

선형행렬부등식(LMI) 기법을 이용한
전기적 특성을 갖는 복합 생체 시스템 제어

오용설, 민성준, 오경석, 허훈
고려대학교 제어계측공학과 대학원

Control of Bio Electrical Hybrid System using LMI Technique

Y. S. Oh, S. J. Min, K. S. Oh, H. Heo
Department of Control & Instrumentation Engineering, Korea Univ.

Abstract - LMI(Linear Matrix Inequalities) technique is implemented to control hybrid bio system with electric element. Biological materials such as muscle and tissue are modeled as electrically passive element in the system. State feedback controller for the hybrid system is designed with constrained control input. The hybrid bio electrical system is characterized in terms of the time and frequency.

생체 조직의 패시브한 전기적 특성은 크게 조직 세포에 의한 저항(cellular liquid resistance)과 세포막의 정전용량(cell membrane capacitance)을 갖는 임피던스 성분으로 나타낼 수 있다.

생체조직의 저항 성분과 정전용량은 분자적 특성(molecular characteristics) 및 이질성(heterogeneity)등 이완 및 수축 현상으로 인하여 시간(t)과 주파수(ω)의 존재하는 경향을 보인다.[4-6]

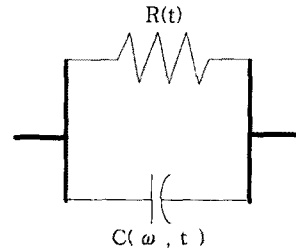
여기서 생체조직은 다음과 같은 전기적 모델링을 따른다.

1. 서 론

과학기술의 발전과 더불어 인체를 중심으로 한 생체 시스템의 측정, 분석 및 연구는 여러 분야에서 전문적으로 이루어져왔다. 특히 생체의 특성 및 그 상태를 분석하여 그 근원 및 기저를 이해하고 응용하며, 나아가 질병들의 치료에 이용하기 위한 생체신호 처리분야와 생체기능 등을 공학적으로 제작하거나 이식함으로써 장구나 생체기능을 대신하는 생체재료 분야는 활발한 연구가 진행되어져 왔다.[1-3]

그러나 기존의 연구들은 생체가 갖는 고유성으로 인하여 생체 조직 자체의 특성과 소자(element)로서의 연구보다는 생체 신호처리와 같은 부가적인 면에 편중되어왔다. 따라서 본 논문에서는 생체 조직 자체에 관심을 두고, 생체 조직이 포함된 복합 시스템의 특성을 알아본 후, 적절한 제어기 설계에 관한 방법을 제시하고 한다.

본 논문에서는 유기체 조직의 패시브한 전기적 특성을 바탕으로 생체조직-DC모터와의 복합 생체 시스템을 구성하고 LMI 기법을 이용한 속도 제어를 설계하고자 한다.



$$Z_{TH}(t) = R(t) // C(\omega, t) \quad (식 1)$$

$$Z_{TH} = \frac{R - j\omega RC}{(1 + \omega C)^2} \quad (식 2)$$

여기서 t 는 시간을, ω 는 주파수를 의미한다.

따라서, 생체 조직이 포함된 복합 생체 시스템은 다음과 같은 상태공간 방정식으로 표현됨을 알 수 있다.

$$\dot{x} = A(\omega, t)x + B_u(t)u + B_w(t)w$$

$$z = C_z(t)x + D_{zu}(t)u + D_{zw}(t)w$$

$$x(0) = x_0 \quad (식 3)$$

여기서,

- x : State
- u : Control input
- w : Exogenous input
- z : Output

또한, 생체 시스템은 생체 조직의 특성상, 일정 수준 이상의 전원 (Power)에 대하여 쉽게 변형, 변성되므로 다음과 같은 입력 제한을 갖는다.

$$\|u(t)\| \leq \mu \quad (식 4)$$

여기서, μ 는 생체 조직에 따른 제한 전원으로 일반적으로 근육 조직에 대해서 $\mu \leq 5$ 값을 갖는다.

