

판 변형 정밀 예측을 위한 폭방향 압하력 및 tension 분포예측 모델 개발

김용기*, 황상무*
기계공학과, 포항공과대학교*

Roll force and tension distribution along the width for the precision prediction of strip deformation

Y. K. Kim*, S. M. Hwang*
Mechanical Engineering Department, POSTECH*

Abstract

The force profile from strip to work roll is very important factor in deformation of roll. But It is not easy to predict the profile because strip crown affect its tendency. From finite element method result, some assumptions can be obtained and the roll force profile model is derived. Also the tension profile and lateral strain are derived. The prediction accuracy of the proposed model is examined through comparison with finite element calculation result.

Key words : on-line model, roll force profile, tension distribution, lateral strain

1. 서론

strip 에서 work roll 로 가해지는 폭 방향 roll force 분포 모델은 기존에 여러 번 시도되었지만 실제 정확히 예측하기 힘들었다. strip crown 의 형태에 따라 그 양상이 많이 다르다는 것은 이미 유한 요소 해석이나 실험에 의해 입증이 되었으나 정확히 표현하는 모델은 지금까지 없었다. 이에, 소성가공 이론과 유한 요소 결과로 힌트를 얻어 모델 식을 구성해서 strip 에서 가해지는 힘을 비교적 정확히 개발하게 되었다. 기존과 다른 점 중에 하나는 Roll Bite 영역의 변형뿐만 아니라 Bite 직전의 영역(Pre deformation zone)의 변형까지 고려해서 훨씬 정확한 예측이 가능하게 되었다.

게다가 모델 유도과정에서 폭 퍼짐 량과 roll bite 입측과 출측의 압연방향 응력 즉 front tension 과 back tension 까지 예측이 가능하게 되었다. 특히 front tension 분포로부터 Roll 을 통과한 strip 의 폭 방향에 따라 인장이나 압축 분포를 조사해보면 어느 특정부분에 최대 compression 이 걸리는 것을 알 수 있게 되는데 이는 압연현상 중에 일어나는 Edge-wave 나 Center-buckling 의 현상을 대변하게 되어서 이 부분에 대한 연구 가능성도 남기게 되었다.

이 모델은 냉연, 열연 모두 적용될 수 있으며, 공정조건의 모델 결과를 유한 요소 해석의 결과와 비교해서 유효성을 검증하였다.

2. 모델 식 유도

2.1 정의

Strip 형태를 간단히 표현해 본다. Fig.1 에서 3 차원 형상으로 표현했는데 본 모델에서는 strip 이

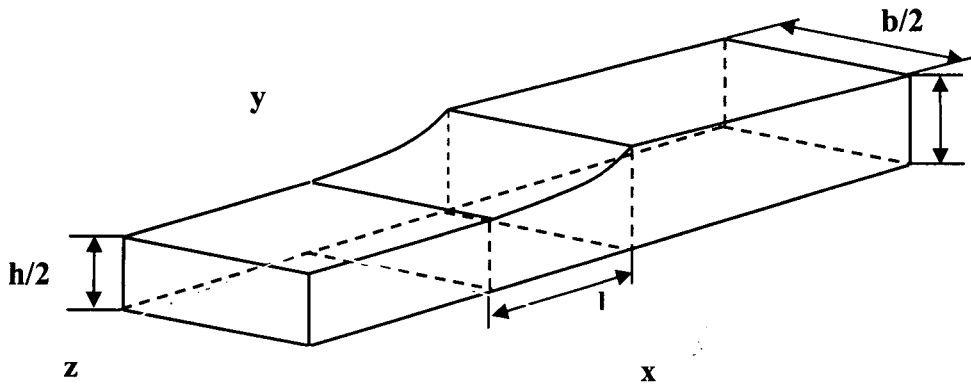


Fig.1 Shape of strip (3D)

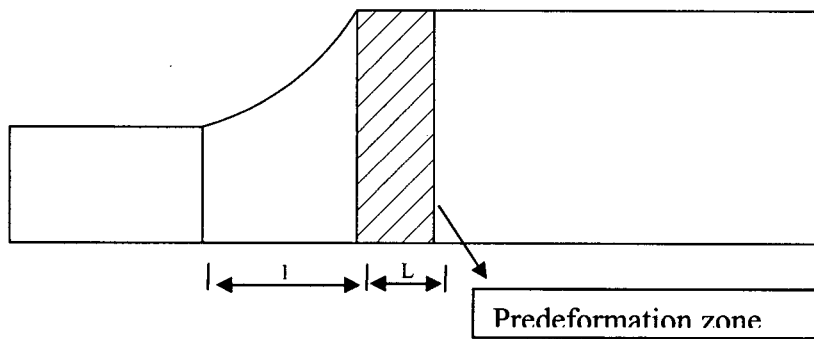


Fig.2 Shape of strip (2D)

