

마이크로파 진단법을 이용한 플라즈마 밀도분포재구성에 관한 연구

장 태 준\*, 노 영 수\*, 각 회 로\*, 박 하 용\*\*, 김 두 석\*\*\*  
 \*숭실대학교, \*\*삼척대학교, \*\*\*호원대학교

A Study on the Reconstruction of Plasma Density Profiles using Microwave Diagnostics

T.J. Jang\*, Y. Roh\*, H.R. Kwak\*, H.Y. Park\*\*, D.S. Kim\*\*\*  
 \*Soongsil University, \*\*Samcheok University, \*\*Howon University

**Abstract** - 밀도는 플라즈마의 기본적인 물리적 성질을 이해하는데 중요한 인자로 인식되고 있으며 많은 방법들이 밀도분포의 측정에 이용되었다. 이 중 마이크로파 진단법의 하나인 레플렉토메터리는 그 고유한 특성 때문에 현재 밀도분포측정법으로써 폭넓게 활용되고 있다. 그러나 레플렉토메터리 신호에 대한 처리 및 분석 방법은 다양하여 주어진 플라즈마에 가장 적절한 방법을 선택하는 것은 쉽지 않다. 본 논문에서는 레플렉토메터리의 신호로부터 밀도분포를 정확히 재구성하는 알고리즘을 개발하기 위한 기초 단계로서 모의된 레플렉토메터리 신호에 기존의 신호해석법들 중 우수한 해석법으로 알려진 CDM(complex demodulation method)과 웨이브레트(wavelet) 분석법을 적용하여 밀도분포재구성에 대한 양자의 성능을 비교한다. 그리고 플라즈마의 특성에 기초하여 모의된 신호에 실제 상황에서 존재할 수 있는 잡음 신호를 첨가하여 이것이 밀도분포 재구성에 미치는 효과를 조사한다.

과정을 프로그램화한다. 레플렉토메터리의 신호는 모의된 플라즈마로부터 다음과 같은 과정을 통하여 취득하고 밀도분포를 재구성한다. (1) 입사되는 마이크로파 신호는 주파수 변조 레플렉토메터리의 신호로 선택하고 이것을 수학적으로 표현한다. (2) 기준파와 진단파의 진행 경로의 차이에 의하여 발생하는 믹서의 IF (Intermediate Frequency) 신호를 모의하기 위하여 레플렉토메터리 장치와 플라즈마의 치수를 가정한다. (3) 플라즈마 내에서 발생되는 진단파의 경로를 계산하기 위해서 플라즈마의 밀도분포를 가정하고 플라즈마 굴절률을 플라즈마의 경계점에서 컷-오프 지점까지 적분한다. 레플렉토메터리에는 O와 X 모드 파가 이용될 수 있는데 여기서는 X 모드를 이용한다. (4) 계산된 경로 차이로부터 믹서의 IF 측에 나타나는 레플렉토메터리의 신호를 구한다. (5) 모의된 레플렉토메터리의 신호로부터 신호 처리 및 해석법을 활용하여 플라즈마의 밀도분포를 재구성한다.

1. 서 론

플라즈마의 물리량을 중에서 전자의 밀도는 플라즈마의 기본적인 특성을 나타내는 기본적인 인자로 인식되므로 이것을 진단하기 위한 여러 가지 방법들이 개발 및 이용되어왔다. 이러한 진단법들에는 간섭계 및 레플렉토메터리 등이 있으며, 각 방법은 전자밀도 진단과 관련한 고유의 장단점이 있다.<sup>[1]</sup> 레플렉토메터리는 다양한 장점을 지닌 진단법으로써 전자밀도뿐만 아니라 플라즈마의 다른 변수들을 측정할 수 있는 것으로 알려져 있다.<sup>[2]</sup> 따라서 최근에 많은 핵융합 실험에서는 플라즈마의 주요 물리량을 진단하기 위하여 레플렉토메터리가 널리 이용되고 있다. 이 진단법은 플라즈마에 입사되는 전자기파가 컷오프(cutoff) 층에서 반사되어 되돌아 나오는 현상을 이용하는데, 전자기파의 위상 또는 시간 지연을 측정함으로써 컷오프 층에 관한 정보를 도출할 수 있다.

