

# 확률이론을 이용한 프로젝트 예비비 산정 및 관리

## Probabilistic Applications for Estimating and Managing Project Contingency

이 만 희<sup>\*</sup> O 유 위 성<sup>\*\*</sup> 이 학 기<sup>\*\*\*</sup>  
Lee, Man-Hee Yoo, Wi-Sung Lee, Hak-ki

### 요 약

건설사업관리자는 사업을 진행하기 전에 예측하지 못한 위험 발생 가능성에 대비한 예비비를 항상 고려해야 한다. 예비비를 충분히 고려하지 않고 사업을 수행하게 되면 리스크로 인한 총사업비에서의 초과 비용이 누적되어 향후 사업진행에 지장을 줄 수도 있기 때문이다. 과거의 실적자료를 바탕으로 적정한 예비비를 산정하기 위해 확률적 평가가 필요하며, 조건부 확률(conditional probability)을 사용함으로써 공정이 진행되면서 완료된 work package의 실제 공사비를 정보로 하여 잔여 공정에 대해 공사비와 예비비를 재산정할 수 있다. 즉, 증가된 정보로 공사의 불확실성을 감소시키고 좀더 현실적인 총사업비를 예측할 수 있게 된다. 본 연구에서는 예비비 산정 및 관리 프로세스를 제시하기 위한 기초적인 연구로써 가상 프로젝트의 5개 work package를 대상으로 확률이론의 적용 가능성을 제시하였다.

키워드 : 프로젝트 예비비, 실적자료, 사전확률, 사후확률, 조건부 확률이론

## 1. 서 론

### 1.1 연구의 배경 및 목적

건설사업의 초기에 가장 중요한 것은 합리적인 방법으로 산정된 공사비와 함께 사업을 진행하기 전에 사업의 불확실성으로 인한 실패 및 예측하지 못한 위험 발생 가능성을 고려하여 산정된 총사업비를 기준으로 계약을 체결하는 것이다. 이를 위해서는 정확한 견적과 더불어 사업에 내재된 불확실성 및 리스크에 대비한 예비비(contingency)의 산정이 중요하다.

특히 건설사업이 더욱 대형화, 전문화, 복잡화 되어 감에 따라 더 많은 리스크 요인에 직면하게 되면서 예비비의 수립 및 사업 진행에 따른 수행실적에 대한 분석결과를 바탕으로 예비비를 예측하여 관리할 수 있는 방법이 필요하게 되었다. 또한, 국내 공공공사에서 실적공사비 적산제도가 시행됨에 따라 예측할 수 없었던 경미한 설계 변경 등에 따른 금액을 적시에 조정하기 위해서는 이에 대비하여 일정 부분 유동성을 가지게 해주는 예비비의 필요성이 증대되고 있다고 할 수 있다.

따라서 본 연구에서는 예비비 산정 및 관리 프로세스를 제시하기 위한 기초적인 연구로써 확률이론의 적용 가능성 검증을 연구의 목적으로 한다.

### 1.2 연구의 범위 및 방법

본 연구에서는 사업초기 단계에서 적정 예비비를 수립하고 사업 진행에 따른 지속적인 예비비 관리를 위한 프로세스를 검증하기 위하여 가상의 프로젝트를 대상으로 5개의 work package에 대하여 확률이론을 적용하였다.

연구의 절차 및 방법은 다음과 같다.

- (1) 국내·외 관련 문헌을 수집하여 고찰한다.
- (2) 확률이론의 개념 및 건설사업에서 확률적 평가의 필요성을 제시한다.
- (3) 확률이론을 이용한 예비비 수립 및 관리 방법을 도출한다.
- (4) 가상 사례를 대상으로 확률이론의 적용 가능성을 검증하고, 마지막으로 결론을 제시한다.

