1	448.91	542.97	20.95	459.13	2.28
SBB-0	962.32	1035.80	7.64	1101.27	14.43
SBC-0	1224.14	1382.0	12.90	1268.76	3.64
SCD-0	3459.13	3559.57	2.90	3355.60	2.99
MCD-0	3360.12	3559.57	5.94	3355.60	0.13
MDE-0	5497.41	5261.81	4.29	5386.13	2.02
MDE-1	5508.86	5261.81	4.29	5386.13	2.23
LCD-0	3286.64	3559.57	8.30	3355.6	2.10
LDE-0	5254.70	5261.81	0.14	5386.13	2.50

표 5 단위모델의 변수

부재 명칭	$x$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\sigma_y$ ( $tf/cm^2$ )	탄성계수 ( $tf/cm^2$ )	변형률 경화계수 ( $tf/cm^2$ )
단위뿔	1.42	0.028	0.041	3.66	2100	21

### 4.5 단층 래티스 돔의 해석

#### 4.5.1 해석 모델 1 (단위돔)

이 장에서는 제안된 식을 통하여 얻어진 휨 강성을 이용하여 보다 현실적인 좌굴값을 얻기 위하여 Ueki의 단위실험 모델과 비교하였다. 모델은 그림 38과 같은 육각형 평면을 갖는 단위 단층 래티스 돔이며 중앙에서의 부재 반개각은  $\theta = 2.88^\circ$  이고, 하중 조건은 중앙 집중하중으로 가정한다. 또한 지지점의 경계조건은 핀 지지이고, 구성부재의 성질은 다음과 같다.

표 4 단위모델의 제원

부재 명칭	스트럿 종류	슬리브 종류	볼트 종류	볼 직경	부재길이
단위 돔	$\phi 139.8 \times 4.0$	$52 \times 46 \times 7t$	M36	17cm	300 ~ 300.38cm

단위 래티스 돔을 해석한 결과 단위 돔 실험결과와 좌굴하중  $P_{max} = 3.10 tf$ , 그리고 해석결과  $P_{max} = 3.17 tf$ 을 나타내어 비교적 정확한 값을 산정 하였다. 그림 39는 해석결과를 하중-변위 그래프로 나타낸 것이며, 그림 40은 Ueki의 단위 래티스 돔을 사용한 실험결과를 나타낸 것이다.

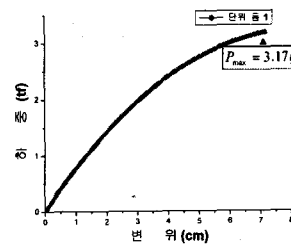


그림 39 단위 돔의 해석결과

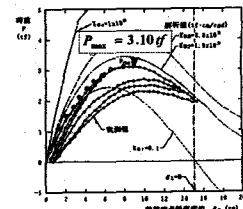


그림 40 Ueki의 단위 돔의 실험결과

#### 4.5.3 해석 모델 2 (단층 래티스 돔)



이 논문의 탄소성 해석에 의한 최대하중, 즉 부재 모델에서 가정한 스프링의 항복에 의해 결정되는 탄소성 좌굴하중이 앞서 해석한 단위돔을 통하여 상당히 신뢰성이 있다고 판단되어, 다음과 같은 해석 모델에 대해서 접합부의 특성에 따른 탄소성 좌굴하중의 변화를 분석하여 보았다. 해석 모델은 그림 41과 같이 육각형 평면을 갖는 단층 래티스 돔으로 중앙절점에서의 부재 반개각은  $\theta=3^\circ$  이고, 하중조건은 등분포 하중을 가한다. 또한 지지점의 경계조건은 핀지지이고, 구성부재의 와 접합부는 실험에 사용된 CD (M 36, 55×62×8.5t), DE (M42, 67×81×11t) 계열로 2가지를 사용하여 해석하였으며, 구성부재와  $x$ ,  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ 는 표 6과 표 7에 나타내었다.

