

# DVB-S2 의 16-APSK 성능 분석

손재승, 이유성, 박현철

한국정보통신대학교  
전화 : 042-866-6808

## Symbol Error Rate of 16-APSK Modulation

Jaeseung Son, Yusung Lee and Hyuncheol Park

Information and Communications University  
E-mail : {json1007, diotima and hpark}@icu.ac.kr

### Abstract

Digital Video Broadcasting – Satellite (DVB-S) [1] (EN 300 421(bibliography)) was introduced as a standard in 1994. However, by combing with higher order modulation, promise more powerful alternatives to the DVB-S / DVB-DSNG coding and modulation schemes. Variable rate coding and modulation (VCM) may employed to provide different levels of error protection to different service components. Adaptive coding and modulation (ACM) provides more exact channel protection and dynamic link adaptation to propagation conditions, targeting each individual receiving terminal. By these reasons, DVB-S2 introduced. This paper derives exact symbol error rate(SER) of 16-Amplitude Phase Shift Keying(APSK) modulation by using Craig's formula. 16-APSK modulation is used in DVB-S2. The difference between Union Bound and Craig's formula is 1.26dB in low SNR and 0.1dB in high SNR.

부호화 기법을 사용한다. 그러나 HDTV 와 대용량 멀티 미디어통신 등 신규 서비스 확보 및 통신과 방송융합, 광대역 통신 및 방송 서비스를 제공하기 위하여 주어진 중계기 대역폭과 신호전력에서 기존방식보다 훨씬 더 높은 전송용량이 요구된다. 이러한 문제를 해결하기 위해 DVB-S2 가 제안되었다. DVB-S2 는 최대 전송효율을 가지기 위해 ACM (Adaptive Coding and Modulation)기법을 사용한다. ACM 전송에서는 위성통신 채널의 상태에 따라 최적의 변조방식 및 부호화율을 선택하여 전송하는데, 이때 최대 전송 효율을 가지기 위해 사용되는 변조방식이 APSK 계열의 고차 변조기법이다. 본 논문에서는 16-APSK 의 SER 을 계산하였다. Union bound 의 경우 low SNR 에서 부정확한 결과를 나타낸다. 반면에 Craig' s formula [2]는 Low SNR 에서도 정확한 SER 수식을 유도 할 수 있다. 또한 Craig' s formula는 간단한 식으로 표현 할 수 있다. 이 값은 union bound 및 simulation 과 비교하여 검증하였다.

### I. 서론

DVB (Digital Video Broadcasting) 위성 디지털 방송 규격인 DVB-S 는 영상 부호화 방식으로 MPEG2, 변조 방식으로 QPSK, 오류정정을 위한 방식으로는 RS (Reed Solomon) 방식과 길쌈부호를 결합한 채널

### II. 16-APSK SER 계산

#### A. Union bound 를 이용한 SER

본 장에서는 union bound 를 이용하여 16-APSK 의 SER 을 구하고 그 결과를 실험을 통해 비교하였다. 그림 1 은 16-APSK 의 decision region 을 나타내며

union bound는 수식(1)과 같이 구할수 있다.

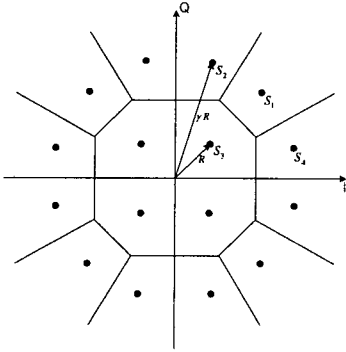


그림 1 16-APSK Constellation & Decision Boundary

$$P_i(e) \leq \sum_{j=1, j \neq i}^M \frac{1}{M} \sum_{j=1, j \neq i}^M Q\left(\frac{d_{i,j}}{\sqrt{2N_0}}\right) \quad (1)$$

단,  $d_{i,j}$ 는 각 점 사이의 거리로,  $M$ 은 심벌의 개수이다, 또한  $N_0$ 은 noise spectral density를 나타낸다.

그림 2에서 볼 수 있듯이 union bound를 이용하여 구한 SER은 실험을 통해 얻은 SER보다 낮은 SNR에서 1.26dB 차이가 남을 확인 할 수 있다. 따라서 낮은 SNR에서도 정확한 SER을 계산하기 위한 방법이 요구된다.