## 2. 확률이론 및 건설사업에서의 확률적 평가

### 2.1 확률이론의 개념

#### 2.1.1 확률 및 확률분포

건설사업에서와 같이 모든 리스크 요인들이 동시에 발적으로 변화하는 상황에서 어떤 결과나 확률변수(random variable)가 나타날 가능성을 다루는 확률분포(probability distribution)가 불확실한 상황에서 의사결정을 하는데 유용한 모델로 사용될 수 있다. 이

\* 학생회원, 동아대 대학원 건축공학과, 박사과정  
\*\* 학생회원, Department of Civil Engineering, Texas A&M University, U.S, 박사과정  
\*\*\* 중신회원, 동아대 건축학부 부교수, 공학박사

러한 접근법은 전체 프로젝트의 변화성 또는 불확실성에 관심이 있을 때 사용될 수 있으며, 이러한 접근법을 사용하기 위해서는 프로젝트 전체 비용의 확률분포를 찾아야 한다. 확률분포는 확률변수가 취할 수 있는 모든 가능한 값, 즉 표본공간의 모든 결과들이 각각 발생할 확률에 대한 분포를 의미하며<sup>1)</sup>, 여기서 확률은 경우에 따라 사전확률(prior probability)과 사후확률(posterior probability) 등으로 구분될 수 있다. 본 연구에서는 work package의 사전, 사후 확률분포 변화를 분석하여 예비비를 관리함에 있어서 모든 확률분포를 다루지 않고 정규분포(normal distribution)를 사용한다.

### 2.1.2 조건부 확률

조건부 확률(conditional probability)은 어떤 사상이 발생하였다는 조건하에 다른 한 사상이 발생하게 될 확률을 의미한다. 이러한 조건부 확률을 사용함으로써 완료된 work package의 실제 공사비를 정보로 이용하여 후속 work package의 예비비를 추적·재산정할 수 있으며, 사업의 진행에 따라 증가된 정보는 사업의 불확실성을 감소시켜 예비비의 감소로 이어질 수 있다.

## 2.2 건설사업에서의 확률적 평가의 필요성

건설 프로젝트의 초기 단계에서 제한된 정보와 자료를 효율적으로 활용하여 공사비를 예측하는 것은 매우 중요하다. 통상 신규 프로젝트를 위한 공사비 계획 과정은 유사한 프로젝트들의 비용자료를 활용하여 견적을 하는 것이 일반적이 방법이다. 그러나 이러한 방법은 공사비가 갖는 확률적인 속성을 제대로 반영하고 있지 못하며, 축적된 자료는 공사비를 고정된 값으로 취급함으로써 공사비 변동에 따른 변화의 폭을 수용하기가 쉽지 않다. 이러한 이유로 건설사업에서 공사비 산정의 특성을 고려하여 소요되는 공사비를 정확하게 예측하고 합리적인 공사비 계획 및 관리를 위해서는 각 사업 단계별 주어진 정보의 종류와 레벨을 토대로 공사비 변동요인을 고려하여야 할 것이다.

특히, 건설사업에서의 리스크는 리스크 요인의 발생을 미리 예측한다는 측면에서 언제든지 발생할 가능성이 있는 연속분포로 보는 것이 타당하며, 리스크의 발생은 일정기간 후 한 시점에서 발생하기 보다는 시간의 경과에 따라 언제든지 발생할 가능성이 있다는 확률적인 속성을 지닌다. 따라서 건설사업의 각 시점마다 필요한 공사비 범위가 변동할 것으로 보아 예비비 개념을 도입함으로써 단계별 적정 대응이 가능하도록 변동의 폭을 예측하기 위해서 확률적 평가가 이루어져야 할 것이다. 또한 편차의 폭을 조정함으로써 발주자의 입장에서 지속적인 의사결정의 위한 예비비 추적 및 관리 방법이 필요하다. 따라서 기존

공사비 자료의 신뢰성을 높이고 변동 가능한 공사비의 변동 요인을 포함한 총사업비 변동의 적정폭을 산정하는 확률적 방법론이 요구된다. 확률적 개념을 적용함으로써 공사비를 고정된 값이 아닌 평균 및 편차의 방식으로 표현할 수 있다.<sup>2)</sup>

그러므로 실적공사비 자체를 확정론적으로 인식하여 정확한 공사비로 간주해서는 안 되며, 공사 특성 및 관련 환경의 여건에 따라 변동하는 성질을 가지므로 기대값과 분산을 가진 확률로서 표현되는 것이 바람직하다.