상하, 좌우 대칭이라 보고 전체 1/4 를 표시했다. Fig.2 에서는 2 차원 형태를 보여주고 있는데 주목할만한 점은 Predeformation zone 을 표시했는데 실제 유한 요소 해석 결과를 보면 이 영역에서 폭 방향 수축이 일어나는 현상을 보여주고 그 정도도 무시 못할 량이어서 본 모델은 이 영역을 포함시켰다. Predeformation zone 의 길이는 L , deformation zone(bite length)의 길이는 l 로 표시하기로 한다.

3 개의 변형률을 정의한다.(Fig.3)

$$W = \ln \frac{dx}{dX} \quad (1)$$

$$w = \ln \frac{dx}{dX'} \quad (2)$$

$$w_0 = \ln \frac{dX'}{dX} \quad (3)$$

여기서 W 는 Inlet 에서 exit 에서의 폭길이 strain 을 w 는 bite 영역의 strain, w_0 는 predeformation 에서의 strain 을 정의한다. 식 전개에 핵심인 이 3 개 변수의 관계는

$$W = w + w_0 \quad (4)$$

가 된다. 이제 W, w, w_0 를 각각 고려해서 알맞은 형태를 식(4)에 대입해서 식을 만들것자 한다.

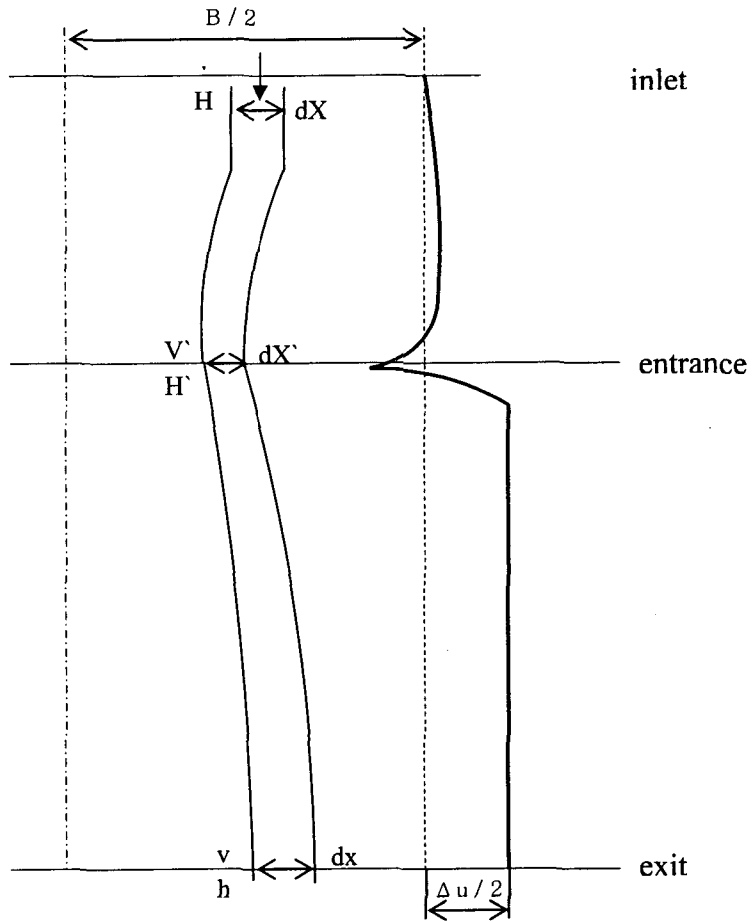


Fig. 3 Steam line of strip of rolling direction

2.2 Predeformation Zone

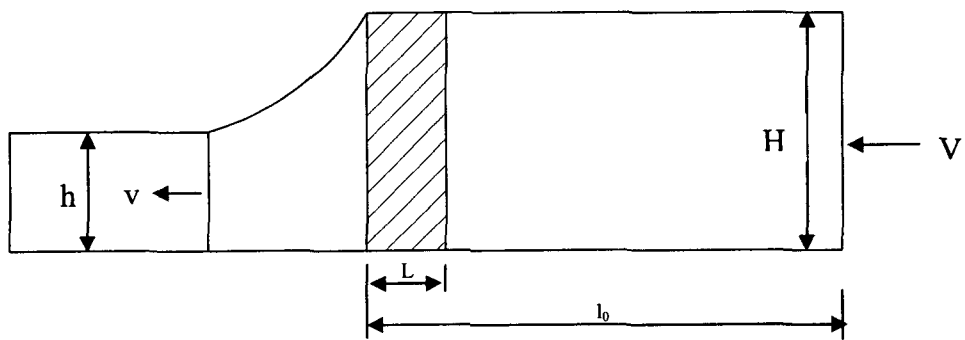


Fig. 4 Defintion of predeformation zone

여러 유한요소 시뮬레이션을 통해 이 부분에서 strip crown 의 존재유무를 떠난 공통적인 경향성을 발견할 수 있어서 가정을 세울 수 있게 된다. (Fig.5)

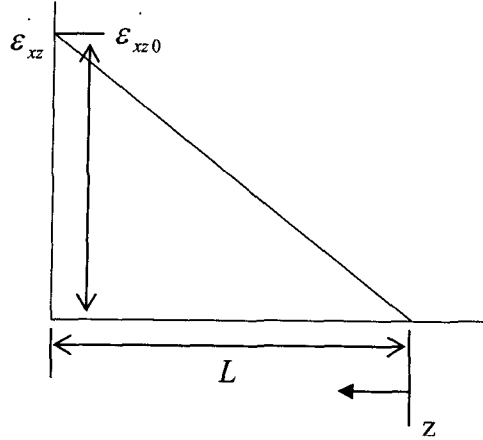