2. 본 론

2.1 복합 생체 시스템 구성

DC 모터를 기본으로 한 복합 생체 시스템의 구성은 다음과 같다.

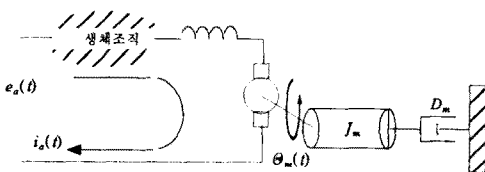


그림 1. 생체시스템 구성도

- $K_t = 10 \text{ N} \cdot \text{m/A}$ (Motor torque constant)
- $K_b = 2 \text{ V} \cdot \text{s/rad}$ (Back emf constant)
- $J_m = 12 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ (Eq. inertia)
- $D_m = 10 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s/rad}$ (Eq. viscous damping)

2.2 LMI 기법을 이용한 제어기 설계

전기회로를 바탕으로 구현된 복합 생체 시스템을 가정한다. 구현된 복합 생체 시스템은 실제적으로 제한된 주파수 범위에서 작동한다. 따라서 수치적으로 시간에 대하여 근사화된 복합 생체 시스템의 상태공간 방정식, 식(3)은 다음과 같은 PLDLs (Polytopic Linear Differential Inclusions) 로 표현된다.

$$\dot{x} = A(t)x + B_u(t)u,$$

$$[A(t) \ B_u(t)] \in \text{Co}\{ [A_1 \ B_{u,1}], \dots, [A_L \ B_{u,L}] \} \quad (\text{식 } 5)$$

이때, 특이 시스템 식(5)의 상태피환 제어기 (State - feedback)를 생각해 보면,

$$u(t) = Kx(t) \quad (\text{식 } 6)$$

따라서, 폐루프 시스템은

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(t)x + B_u(t)Kx \\ &= (A(t) + B_u(t)K)x \\ &= A_{\text{sys}}(t)x \end{aligned} \quad (\text{식 } 7)$$

폐루프 시스템 식(7)의 Quadratic stabilizability 를 만족하는 상태피환 제어기 (state-feedback gain) K 는 다음 식을 만족하는 LMI 조건으로부터 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} Q &> 0 \\ QA_i^T + A_iQ + B_{u,i}Y + Y^T B_{u,i}^T &< 0 \\ i &= 1, \dots, L \end{aligned} \quad (\text{식 } 8)$$

$$\begin{aligned} P &> 0 \\ (A_i + B_{u,i}K)^T P + P(A_i + B_{u,i}K) &< 0 \\ i &= 1, \dots, L \end{aligned} \quad (\text{식 } 9)$$

$$Y = KQ, \quad K = YQ^{-1} \quad (\text{식 } 10)$$

$$\begin{aligned} A_iQ + QA_i^T + B_{u,i}Y + Y^T B_{u,i}^T &< 0 \\ i &= 1, \dots, L \end{aligned} \quad (\text{식 } 11)$$

여기서 A_i, B_i 값은 생체 시스템에 따라서 주어지는 값이고, Q, P 는 $Q = Q^T, P = P^T$ 를 만족하는 변수이다.

여기에 제어입력 제한 조건 (Constraints on the control input)을 추가하면,

$$\begin{aligned} \max_{t \geq 0} \|u(t)\| &= \max_{t \geq 0} \|YQ^{-1}x(t)\| \\ &\leq \max_{x \in \varepsilon} \|YQ^{-1}x(t)\| \\ &= \lambda_{\max} (Q^{-1/2} Y^T Y Q^{-1/2}) \end{aligned}$$

(식 12)