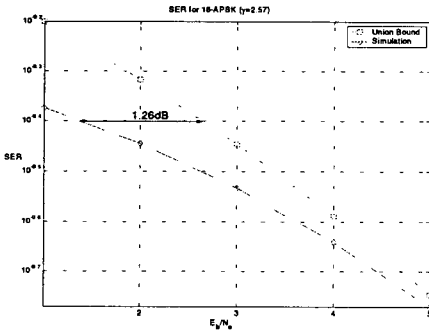


그림 2 SER of 16-APSK (Union Bound)

**B. Craig's formula를 이용한 SER**

낮은 SNR에서의 정확한 SER은 Craig's formula를 사용하여 구할 수 있다. Craig's formula는 수신된

신호의 벡터가 decision region 밖에 존재할 확률을 구하는 방식이다. 이 방식은 기존의 방식과는 다르게 error function을 포함하지 않기 때문에 간단하고 정확하게 SER을 구할 수 있다. 그림 3은 Craig's formula를 적용한 decision region이다. 성상도가 대칭적인 특징을 보이므로 제 1 사분면에 대해서만 고려하였다. 단,  $X$ 는 각 decision region의 꼭지점에서 점까지의 거리이며,  $\varphi$ 는 decision region과 접이 이루는 각이며,  $\theta$ 는 수신된 신호 벡터가 decision region 외곽에 위치하게 하는 각이다.

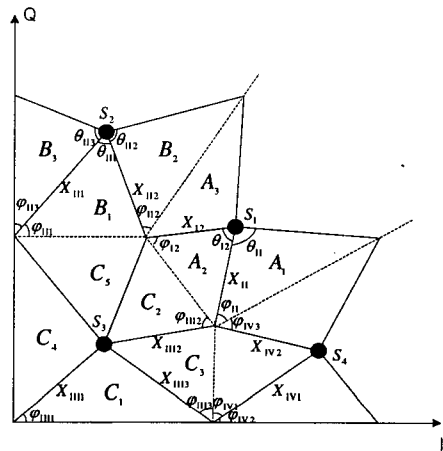


그림 3 Craig's formula를 적용한 Decision Boundary

1)  $S_1$ 에 대한 SER

$X_{11}$ ,  $X_{12}$ ,  $\varphi_{11}$ ,  $\varphi_{12}$ 은 다음과 같이 16-APSK의 외부원과 내부원의 반지름의 비인  $\gamma$ 로 표현할 수 있다.

$$X_{11} = X_{12} = R \cdot \sqrt{\left(\frac{\gamma-1}{2}\right)^2 + \left(\tan 15^\circ \cdot \frac{\gamma+1}{2}\right)^2}$$

$$\varphi_{12} = \tan^{-1}\left(\frac{\gamma-1}{\tan 15^\circ \cdot (\gamma+1)}\right)$$

$$\varphi_{11} = \pi - (45^\circ + 30^\circ + \varphi_{12})$$

위 값을 이용하여 수신 신호 벡터가  $A_1$ 과  $A_2$ 를 벗어날 확률을 구하면 식 (2), (3)과 같다.

$$P_{11} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\theta_1} \exp\left[-\frac{X_{11}^2 \cdot \sin^2 \varphi_{11}}{2\sigma^2 \cdot \sin^2(\theta + \varphi_{11})}\right] d\theta_{11} \quad (2)$$

단,  $\theta_{11} > \pi - \varphi_{11}$  이 되면 신호 벡터가 decision region 안쪽에 위치하게 되어 오류가 발생하지 않기 때문에  $0 \leq \theta_{11} \leq \pi - \varphi_{11}$  이다.

$$P_{12} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\theta_2} \exp\left[-\frac{X_{12}^2 \cdot \sin^2 \varphi_{12}}{2\sigma^2 \cdot \sin^2(\theta + \varphi_{12})}\right] d\theta_{12} \quad (3)$$

단,  $\theta_{12} > \pi - 2 \cdot \varphi_{12}$  이 되면  $A_1$  과  $A_2$  가 중복되기 때문에  $0 \leq \theta_{12} \leq \pi - 2 \cdot \varphi_{12}$  이다.