Fig. 5 1st Assumption of predeformation

Fig.5 에서 볼 수 있듯이 linear 한 경향이 나타났다.식으로 표현하면,

$$\varepsilon_{xz} = \frac{\varepsilon_{xz0}}{L} z \quad (5)$$

여기서 ε_{xz0} 는 bite zone 직전의 값이 된다.
다른 하나의 가정은,

$$\varepsilon_{xz} \approx \frac{1}{2} \frac{\partial V_x}{\partial z} \quad (6)$$

즉 폭방향에 대한 압연방향(z 방향)속도 구배는 무시한다.

식 (5)와 (6)을 합쳐 전개하면

$$w_0 = \frac{L^2}{3V} \cdot \frac{\partial \varepsilon_{xz0}}{\partial x} \quad (7)$$

이 된다.

이제 ε_{xz0} 성분을 응력성분으로 대체하고자 한다. (Fig 6,7)

Fig.6 에서 l_0 는 Inlet 에서 bite 영역 직전까지의 길이, $\overline{\sigma}_b$ 는 실제 조업중에 걸어주는 back tension 량을 나타낸다.

Fig.7 에서는 predeformation 의 다른 가정을 보여준다. 식으로 표현하면,

$$\tau_{zx} = \frac{\tau_{zx0}}{L} z \quad (8)$$

이 된다.

$$f_z = \int_0^L \tau_{zx} H dz = \int_0^L \frac{\tau_{zx0}}{L} z H dz = \frac{1}{2} H \tau_{zx0} L \quad (9)$$

$$\sum F_z = \frac{\partial f_z}{\partial x} dx + (\sigma_{z0} - \overline{\sigma}_b) dx H = 0 \quad (10)$$