여기서, $u(t)$ 는 제어입력을 $x(t)$ 는 상태변수를 의미한다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 1 & x(0)^T \\ x(0) & Q \end{bmatrix} &\geq 0, \\ \Leftrightarrow -x(0)^T Q^{-1} x(0) &\geq 0 \\ \Leftrightarrow x(0) \in \{x \mid x^T Q^{-1} x \leq 1\} \end{aligned} \quad (\text{식 } 13)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} Q & Y^T \\ Y & \mu^2 I \end{bmatrix} &\geq 0, \\ \Leftrightarrow \mu^2 I - YQ^{-1}Y^T &\geq 0 \\ \Leftrightarrow \mu^2 &\geq \lambda_{\max}(YQ^{-1}Y^T) \end{aligned} \quad (\text{식 } 14)$$

따라서, 위 식(7)부터 식(13)을 만족하는 해는 변수에 대한 선형행렬부등식이기 때문에 LMI TOOLBOX [7]의 'feasp' 명령어로부터 얻어진다.

2.3 실험 및 시뮬레이션 결과

DC 모터를 기본으로 한 복합 생체 시스템의 상태 방정식은 생체조직의 전기적 특성으로 인하여 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= A(t)\theta + B(t)u \\ z &= C\theta \end{aligned} \quad (\text{식 } 15)$$

여기서 θ 는 DC 모터의 각변위를, $\dot{\theta}$ 는 각속도를 의미한다.

$$\begin{aligned} A(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & Bio_A(t) \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ Bio_B(t) \end{bmatrix}, \quad C = [0 \ 1] \\ \|u(t)\| &\leq \mu = 5 \end{aligned} \quad (\text{식 } 16)$$

여기서, System Matrix $A(t), B(t)$ 는 그림 1. 생체 시스템의 System Matrix를 의미한다.

이때 생체조직으로 인하여 나타나는 복합 생체 시스템의 특성값 $Bio_A(t), Bio_B(t)$ 는 다음과 같다

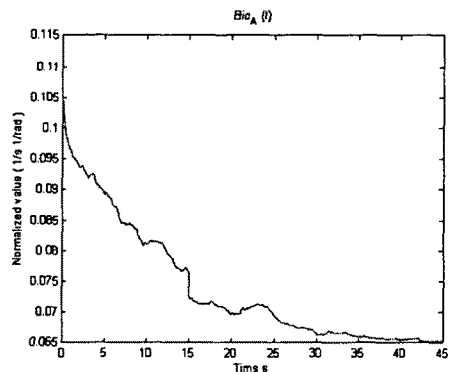


그림 2. Normalized 된 $Bio_A(t)$

$Bio_A(t)$: 생체 조직으로 인하여 시스템 전반에 걸쳐 나타나는 특성값

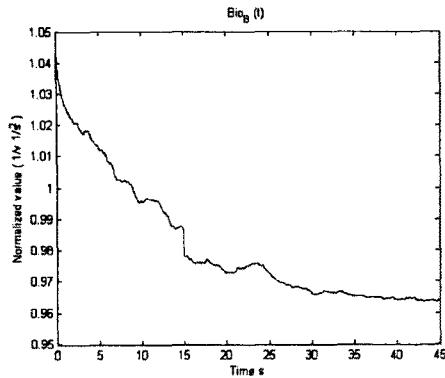


그림 3. Normalized 된 $Bio_B(t)$

$Bio_B(t)$: 생체 조직으로 인하여 시스템 입력측에 나타나는 특성값

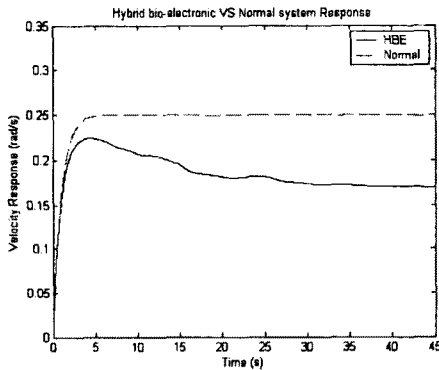


그림 4. HBE Vs Normal system 응답

이러한 복합 생체 시스템의 특성을 바탕으로, Matlab 프로그램[7]을 이용하여 얻어진 상태제환 속도 제어기는 다음과 같다.

$$u(t) = [-23.5415 \quad -12.5437] x(t)$$

(식 17)

얻어진 속도 제어를 이용하여 속도 추정을 수행하였다.