## 3. 확률이론을 이용한 예비비 산정 및 관리 방법

### 3.1 가정

본 연구에서는 다음과 같이 3가지 가정을 바탕으로 연구를 진행한다.

(1) 건설사업에서의 리스크 발생은 언제든지 발생할 가능성이 있다는 점에서 확률적인 속성을 지닌다. 따라서 work package의 공사비와 같은 확률변수들에 대한 불확실성은 확률분포로 표현할 수 있다.

(2) n 개의 work package가 있고 평균과 분산을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\text{Mean Total Cost} = \mu = E\left[\sum_{i=1}^n X_i\right] = \sum_{i=1}^n E[X_i] = \sum_{i=1}^n \mu_i$$

$$\text{Variance of Total Cost} = \sigma_T^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \rho_{i,k} \sigma_i \sigma_k$$

여기서  $i$  는 특정 work package이며,  $\rho_{i,k}$  는 work package  $i$  와  $k$  사이의 상관계수( $\rho_{i,k} = \rho_{k,i}$ )이다.

(3) 하나의 work package가 완료되면 정확하게 공사비를 알 수 있다. work package의 공사비가 독립적이지 않다면 work package 간의 상호작용에 대한 측정이 필요하며, 이때 두 확률변수 사이의 관계를 나타내는 기본적인 통계량으로 상관계수와 공분산 매트릭스가 사용된다.

### 3.2 사전확률(prior probability)

work package 1(WP1)과 work package 2(WP2)에 대하여 총사업비는 각각의 work package 공사비의 합으로 결정된다. 여기서 WP1은 WP2의 선행공정이라 정의한다. 이때 확률변수  $T$ 는

$$T = X_1 + X_2 \text{ 이다.}$$

공사비의 사전 예측값은

$$E[T] = \mu_1 + \mu_2 \text{ 이다.}$$

공분산 매트릭스는 다음과 같이 주어진다.

1) 윤상운, 이태섭, 실용통계학, 자유아카데미, 1999

2) 전재열, "확률적 건축비용 평가에 의한 적정 부위 선정방법에 관한 연구", 대한건축학회논문집, 14권4호, 1998.04

$$V = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \rho\sigma_1\sigma_2 \\ \rho\sigma_1\sigma_2 & \sigma_2^2 \end{pmatrix}$$

사전 분산은 공분산 매트릭스의 모든 항의 합이다.

$$var[T] = \sigma_T^2 = \sigma_1^2 + 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2 \quad (\rho = \rho_{1,2} = \rho_{2,1})$$

사전 총사업비  $B_0$ 은 공사비  $E[T]$ , 공사비의 표준편차  $\sqrt{var[T]}$ 와  $k$ 의 곱을 더한 기대값으로 수립된다. 여기서  $k$ 는 표준정규분포표를 통해 구할 수 있다. 본 연구에서는 수용가능한 리스크 레벨을 15%로 가정하며 이때  $k$ 값은 1이다. 사전 총사업비  $B_0$ 은 식 (1), (2)와 같다.

$$B_0 = E[T] + k\sqrt{var[T]} = \mu_1 + \mu_2 + k\sigma_T \quad \text{식(1)}$$

$$B_0 = \mu_1 + \mu_2 + k\sqrt{\sigma_1^2 + 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2} \quad \text{식(2)}$$

### 3.3 사후확률(posterior probability)

work package가 연속적으로 수행된다고 할 때 WP1이 완료되었다면 공사비  $X_1$ 은 정확하게 알 수 있다. 그리고 WP1의 명확한 가치  $X_1$ 이 주어지면, WP2 조건부 확률은 확률 법칙(Bayes's Theorem)에 의해  $f_{2|1}(x_2 | x_1)$  이다.

$$Mean = E[x_2 | x_1] = \mu_2 + \rho\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right)(X_1 - \mu_1) \quad \text{식(3)}$$

$$Variance = var[x_2 | x_1] = \sigma_2^2(1 - \rho^2) \quad \text{식(4)}$$

알고 있는 WP1을 가지고 여전히 확률변수인 WP2를 예측할 수 있다.