그림 1은 레플렉토메터리 신호를 모의하기 위하여 가정한 레플렉토메터리 장치의 개략도를 나타낸다. 플라즈마 밀도의 최고치를 측정하기 위해서는 마이크로파의 주파수 범위가 플라즈마 밀도의 최고치에 대응할 수 있어야 한다. 이 값을 정하기 위하여 플라즈마의 최고 밀도를  $n_0 = 2 \times 10^{13} [cm^{-3}]$ 로 가정하면 이 값까지 확장될 수 있는 FM 신호의 주파수를 구하면 다음과 같다. 여기서, 신호의 스위프 시간(sweep time)은 20[μs]이다.

$$f(t) = 33 \times 10^9 \times (0.5 \times 10^5 t + 1) [Hz] \quad (1)$$

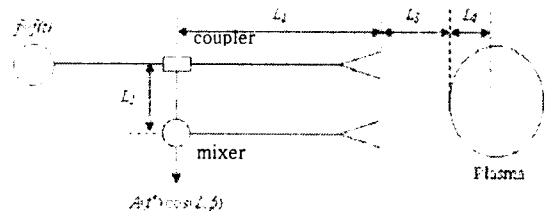


그림 1 FM 레플렉토메터리 장치의 개략도

본 연구에서는 플라즈마의 밀도분포 측정에 사용되는 레플렉토메터리에 의한 신호를 해석하기 위하여 플라즈마의 특성에 기초하여 진단 신호를 모의하고 이것으로부터 밀도의 정보를 추적하기 위하여 기존의 신호해석법들 중 우수한 해석법으로 알려진 CDM과 웨이브레트 분석법을 적용하여 양자의 성능을 비교한다. 또한 모의된 신호에 실제 상황에서 존재할 수 있는 잡음을 첨가하여 밀도분포 재구성에 미치는 효과를 조사한다.

기준파와 진단파의 위상차를 모의하기 위하여 두 파의 진행경로차이(ΔL)를 다음과 같이 계산한다.

$$\Delta L = 2 \times (L_1 + L_3 + L_4) - L_2 \quad (2)$$

여기서  $L_1, L_2, L_3, L_4$ 는 각각 도파관의 길이, 커플러(coupler)와 믹서 사이의 거리, 도파관의 혼 안테나와 플라즈마 사이의 거리, 그리고 진단파가 플라즈마 내에서 진행되는 경로를 나타낸다. 보통의 경우,  $L_4$ 를 제외하면  $L_1, L_2, L_3$ 의 치수들은 정확히 알려져 있다. 그러므로  $L_4$ 를 계산하면 ΔL을 모의할 수 있다. 플라즈마는 진공과 달리 그 특성이 주파수에 따라 변하므로  $L_4$ 를 계산하기

2. 본 론

2.1 진단용 레플렉토메터리 마이크로파 신호 모의

본 연구에서는 플라즈마로부터 반사되는 레플렉토메터리 신호를 분석하여 플라즈마의 밀도분포를 재구성하는

위해서 반드시 입사파의 분산식을 고려하여야 한다. X 모드의 분산식에 의하여 굴절률( $n(r)$ )의 제곱과  $L_4$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{c^2 k^2}{u^2} = \frac{c^2}{v_0^2} = 1 - \frac{u_p^2}{u^2} \frac{u^2 - u_h^2}{u^2 - u_p^2} \quad (3)$$

$$L_4 = \int_{r_0}^r \mu(r') dr' \quad (4)$$

진단파가 도달하는 지점은 컷-오프 현상이 발생하는 밀도층의 위치이고 이것은 밀도분포의 형태에 의존한다. 따라서  $L_4$ 를 계산하기 위해서는 플라즈마의 밀도분포가 주어져야 하는데 여기서는 다음과 같이 밀도분포들의 기울기를 매우 다르게 가정함으로써 다양한 상황에서 발생하는 레플렉토메트리 신호를 모의할 수 있도록 하였다

$$\begin{aligned} \text{밀도분포 I:} \quad n &= n_0 \left(1 - \frac{r-r_0}{a}\right) \\ \text{밀도분포 II:} \quad n &= n_0 \sqrt{1 - \left(\frac{r-r_0}{a}\right)^2} \\ \text{밀도분포 III:} \quad n &= n_0 \left(1 - \left(\frac{r-r_0}{a}\right)^{0.25}\right) \end{aligned}$$