$\overline{\sigma}_b$

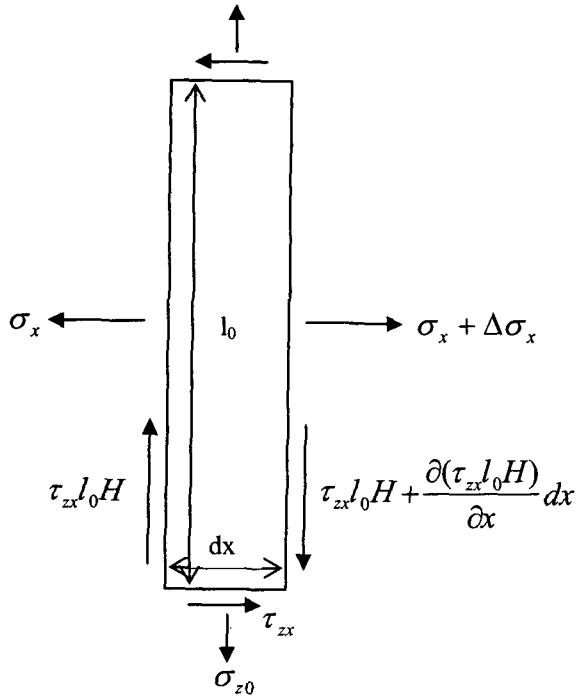


Fig. 6 stresses on predeformation zone

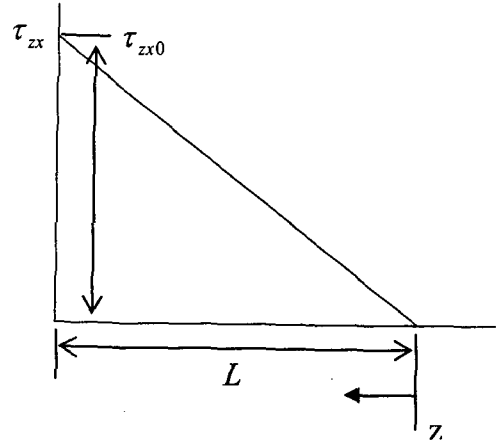


Fig. 7 2nd assumption of predeformation

Levy-Mises Equation 으로부터,

$$\frac{\partial \tau_{zx0}}{\partial x} = \frac{2\bar{\sigma}}{3\bar{\varepsilon}} \frac{\partial \varepsilon_{xz0}}{\partial x} \quad (11)$$

식(9),(10)을 합쳐 (11)에 대입하면,

$$L \frac{\bar{\sigma}}{3\bar{\varepsilon}} \frac{\partial \varepsilon_{xz0}}{\partial x} + \frac{\bar{\sigma}}{3\bar{\varepsilon}} \varepsilon_{xz0} \frac{\partial L}{\partial x} = -\sigma_{z0} + \bar{\sigma}_b \quad (12)$$

식(12)를 식(7)에 대입하고 $\frac{\partial L}{\partial x} = 0$ 을 가정하면,

$$\frac{\bar{\sigma}}{\bar{\varepsilon}_0} \frac{V}{L} w_0 = -\sigma_{z0} + \bar{\sigma}_b \quad (13)$$

여기서 $\bar{\varepsilon}_0$ 는 entrance 에서의 $\bar{\varepsilon}$ 이다.

2.3 Deformation Zone

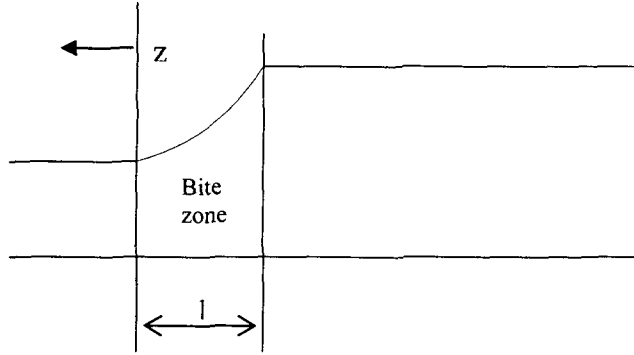


Fig. 8 defintion of deformation zone

이미 기존에 Matsumoto 에 의해 bite 에서의 변형률 식이 있지만 (참고문헌 4) 새롭게 식을 유도해서 다음과 같은 식을 얻었다.(유도과정 생략)

$$w = A \frac{d^2 \bar{\sigma}_x}{dx^2} \quad (14)$$

$$A = \frac{4(1 - \frac{2}{3}r)l^2}{3k} \frac{G_2}{1 - G_1 r} \quad (15)$$

$$G_1(r) = \sqrt{\frac{1-r}{r^3}} \tan^{-1} \sqrt{\frac{r}{1-r} - \frac{1-r}{r}} \quad (16)$$

$$G_2(r) = 2\sqrt{\frac{1-r}{r}} \tan^{-1} \sqrt{\frac{r}{1-r} - \frac{1-r}{r}} \ln\left(\frac{1}{1-r}\right) - 1 \quad (17)$$

$$k = \frac{\sqrt{3}}{2} \bar{\sigma} \quad (18)$$

식(4),(13)을 (14)식에 대입하면,

$$W - \frac{\bar{\varepsilon}_0 L}{\sigma V} (-\sigma_{z0} + \bar{\sigma}_b) = A \frac{d^2 \bar{\sigma}_x}{dx^2} \quad (19)$$