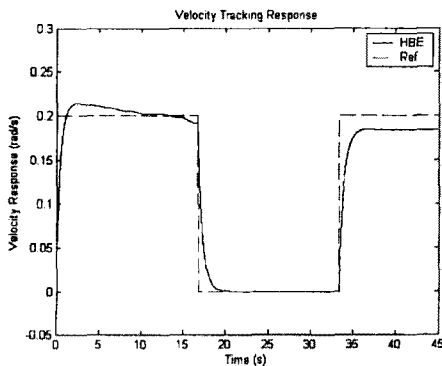


그림 5. Velocity Tracking Response

설계된 상태제환 속도 제어기는 주목 할만한 성능을 보인다.

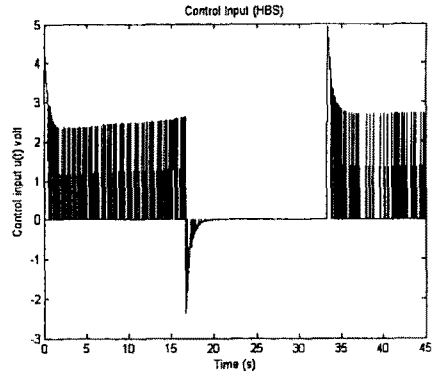


그림 6. 제어입력

LMI 기법을 이용한 상태제환 속도 제어기는 식 (16)과 같은 제어입력 제한 조건을 만족한다.

3. 결 론

본 논문에서는 DC-모터 시스템을 기본으로 한 복합 생체 시스템을 구성하고 LMI 기법을 이용한 속도 제어를 수행하였다. 복합 생체 시스템은 생체조직의 전기적 특성과 입력 제약 조건으로 인하여 비선형-시변 특성을 보인다. 본 논문에서 제안된 제어기법은 이러한 복합 생체 시스템에 있어서 주목 할 만한 제어 성능을 보여 주고 있다.

추후 전기-기계적인 복합 생체 시스템에 관한 연구 및 다양한 형태의 복합 생체 시스템 제어에 있어서 효과적인 적용이 기대되며 본 연구의 결과는 싸이보그 시스템의 구성과 연구에 활용될 예정이다.

[참 고 문 헌]

- [1] 고한우, 김민기, 김선일, 김희찬, 박승훈, 우용제, 윤영로, 윤형로, 이경중, 이수열, 임재중 조민형, "디지털 생체신호 처리", 여문각, 1997
- [2] Contantinos S. Pattichis, Christos N. Schizas, Lefkos T. Middleton, " Neural Network Models in EMG Diagnosis ", IEEE Transaction on Biomedical Engineering. Vol. 42. No. 5. pp.486-496, 1995.
- [3] 김광석, " 생체 신호 처리 에서의 혼돈 이론의 응용 ", 전자공학회지, 1993, 20(10), P83-93
- [4] S. Boyd, L. E. Ghaoui, E. Feron, V. Balakrishnan. " Linear Matrix Inequalities in Sytem and Control Theory " The Society for Industrial and Applied Mathematics, 1994.
- [5] L. E. Baker, " Principles of the impedance techniques ", IEEE Engineering in Medicine and Biology Magazine, vol. 8, no. 1, pp.11 15, 1989.
- [6] 서병설, " 생체전기 어드미턴스 ", 전자공학회지 제13권 3호, pp.215-223, 1986
- [7] P.Gahinet, A. Nemirovski, A.J. Laub, and M. Chilali, " LMI Control Toolbox ", The Math Works Inc. , 1995.