실제의 플라즈마 변수를 모의할 수 있도록 밀도 최고치  $n_0 = 2 \times 10^{13} [cm^{-3}]$ , 플라즈마의 반경  $r_0 = 180 [cm]$ , 장치의 장반경  $a = 50 [cm]$ , 그리고 플라즈마의 자체  $B_0 = 1.5 [T]$ 로 가정한다. 위에서 구한  $L_4$ 를 식 (2)에 대입하면  $\Delta L$ 을 쉽게 계산할 수 있다. 이 계산을 위하여 편의상  $L_1, L_2, L_3$ 을 각각 200, 450, 30 cm로 정한다.  $t$ 을 기준파가 믹서에 도달하는 시간,  $t'$ 을 진단파가 믹서에 도달하는 시간이라고 하면  $t' = t + \Delta L/c$ 이다. 따라서 IF 신호의  $t$ 와  $t'$  사이에 위상변화  $\Delta\phi$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Delta\phi &= 2\pi \int_t^{t'} f(\tau) d\tau \\ &= 66\pi \times 10^9 \times \frac{\Delta L}{c} \left( \frac{10^5}{4} \left( 2t + \frac{\Delta L}{c} \right) + 1 \right) \end{aligned} \quad (5)$$

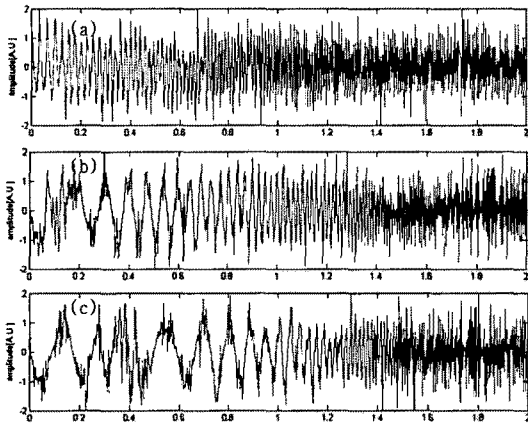


그림 2 모의된 IF 신호,  $\alpha = 0.5$  (a) 밀도분포 I (b) 밀도분포 II (c) 밀도분포 III

IF 신호에 대한 잡음의 영향을 관찰하기 위하여 신호의 진폭은  $A(t) = 1 + \alpha \times G(n)$ 으로 정하는데  $\alpha$ 와  $G(n)$ 은 각각 잡음계수와 평균=0, 표준편차=1의 신호를 무작위로 발생하는 함수이다. 이와 같은 잡음성분이 포함된

진폭과 식 (5)의 위상변화를 이용하면 그림 2와 같은 IF 신호를 모의할 수 있다.

## 2.2 IF 신호해석에 의한 밀도분포 재구성

밀도분포를 재구성하기 위해서는 IF 신호를 분석하여 위상(혹은 주파수)의 정보를 추출하는 과정이 필요하다. 본 연구에서는 많은 신호 분석법들 중에서 레플렉토메트리 신호의 분석에서 이미 성능이 입증된 CDM과 웨이브레트 법을 이용하여 모의된 IF 신호 데이터를 분석한다. CDM과 웨이브레트 법을 이용하여 얻은 분석결과를 논의하기 전에 우선 레플렉토메트리의 측정원리에 대하여 간략히 살펴보고 CDM과 웨이브레트 법에 의하여 수행되는 과정을 언급한다.

레플렉토메트리의 측정원리에 대하여 간략히 설명하면 다음과 같다. 믹서의 IF 신호의 주파수는 식 (6)과 같이 기준파와 진단파의 위상 차이를 주파수에 대하여 미분함으로써 구할 수 있다.

$$f_B(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi}{dt} = \left( \frac{1}{2\pi} \frac{\partial\phi}{\partial f} \right) \frac{df}{dt} \quad (6)$$

그리고 신호가 플라즈마 내에서 왕복 비행하는 시간 (지연시간,  $\tau(f)$ )은

$$\tau(f) = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial\phi}{\partial f} = \frac{f_B(t)}{df/dt} \quad (7)$$

그러므로 실험적으로  $f_B(t)$ 와  $df/dt$ 을 측정하면  $\tau(f)$ 을 구할 수 있고 주파수의 함수인 지연시간으로부터 밀도분포를 재구성할 수 있다.