한편

$$\bar{\sigma}_x = \bar{\sigma}_z - \frac{1}{2}k \quad (20)$$

$$\bar{\sigma}_x = \frac{\int_l^0 \sigma_x dz}{l} \quad (21)$$

$$\bar{\sigma}_z = \frac{\int_l^0 \sigma_z dz}{l} \quad (22)$$

식(20)을 (19)에 대입하면,

$$W - \frac{\bar{\varepsilon}_0 L}{\sigma V} (-\sigma_{z0} + \bar{\sigma}_b) = A \frac{d^2 \bar{\sigma}_z}{dx^2} \quad (23)$$

압연방향 변형률이 작은 가정과 롤의 2차원 형태를 2차 곡선으로 가정해서 식(23)을 정리하면,

$$W + A_1 \frac{\sigma_{z0}}{k} - A_1 \frac{\bar{\sigma}_b}{k} = A_2 \frac{d^2 (\frac{\bar{\sigma}_z}{k})}{dx^2} \quad (24)$$

$$A_1 = \frac{8 l_0}{3 l} r, \quad A_2 = \frac{2}{9} \frac{r}{1 - \frac{2}{3} r} l_2 \quad (25)$$

Incompressibility 조건을 쓰면

$$W(x) = \frac{H(1-r)}{h} + \ln(1 + \frac{\Delta u}{b}) \quad (26)$$

2.4 Kwak's model 결합 (참고문헌 1)

이미 기존의 tension 과 roll force 모델과의 관계식을 적용하게 되면 식(23)의 σ_{z0} 을 다른 무차원 변수들로 구성할 수 있다. 여기서 σ_{z0} 는 σ_b 즉 back tension 이 된다.

식 (23)을 정리해서 나타내면,

$$\frac{d^2 \bar{\sigma}_z}{dx^2} + \frac{A_1 D_1}{A_2} \frac{\bar{\sigma}_z}{\sigma} - \frac{1}{A_2} \left\{ \frac{H(1-r)}{h} (1 + \frac{\Delta u}{b}) - 1 \right\} - \frac{A_1 D_2}{A_2} + \frac{A_1}{A_2} \bar{\sigma}_b = 0 \quad (27)$$

$$D_1 = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{\frac{h}{H}}}{a_b \sqrt{\frac{h}{H}} + a_f} \cdot \frac{l}{Rg \sin \Phi_1} \quad (28)$$

$$D_2 = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{\frac{h}{H}}}{a_b \sqrt{\frac{h}{H}} + a_f} \cdot \left(\frac{l}{Rg \sin \Phi_1} + \sqrt{\frac{h}{H}} a_b a_g - 1 \right) - \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{\frac{h}{H}} a_g \quad (29)$$

여기서 a_b, a_f, a_g 는 μ, s, r 의 함수이다. (참고문헌 1)

3. 결과

식(27)을 finite differential method 를 이용해서 근사해를 구해 풀고 force 와 tension 으로 나타내본다. 열연, 냉연 둘다 적용했고, 공정조건은 다음과 같다.

Inlet thickness 는 4mm , Outlet thickness 는 3mm, Roll radius 는 300mm, Width 는 1200mm 이고 Inlet 에서는 평평한 즉 crown 이 없는 경우이고 outlet 에서는 각각 0,60,-60(μ m)의 crown 이 있는 경우이다. 유한 요소 해석의 결과와 같이 비교해 본다.