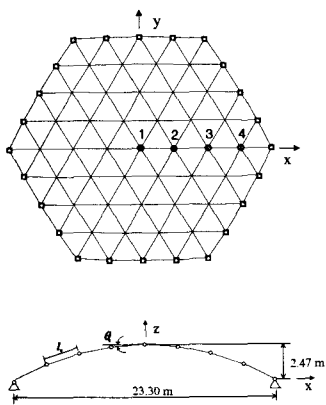


그림 41 단층 래티스 돔의 해석 모델

표 6 단층 래티스 돔의 제원

부재 명칭	스트럿 종류	슬리브 종류	볼트 종류	볼 직경	부재길이
CD	Ø139.8×4.5	55×62×8.5t	M36	11.8cm	298.37~300cm
DE	Ø165.2×5.0	67×81×11t	M42	14.9cm	298.37~300cm

표 7 단층 래티스 돔의 변수

부재 명칭	$x$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\sigma_y$ (tf/cm <sup>2</sup> )	탄성계수 (tf/cm <sup>2</sup> )	변형률 경화계수 (tf/cm <sup>2</sup> )
CD	1.098	0.02	0.039	3.66	2100	21
DE	0.958	0.025	0.051	3.66	2100	21

단층 래티스 돔의 좌굴형상을 파악하기 위하여 그림 41과 같이 4개의 절점에 대하여 하중-변위 관계를 살펴보았다. DE 계열의 경우 그림 42와 같이 4번 절점의 변위가 가장 크게 나타났으며( $\delta_{DE4} = 5.21$  cm),

1번 2번 절점의 경우 유사한 변위를 나타냈으나, 3번 절점은 비교적 변위가 작은값( $\delta_{DE3} = 2.75$  cm)을 나타내었다. 좌굴하중은 모든 절점에 대하여 근사한 하중을 나타내었다. 그림 42와 43은 DE 계열 해석 모델의 절점에 따른 하중-변위 그래프와 좌굴형상을 나타내었다. CD 계열의 경우 나머지 절점은 앞의 DE 계열과 달리 4번 절점과 나머지 절점의 변위가 크게 나타나지 않았으며( $\delta_{DE4} = 3.42$  cm,  $\delta_{DE3} = 2.62$  cm), 좌굴형상도 그림 45와 같이 DE 계열과 전체적으로 다른 형상을 나타냄을 볼 수 있다. 또한, 좌굴하중의 경우  $P_{DE} = 8.5$  tf,  $P_{CD} = 5.5$  tf 를 나타내어 DE 계열의 실험체가 CD 계열에 비하여 큰 차이를 나타냄을 볼 수 있다.

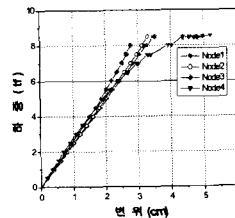


그림 42 해석 모델 (DE 계열)의 절점에 따른 하중 변위 관계

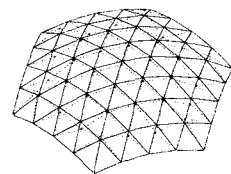


그림 43 단층 래티스 돔의 좌굴 후 변형 (DE계열)

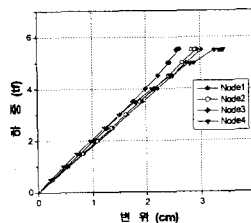


그림 44 해석 모델 (CD 계열)의 절점에 따른 하중 변위 관계

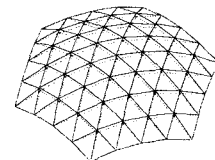


그림 45 단층 래티스 돔의 좌굴 후 변형 (CD계열)

## 5. 결론

이 연구에서는 대공간 구조시스템에 사용되고 있는 볼 삽입식 조인트를 부재 스트럿의 길이, 볼트의 직경, 슬리브의 직경에 따라 분류하고 실험을 통하여 휨 스프링 상수를 측정하였으며, 하중 재하시 스트럿, 슬리브의 변형률을 측정하여 응력 분포를 분석하였다. 또한 유한요소 해석을 통하여 스프링 상수를 해석적으로 검토하였으며, 슬리브 항복시 각 구성 성분의 응

력 분포를 분석하였다. 이러한 실험과 해석 결과를 통하여 볼트가 전 인장을 받는 가정 1의 오차율을 수정하여 볼트 상단의 부분 압축을 받는 가정을 결정하여 제안식을 제시하였다. 이렇게 결정된 휨 스프링 상수를 단층 래티스 돔의 해석에 적용하였다. 이러한 연구의 결과를 요약하면 다음과 같다.