### 2.2.1 CDM

주어진 시간  $t_n = n\Delta t$  ( $\Delta t$ 는 샘플링 시간,  $n$ 은 정수)에 기록된 IF 신호( $s(t_n)$ )는 보통 다음과 같이 진폭( $A(t_n)$ )과 위상( $\phi(t_n)$ ) (혹은 주파수( $f(t_n)$ ))으로 표현될 수 있다.

$$s(t_n) = A(t_n) \cos(\phi(t_n)) = A(t_n) \cos(2\pi f(t_n) t_n)$$

복소수를 이용하여 표현하면,

$$s(t_n) = \frac{1}{2} A(t_n) [e^{j2\pi f(t_n) t_n} + e^{-j2\pi f(t_n) t_n}] \quad (9)$$

만약 주파수 영역에서 식 (7)을  $f_0$  만큼 이동시킨 후 저대역 필터를 통과시키면 다음의 식을 얻는다.

$$q(t_n) = \frac{1}{2} A(t_n) \exp[j2\pi\{f(t_n) - f_0\}t_n] \quad (10)$$

$$\theta(t_n) = \arctan\left\{ \frac{\text{Im}\{q(t_n)\}}{\text{Re}\{q(t_n)\}} \right\} \quad (11)$$

$$A(t_n) = 2 |q(t_n)| \quad (12)$$

$$\phi(t_n) = 2\pi f(t_n) t_n = 2\pi f_0(t_n) t_n + \theta(t_n) + 2\pi n \quad (13)$$

CDM에서는 실험적으로 측정되는 식 (8)과 같은 신호를 식 (9)-(13)의 과정을 수치적으로 계산함으로써 신호의 지연시간을 구하여 밀도분포를 재구성한다.

### 2.2.2 웨이브레트분석

웨이브레트 법은 IF 신호의 순간적인 주파수를 직접 구한다는 점에서 CDM과 다르다. 이 방법에 이용될 수 있는 웨이브레트 함수는 무수히 많은데 여기서는 단조 주파수 파에 의해 변조된 가우시안(Gaussian) 형태의 모

렛트(morlet) 함수를 사용한다. 이 함수는 수학적으로 식 (14)으로 표현되며 주파수에 따라 그 형태는 그림 3에 도시된 바와 같이 변한다.

$$\Psi_f(t_n) = \sqrt{f} \exp(i2\pi f t_n) \exp\left(-\frac{f^2 t_n^2}{2}\right) \quad (14)$$

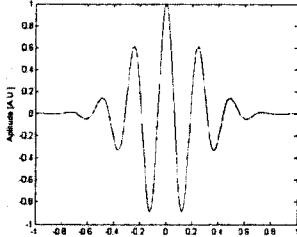


그림 3. 모레트 웨이브레트,  $f=4$  MHz

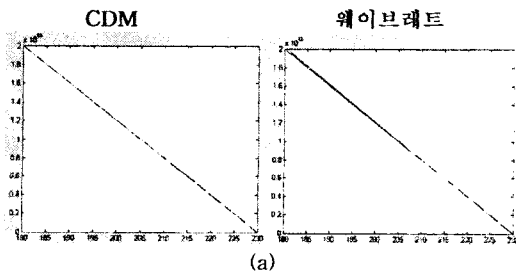
웨이브레트 분석의 핵심 과정은 주어진 IF 신호를 식 (14)과 같은 웨이브레트 함수로 콘볼브(convolve) 하여 신호 주파수의 시간에 대한 의존도를 조사하는 것이다. 임의의 함수 ( $g(t)$ )에 대한 이 과정은 다음과 같은 식으로 정의된다.

$$S(f, t) = \int g(\tau) \Psi_f(t - \tau) d\tau \quad (15)$$

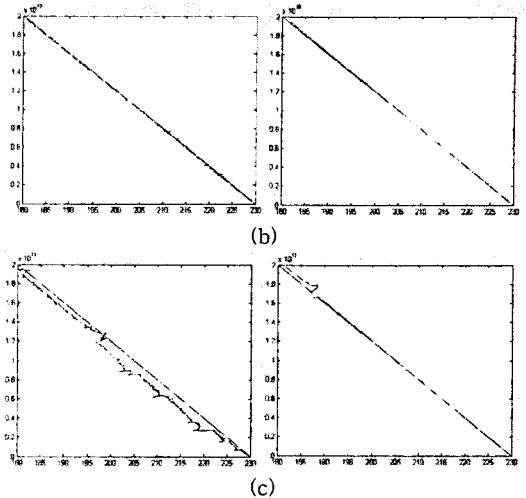
식 (15)을 이용하여 웨이브레트 스펙트럼 진폭 ( $|S(f, t)|$ )의 최대치를 계산함으로써 주어진 시간 ( $t$ )에서 가장 우세한 신호의 주파수를 정할 수가 있고 결과적으로 이 주파수가 주어진 시간에서의 신호의 주파수가 된다.