3.1 Hot rolling case

3.1.1 outlet 에서 crown 이 0 μm

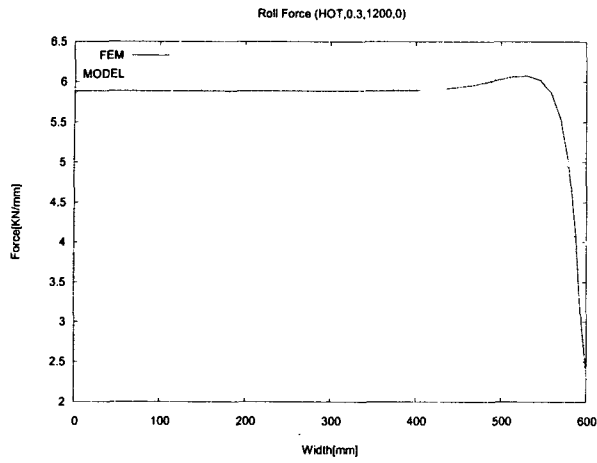


Fig. 8 Force distribution

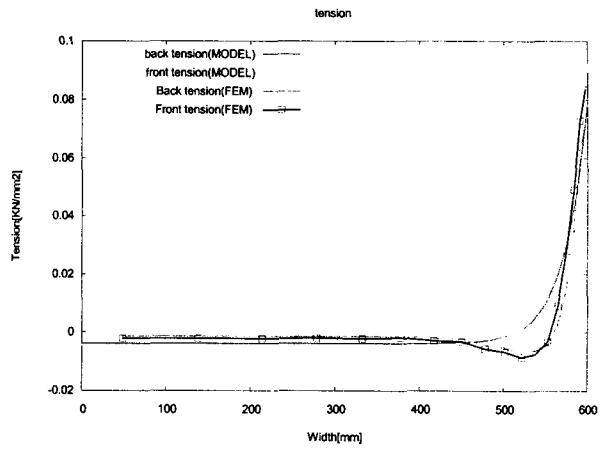


Fig. 9 Tension distribution

3.1.2 outlet 에서 crown 이 60 μm

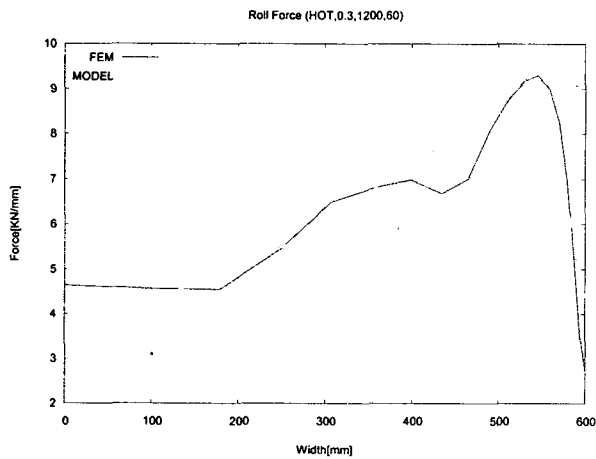


Fig. 9 Force distribution

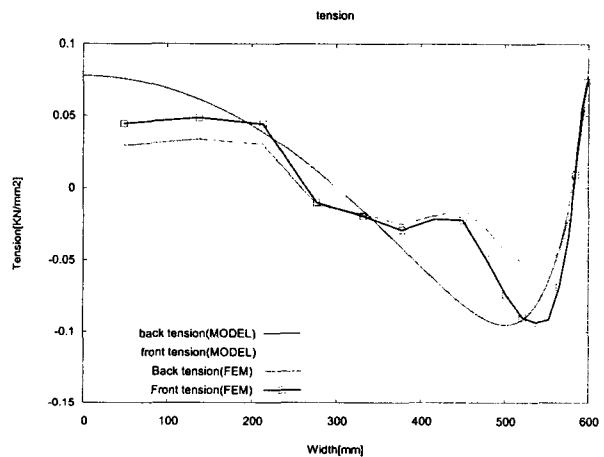


Fig. 10 Tension distribution

3.1.3 outlet 에서 crown 이 -60 μm

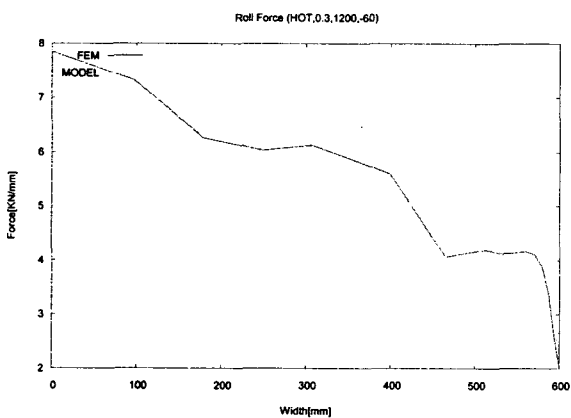


Fig. 10 Force distribution

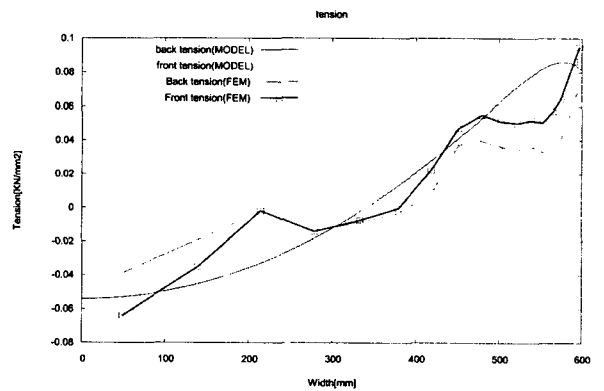


Fig. 11 Tension distribution

3.2 Cold rolling case

3.2.1 outlet 에서 crown 이 0 μm

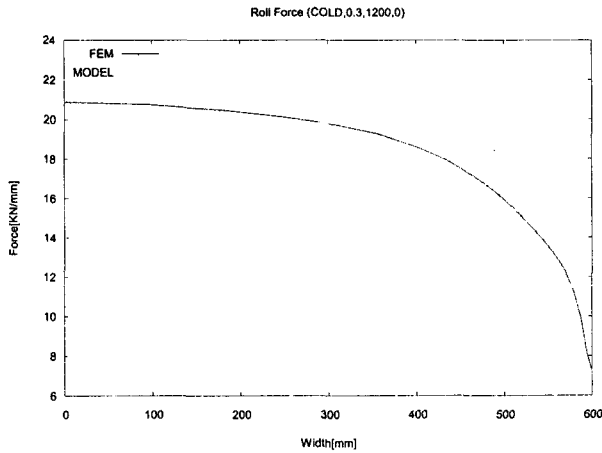


Fig. 11 Force distribution

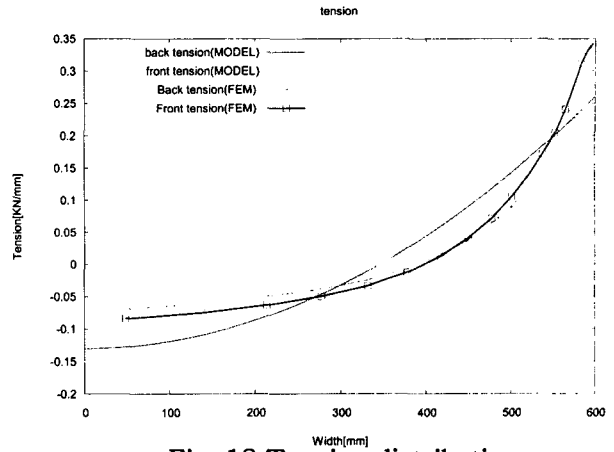


Fig. 12 Tension distribution

3.2.2 outlet 에서 crown 이 60 μm

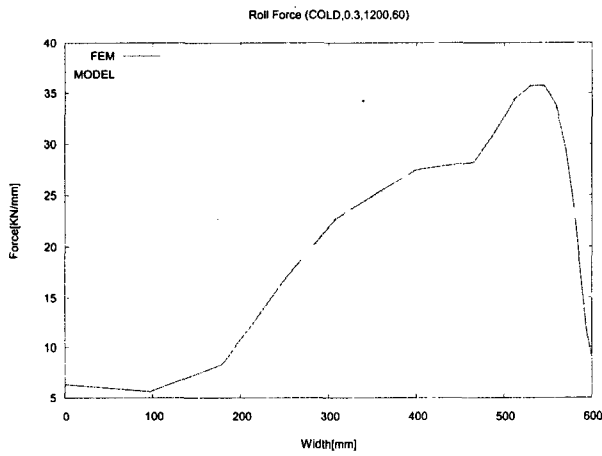


Fig. 13 Force distribution

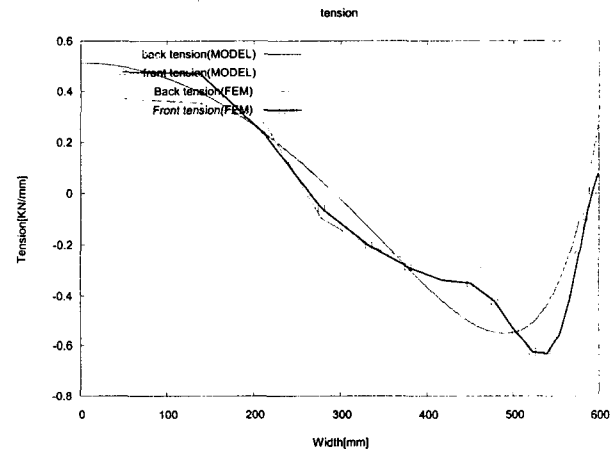