만약 WP1과 WP2가 독립이라면  $\rho = 0$ 이고 잔여 공사비에 대한 어떠한 정보도 제공하지 않는다.  $\rho = 0$ 을 위의 두식에 입력하면

$$Mean = E[x_2 | x_1] = \mu_2$$

$$Variance = var[x_2 | x_1] = \sigma_2^2$$

로 사전확률(prior probability)과 같아진다.

반대로, 만약 WP1과 WP2가 관련이 있다면 즉,  $\rho \neq 0$ 이면 잔여 work package의 확률분포에 대한 새로운 정보를 제공하게 된다. 다시 말하면 WP1에 대한 정보로 인하여 잔여 공사비에 대한 새로운 정보가 제공되어 WP2의 불확실성은 줄어든다.

그러므로 만약 두 work package가 중속의 관계라면, 완료된 작업의 실제 공사비에 대한 정보는 더욱 낮은 분산으로 최종 사업비의 정확한 견적을 산출하는데 사용될 수 있다. 또한 WP1의 공사비와 관련된 리스크는 더 이상 불확실한 요인이 아니게 되며, WP1이  $X_1$ 로 완료된 후 필요한 예비비에 반영된 프

로젝트 리스크는 줄어든다. 이 때 사후 총사업비  $B_2$ 는 식 (5), (6)과 같다.

$$B_2 = X_1 + E[x_2 | x_1] + k\sqrt{var[x_2 | x_1]} \quad \text{식(5)}$$

$$B_2 = X_1 + \mu_2 + \rho\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right)(X_1 - \mu_1) + k\sigma_2\sqrt{1 - \rho^2} \quad \text{식(6)}$$

## 4. 사례 분석

가상의 프로젝트를 대상으로 5개의 work package에 대한 사전 데이터를 아래와 같이 가정한다. 또한 work package는 WP1부터 WP5 순으로 진행된다.

표 1. 가상 프로젝트 개요 (단위 : 만원)

work package No.	사전확률	
	예상 공사비	표준편차
work package 1	100	40
work package 2	150	60
work package 3	250	80
work package 4	120	30
work package 5	300	100
총예상 공사비, E[T]	920	
표준편차, std[T]	190.526	
총사업비	1,110.526	

5개 워크패키지의 상관관계수 및 공분산 매트릭스는 아래 표 2~3과 같다.

표 2. 상관관계수 매트릭스

	WP1	WP2	WP3	WP4	WP5
WP1	1	0.3	0	0.1	0.6
WP2	0.3	1	0.1	0.3	0
WP3	0	0.1	1	0.1	0
WP4	0	0.3	0	1	0
WP5	0.6	0	0.3	0	1

표 3. 공분산 매트릭스

	WP1	WP2	WP3	WP4	WP5
WP1	1600	720	0	120	2400
WP2	720	3600	480	540	0
WP3	0	480	6400	240	2400
WP4	120	540	240	900	0
WP5	2400	0	2400	0	10000

각 work package가 완료되면서 알게 되는 정보를 바탕으로 후속 work package의 예상 공사비 및 예비비, 총사업비의 변화는 아래 표 4 및 그림 1과 같다.

표 4. 공사비 및 예비비의 변화

	사전	WP1 완료	WP2 완료	WP3 완료	WP4 완료
예상 공사비	920	913.95	913.567	910.875	909.25
분산	36300	19,313.55	15,020.41	6,627.00	5824.00
표준편차	190.526	138.973	122.558	81.405	76.315
총사업비	1,110.526	1,052.923	1,036.125	992.280	985.565

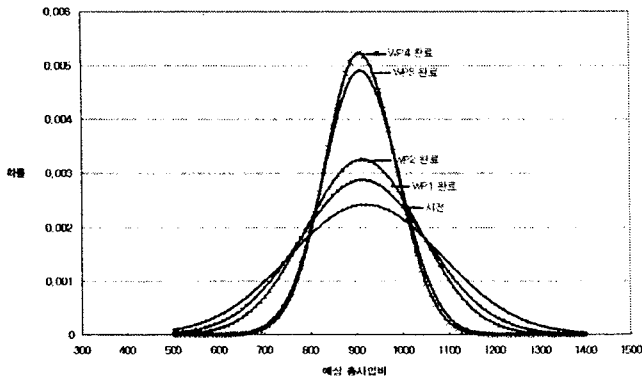


그림 1. work package 완료에 따른 총사업비의 확률분포 변화

사례 분석의 결과 각 work package가 완료되면서 후속 work package의 공사비 및 총사업비의 변동과 함께 편차(불확실성)가 감소되면서 예비비가 감소하는 것을 알 수 있다.