또한,  $A_1 = A_3$  이기 때문에  $P_{11} = P_{13}$  이다. 따라서  $S_1$  에서의 SER 은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P_1 = 2 \times P_{11} + P_{12} \quad (4)$$

2)  $S_2$  에 대한 SER

$S_1$  과 같은 방식으로  $S_2$  에서의 SER 도 구할 수 있다.  $X_{11}$ ,  $X_{12}$ ,  $\varphi_{11}$ ,  $\varphi_{12}$  은 다음과 같이  $\gamma$  로 나타낼 수 있다.

$$X_{m1} = X_{m3} = R \cdot \sqrt{(\gamma \cdot \cos 75^\circ)^2 + \left(\gamma \cdot \sin 75^\circ - \frac{(\gamma+1) \cdot \sqrt{3}}{4 \cdot \cos 15^\circ}\right)^2}$$

$$X_{m2} = R \cdot \sqrt{\left(\gamma \cdot \sin 75^\circ - \frac{(\gamma+1) \cdot \sqrt{3}}{4 \cdot \cos 15^\circ}\right)^2 + \left(\frac{\gamma+1}{4 \cdot \cos 15^\circ} - \gamma \cdot \cos 75^\circ\right)^2}$$

$$\varphi_{m1} = \tan^{-1} \left( \frac{\gamma \cdot \sin 75^\circ - \frac{(\gamma+1) \cdot \sqrt{3}}{4 \cdot \cos 15^\circ}}{\gamma \cdot \cos 75^\circ} \right), \quad \varphi_{m3} = \frac{\pi}{2} - \varphi_{m1}$$

$$\varphi_{m2} = \pi - 60^\circ - \tan^{-1} \left( \frac{\gamma \cdot \sin 75^\circ - \frac{(\gamma+1) \cdot \sqrt{3}}{4 \cdot \cos 15^\circ}}{\frac{\gamma+1}{4 \cdot \cos 15^\circ} - \gamma \cdot \cos 75^\circ} \right)$$

위 값을 이용하여 수신 신호 벡터가  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $B_3$  를 벗어날 확률을 구하면 식(5), (6), (7)과 같다.

$$P_{m1} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\theta_{m1}} \exp\left[-\frac{X_{m1}^2 \cdot \sin^2 \varphi_{m1}}{2\sigma^2 \cdot \sin^2(\theta + \varphi_{m1})}\right] d\theta_{m1} \quad (5)$$

단,  $0 \leq \theta_{m1} \leq \pi - \varphi_{m1} - \left(\pi - \frac{\pi}{3} - \varphi_{m2}\right)$  이다.

$$P_{m2} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\theta_{m2}} \exp\left[-\frac{X_{m2}^2 \cdot \sin^2 \varphi_{m2}}{2\sigma^2 \cdot \sin^2(\theta + \varphi_{m2})}\right] d\theta_{m2} \quad (6)$$

단,  $0 \leq \theta_{m2} \leq \pi - \varphi_{m2}$  이다.

$$P_{m3} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\theta_{m3}} \exp\left[-\frac{X_{m3}^2 \cdot \sin^2 \varphi_{m3}}{2\sigma^2 \cdot \sin^2(\theta + \varphi_{m3})}\right] d\theta_{m3} \quad (7)$$

단,  $0 \leq \theta_{m3} \leq \pi - \varphi_{m3}$  이다.

따라서  $S_2$  에서의 SER 은 다음과 같이 구해진다.

$$P_m = P_{m1} + P_{m2} + P_{m3} \quad (8)$$

3)  $S_3$  에 대한 SER

$S_3$  에서 SER 을 구하기 위한  $X_{11}$ ,  $X_{12}$ ,  $\varphi_{11}$ ,  $\varphi_{12}$  은 다음과 같이  $\gamma$  로 나타낼 수 있다.

$$X_{m1} = R, \quad \varphi_{m1} = \frac{\pi}{4}$$

$$X_{m2} = R \cdot \sqrt{\left(\frac{\gamma-1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma+1}{2} \cdot \tan 15^\circ\right)^2}$$

$$X_{m3} = R \cdot \sqrt{\frac{1}{2} + \left(\frac{\gamma+1}{2} \cdot \frac{\cos 30^\circ}{\cos 15^\circ} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}$$

$$\varphi_{m2} = \cos^{-1} \left( \frac{\frac{\gamma+1}{2} \cdot \tan 15^\circ}{\sqrt{\left(\frac{\gamma-1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma+1}{2} \cdot \tan 15^\circ\right)^2}} \right)$$

$$\varphi_{m3} = \cos^{-1} \left( \frac{\frac{\gamma+1}{2} \cdot \frac{\sin 30^\circ}{\cos 15^\circ}}{\sqrt{\frac{1}{2} + \left(\frac{\gamma+1}{2} \cdot \frac{\sin 30^\circ}{\cos 15^\circ} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}} \right)$$

위 값을 이용하여 수신 신호 벡터가  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  를 벗어날 확률을 구하면 식(9), (10), (11)과 같다.