Fig. 14 Tension distribution

3.2.3 outlet 에서 crown 이 -60 μm

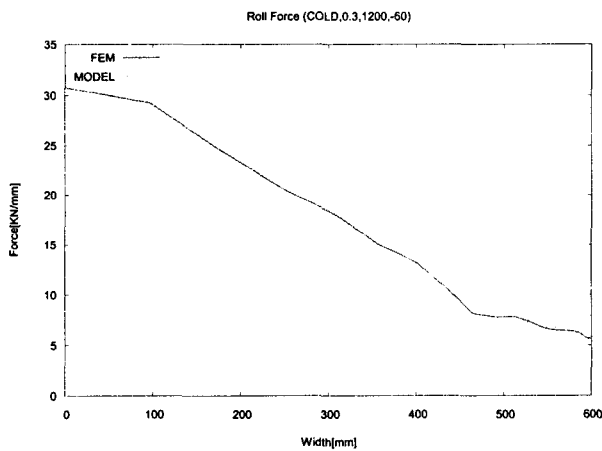


Fig. 15 Force distribution

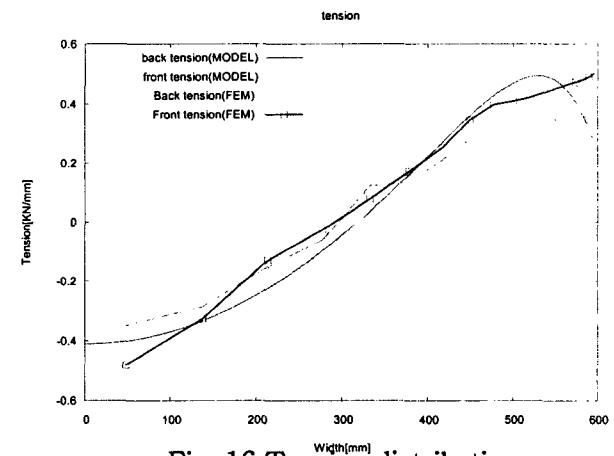


Fig. 16 Tension distribution

4. 결론 및 향후 계획

실제 유한 요소 해석결과와 비슷한 경향이 있는 것을 볼 수 있고 유한 요소 해석의 단점인 오랜 계산시간을 극복하기에 좋은 모델이 될 수 있을 것 같다. 실제 모델 계산시간은 1초 미만이다. 아직 연구 진행중이라 더 식을 보완하면 오차를 더 작게 할 수 있다고 본다. 그리고 *tension* 분포를 보면 앞에서 언급했듯이 *strip* 의 *buckling* 문제까지 예측할 수 있으며 이에 대한 연구도 계획 중이다.

5. 참고문헌

1. W. J. Kwak, Y. H. Kim, J. H. Lee, S. M. Hwang: *Met. Mater. Trans.*, 2002, Vol. 33A, pp. 3255-3272.
2. K. Yamada, S. Ogawa, and S. Hamazu: *Iron Steel Inst. Jpn. Int.*, 1991, Vol. 311, No. 6, pp. 566-570.
3. J. M. Alexander : *Proc. R. Soc. London*, 1972, Vol A326, p.535
4. H. Matsumoto : *Iron Steel Inst. Jpn. Int.*, 1991, Vol. 31, No. 6, pp. 550-558.