#### 4. 결론

본 연구는 확률이론을 적용한 예비비 산정 및 관리 프로세스를 제시하기 위한 기초연구로서 건설사업에서 확률적 평가의 필요성과 확률이론의 개념 및 적용의 기본 가정을 제시하였다. 이를 바탕으로 확률적 방법론을 가상 프로젝트에 적용하여 건설사업에서 확률이론의 적용 가능성을 살펴보았다.

사례 분석의 결과 사업 수행에 따라 완료되는 work package의 정보를 이용함으로써 후속 work package 및 총 사업에서의 사업비 변화를 예측할 수 있었다. 특히 사전 총사업비와 사후 총사업비의 변화는 식 (2)와 식 (6)의 차이로 구할 수 있다.

$$B_0 - B_2 = \mu_1 - X_1 + \rho \left( \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \right) (X_1 - \mu_1) + k(\sqrt{\sigma_1^2 + 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2} - \sigma_2\sqrt{1-\rho^2})$$

위와 같은 총사업비의 차이는 아래와 같이 3가지로 설명할 수 있다.

(1)  $\mu_1 - X_1$ 는  $\mu_1 > X_1$ 일 경우 work package 1에서 공사비 절감으로 인한 직접적인 절감을 나타낸다.

(2)  $\rho \left( \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \right) (\mu_1 - X_1)$ 는 work package 1과 2가 상관관계가 있는 경우 WP1의 공사비 절감으로 인한 WP2의 기대 절감을 나타낸다. 이것은 또한 두 표준편차의 비율에 달려있다. WP1에 비하여 WP2의 표준편차가 더 크다면 절감액은 더 커진다.

(3)  $\sqrt{\sigma_1^2 + 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2} - \sigma_2\sqrt{1-\rho^2}$ 는 하나의 work package가 완료됨으로써 제공되는 정보에 의해 줄어드는 불확실성에 상응하여 리스크를 완화하는데 필요한 예비비의 감소를 나타낸다.

향후 연구과제로서 본 기초 연구의 결과를 바탕으로 예비비 산정 및 관리 프로세스를 더욱 구체화하여 실제 사례를 통한 검증이 이루어져야 할 것이다

#### 참고문헌

1. A.B.Lorenzoni, "Budget Control of Project Uncertainties" 13th international cost engineering congress, 34(3), 1996
2. Touran, A. "Probabilistic cost estimating with subjective correlation" Journal of Construction Engineering and Management, 119(1), 58-71, 1993
3. 김선규, 김재준, "VaR 개념을 이용한 위험허용도 중심의 건설공사 위험대응 방법론에 대한 연구", 대한건축학회 17권 12호, 2001.12

#### Abstract

As a project progresses, it is well known that construction manager has to define the contingency for the expected project cost, which is used as a buffer for uncertainty. In this study, we mention uncertainty as the amount of likelihood that is difficult or impossible to predict project cost. From the completed work package, we obtain the true cost value, and this information is technically good data for estimating the realistic contingency of work packages to be accomplished. Based upon this historical information, construction manager recomputes the contingency for the remaining works. Conditional probability theory is often useful for re-estimating one of the remaining project progress as the true cost of the completed works can be different from the planned cost. As a project is progressing, true value is really important to predict the realistic project budget and to decrease the uncertainty. In this study, we gave applied conditional probability theory to estimating project contingency supposing a project that consists of fire work packages, provide the fundamental framework for setting and controlling project contingency.

Keywords : Project Contingency, Historical Information, Conditional Probability Theory, Prior Probability, Posterior Probability