$$P_{m1} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\theta_{m1}} \exp\left[-\frac{X_{m1}^2 \cdot \sin^2 \varphi_{m1}}{2\sigma^2 \cdot \sin^2(\theta + \varphi_{m1})}\right] d\theta_{m1} \quad (9)$$

단,  $0 \leq \theta_{m1} \leq \frac{\pi}{4} - \varphi_{m3}$  이다.

$$P_{m2} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\theta_{m2}} \exp\left[-\frac{X_{m2}^2 \cdot \sin^2 \varphi_{m2}}{2\sigma^2 \cdot \sin^2(\theta + \varphi_{m2})}\right] d\theta_{m2} \quad (10)$$

단,  $0 \leq \theta_{m2} \leq \pi - 2 \cdot \varphi_{m2}$  이다.

$$P_{m3} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\theta_{m3}} \exp\left[-\frac{X_{m3}^2 \cdot \sin^2 \varphi_{m3}}{2\sigma^2 \cdot \sin^2(\theta + \varphi_{m3})}\right] d\theta_{m3} \quad (11)$$

단,  $0 \leq \theta_{m3} \leq \frac{1}{2} \left( 2\pi - \left( 2 \cdot \left( \frac{\pi}{4} + \varphi_{m3} \right) + \pi - 2 \cdot \varphi_{m2} \right) \right)$  이다.

$C_1 = C_4$ ,  $C_3 = C_5$  이므로  $P_{III1} = P_{III4}$ ,  $P_{III3} = P_{III5}$ 이다. 따라서  $S_3$ 에서의 SER은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P_{III} = 2 \cdot P_{III1} + P_{III2} + 2 \cdot P_{III3} \quad (12)$$

4)  $S_4$ 에 대한 SER

$S_4$ 는  $S_2$ 와 대칭이므로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$P_{IV} = P_{II} \quad (13)$$

따라서, Craig's formula를 이용한 16-APSK의 SER은 다음과 같다.

$$\therefore P_s = \frac{1}{16}(4 \cdot P_1 + 8 \cdot P_{II} + 4 \cdot P_{III}) \quad (14)$$

### III. Simulation 결과

그림 4는 위에서 formula를 이용한 16-APSK의 SER을 Simulation결과와 비교한 것이고 그림 5는 low SNR부분을 확대한 것이다.

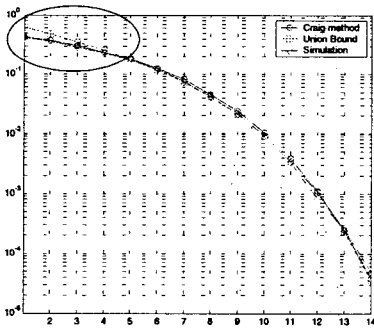


그림 4 SER for 16-APSK(  $\gamma = 2.57$  )

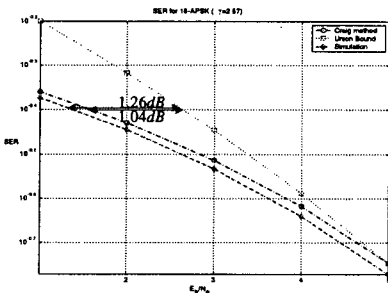


그림 5 SER for 16-APSK (0~5dB)

위의 실험결과를 통해 union bound는 simulation결과와 low SNR에서 약 1.26dB, high SNR에서 0.1dB 이내의 차이가 있음을 알 수 있다. 반면 Craig's formula와 Simulation결과는 low SNR에서 0.22dB 차이가 있음을 알 수 있다.

위의 결과를 통해 union bound는 대략적인 결과라는 것을 알 수 있다. 반면에 Craig's formula는 Simulation결과와 비교해 보면 정확한 SER이라는 것을 알 수 있다.

### IV. 결론

본 논문에서는 DVB-S2에서 사용하는 ACM 방식을 적용하기 위해 사용되는 고차변조 방식중의 하나인 16-APSK의 정확한 SER를 구하였다. union bound를 이용한 SER은 low SNR에서 실험결과와 많은 차이를 나타내는 반면에 Craig's formula를 이용한 SER은 SNR에 관계없이 정확한 결과를 구할 수 있다는 것을 확인 할 수 있다.

### References

- [1] ETSI (European Telecommunication Standards Institute), *DVBS2-74r13: Digital Video Broadcasting*, pp.26, 2003.
- [2] Craig, J.W., "A new, simple and exact result for calculating the probability of error for two-dimensional signal constellations," *IEEE Military Communications Conf.(MILCOM '91)*, pp. 571 - 575, Oct. 1991,