5. W. C. Chen, I. V. Samarasekera, and E. B. Hawbolt: *Metallurgical Trans.*, 1993, Vol. 24A, pp. 1307-1320.
6. O. C. Zienkiewicz, E. Onate, and J. C. Heinrich: *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 1981, Vol. 11, pp. 1497-1514.
7. J. H. Beynon, P. R. Brown, S. I. Mizban, R. S. Ponter, and C. M. Sellars: *NUMIFORM ' 86*, Gothenburg, Sweden, 1986, pp. 213-218.
8. C. G. Sun, C. S. Yun, J. S. Chung, and S. M. Hwang: *Met. Mater. Trans.*, 1998, Vol. 29A, pp. 2407-2423.
9. S. M. Hwang, C. G. Sun, S. R. Ryoo, and W. J. Kwak: *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 2002, Vol. 191, pp. 4015-4033
10. A. Ohnuki and K. Nakajima: *Proc. 4th Int. Conf. on Production Engineering*, Tokyo, 1980, pp. 1041-1046.
11. S. Shida: *J. Jpn. Soc. Technol. Plasticity*, 1969, Vol. 20, pp.610.
12. Marko Zlokarnik: *Dimensional analysis and scale-up in chemical engineering*, Springer-Verlag, Berlin, 1991.