### 2.2.3 밀도분포재구성

위에서 언급한 바와 같이 신호분석법에 의하여 IF 신호의 위상 (혹은 주파수) 정보를 구하고 식 (7)을 이용하여 지연시간을 계산하면 밀도분포 재구성에 필요한 조건을 만족하는 것처럼 보인다. 여기서 주목할 점은 플라즈마의 밀도분포를 결정하는 것은 오로지 플라즈마 경로 ( $L_4$ )에 의해 발생된 지연시간이라는 것이다. 그러나 앞에서 구한 지연시간에는  $L_4$ 와 더불어 레플렉토메트리 장치와 관련된  $L_1, L_2, L_3$ 에 의한 지연시간이 혼합되어 있기 때문에 플라즈마에 의한 절대적 지연시간을 구해야만 한다. 이것을 구하는 과정으로  $L_4$ 를 제거하여 계산한 지연시간을 식 (2)의  $\Delta L$ 에 의한 지연시간에서 뺀다. 일단 플라즈마에 의한 절대적 지연시간이 계산되면 X 모드의 분산식에 기초하여 밀도분포를 재구성할 수 있다. 그림 4는 밀도분포를 재구성한 예를 나타내는데 재구성의 성능을 관찰하기 위하여 최초로 가정된 밀도분포도 도시하였다. 그림에서 볼 수 있듯이 잡음지수가 작은 경우에는 CDM과 웨이브레트 모두 가정된 밀도분포와 거의 일치하는 결과를 보여준다. 그러나 잡음지수가 커질수록 웨이브레트가 CDM 보다 우수한 결과를 나타낸다.



(a)



(c)

그림 4. 밀도분포 I에 대한 CDM과 웨이브레트에 의해 재구성된 밀도분포 (x축은 반경, y축은 밀도이고 청색은 가정된 밀도분포, 적색은 재구성된 밀도분포이다.): (a)  $\alpha = 0.25$  (b)  $\alpha = 0.5$  (c)  $\alpha = 0.75$

### 3. 결 론

본 연구에서는 플라즈마로부터 반사된 레플렉토메트리의 신호를 분석하여 밀도분포를 재구성하는 과정에 대하여 논하였다. 레플렉토메트리의 신호를 모의하기 위하여 밀도분포를 가정하고 X 모드의 분산식을 이용하였다. 모의된 픽서의 IF 신호를 분석하여 위상의 정보를 취득하기 위하여 CDM과 웨이브레트 법을 이용하였다. 제시된 재구성된 밀도분포에서 보면 잡음지수가 작은 경우에는 CDM과 웨이브레트 모두 가정된 밀도분포와 거의 일치하는 결과를 보여준다. 그러나 잡음지수가 커질수록 웨이브레트가 CDM 보다 우수한 결과를 나타낸다. 따라서 CDM의 성능이 웨이브레트에 비하여 좋지 않은 것처럼 보인다. 여기서 한 가지 언급할 점은 CDM은 통상적으로 IF의 원 신호를 분석하기 전에 신호처리법을 적용하여 가능한 신호를 분석에 알맞은 형태로 만든다는 것이다. 여기서는 이 과정이 생략되었기 때문에 위의 결과만으로 CDM의 재구성 성능을 논하기는 어렵다. 그러므로 향후 CDM에서 신호처리 과정을 수행한 후 가정된 모든 밀도분포에 대하여 CDM과 웨이브레트 분석법의 성능을 정성적으로 분석할 필요가 있다.

본 연구는 산업자원부의 지원에 의하여 기저전력원  
구원 주관으로 수행된 과제임

### [참 고 문 헌]

- [1] I.H. Hutchinson, "Principles of Plasma Diagnostics", Cambridge University Press (1987)
- [2] C. Laviron, et al., "Reflectometry Techniques for Density Profile Measurements on Fusion Plasmas", Plasma Phys. Control. Fusion, 38 905 (1996)