1) 유한 요소 해석결과 AA계열의 경우 탄성영역에서 20%의 오차율이 나타났으며, 그 이외의 경우에는 8% 미만의 결과가 나타났다. 슬리브가 항복하였을 때 응력분포를 분석한 결과 볼트의 상당 부분이 인장력을 받으며, 슬리브의 상단부와 함께 볼트의 상단부에도 작은량의 압축응력 분포하는 것으로 나타났다.

2) 볼트의 압축선단  $b_x$  를 이동시키며 가정 2의 해석을 수행한 결과 볼트의 직경이 작은 AA, BB, BC의 경우 볼트 반지름의 상당량이 압축을 받을 경우 실험값과 동일한 휨 스프링 상수를 얻을 수 있었으며, CD, DE 계열의 경우 비교적 작은량의 압축 면적이 산출되었다.

3) 계산된  $b_x$  에 따라 볼트의 인장면적을 산출하고 데이터를 분석하여 제안식을 산출한 결과 오차율이 큰 AA, BB, BC의 경우 20% 이내로 나타났으며, CD, DE 계열의 경우도 보다 작은 오차율을 나타내었다.

4) 실험에 사용된 AA, CD 계열보다 작은 볼 조인트를 제안식을 사용하여 스프링 상수를 산출하고, 단위 단층 래티스 돔에 적용한 결과 해석 모델 1의 경우 Ueki의 실험결과인 3.1 tf 보다 조금 상회하는 3.17 tf의 좌굴하중을 나타내었다.

5) 실험에 사용된 CD, DE 계열과 동일한 부재를 사용하여 단층 래티스 돔을 해석한 결과 좌굴하중은 DE 계열의 부재를 사용한 것이 상대적으로 큰 좌굴하중치를 나타내었으며, 좌굴형상은 DE 계열의 경우 4번 절점의 변위가 다른 절점에 비하여 비교적 큰 형상을 나타내었고, CD 계열의 경우 변위값이 모두 유사한 형태의 좌굴형상을 나타내었다.

#### 참고문헌

1. William Weaver, Jr. and Paul R. Johnston, Finite Elements for Structural Analysis,

Prentice-Hall, 1984.

2. Hiyama, Y. and Kato, S., "Experimental and Analysis of Aluminum Single-Layered Reticular Domes," IASS International Congress, 1997, pp.307-316.

3. Yamashita, T., and Kurieda, H., "Geometrical Nonlinear Analysis of Single-Layer Latticed Domes," Innovative Large Span Structures, Vol. 2, IASS-CSCE International Congress, 1992, pp.476-486.

4. 植木降司, 向山洋一, 庄村昌明, 加藤史郎, "單層ラチスドームの載荷試験おとび弾塑性座屈解析", 日本建築學會構造系論文報告集, No.421, 1991.3, pp.117~128.

5. 高島英幸, 柴田良一, 加藤史郎, "スペースフレーム接合部の數値シミュレーション法", 日本建築學會構造系論文報告集, No.455, 1994. 1, pp.105-111.

6. 高島英幸, 加藤史郎, "緩みのある接合特性を有する單層ラチスドームの弾塑性學動シミュレーション法", 日本建築學會構造系論文報告集, No.498. , 1997. 8, pp.91~pp.97.

7. 한상을, 권현재, 신용환, "접합부의 성질을 고려한 볼접합 단층 래티스 돔의 탄소성 좌굴해석" 한국전산구조공학회 가을 학술발표회 발표논문, 2000년 10월, pp. 90~97.