

시스템 확장에 의한 수동성 제어에 기초한 다중 이동로봇 시스템의 모델링 및 안정성 해석

서진호, 이권순

동아대학교 전기공학과, 동아대학교 전기전자컴퓨터공학부

Modeling and Stability Analysis for Multiple Mobile Robot System by Passivity-based Control via Augmented System

Jin Ho Suh, Kwon Soon Lee

Dept. of Electrical Eng., Division of Electrical, Electronics, and Computer Eng., Dong-A Univ.

Abstract - In this paper, we propose a method to apply a decentralized control algorithm for passive velocity field control using virtual flywheel system to cooperative mobile robots. The considered system convey a common rigid object in a horizontal plain. The effectiveness of proposed control algorithm is examined by numerical simulation for cooperative tasks.

1. 서론

본 논문에서는, 단일 로봇 시스템으로서는 수행할 수 없는 여러 가지 작업들을 수행하기 위하여, 다중 이동로봇 시스템으로서 수행할 수 있는 작업들에 대한 응용에 관한 연구이다. 특히, 주어진 좌표 내에서 하나의 목표물을 지정된 목표 궤도를 따라 이동시키는 분산형 제어 알고리즘(decentralized control algorithm)을 고려한 다중로봇 시스템에 대한 제어 알고리즘의 확장을 위한 시스템 모델링 및 외부의 환경적 외력에 대하여 강인성을 보일 수 있도록 시스템의 안정성을 해석할 수 있다.

특히, 본 논문에서 제안되어진 제어 알고리즘은 기존의 수동 속도장 제어 알고리즘을 확장임에도 불구하고, 다중 로봇 시스템들에 확장하기 위한 시스템 모델링 및 안정성 해석은 물론이고 모의실험을 통하여 유효성을 검증하였다.

2. 이동로봇 시스템

2.1 3륜 이동로봇

이동로봇은 비홀로노믹 시스템의 대표적인 예제로서, 본 논문에서는 Fig. 1과 같이 두 개의 고정된 바퀴와 한 개의 보조바퀴를 가지는 이동로봇 시스템을 고려한다.

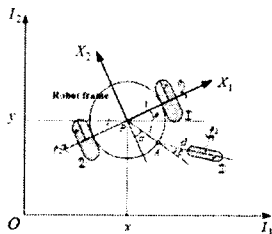


Fig. 1 Configuration of a 3-wheeled mobile robot

고려되어진 이동로봇의 기하학적 구조는 다음에 의하여 완전하게 기술되어질 수 있다.

$$\{r, l, d_i, a_i, \beta_i, \phi_i; i=1,2\} \quad (1)$$

또한 이동로봇의 운동은 다음과 같이 나타내어진 배열좌표에 의하여 완전하게 기술되어진다.

$$q(t) = (x \ y \ \theta \ \beta \ \phi_1 \ \phi_2 \ \phi_3)^T \quad (2)$$

이러한 배열좌표들에 의하여, 지면에 접촉된 바퀴와 위

치속도를 계산할 수 있으므로, 기계적 모델의 위치 방정식은 다음과 같이 나타내어질 수 있다.

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin\theta & 0 \\ \cos\theta & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_1(t) \\ \xi_2(t) \end{pmatrix} \quad (3)$$

일반적으로 알려진 기계적 에너지의 표현을 이용함으로써, 우리는 다음과 같은 3륜 이동로봇의 동정 방정식을 표현할 수 있다.^[1]

$$H(\beta) \dot{\zeta}(t) + f(\beta, \zeta) = G(\beta) \tau_m \quad (4)$$

단, $\zeta = (\zeta_1 \ \zeta_2)^T$,

$$\begin{aligned} \zeta_1 &= -x \sin\theta + y \cos\theta \\ \zeta_2 &= \theta \end{aligned} \quad (5)$$

또한 구속조건은 다음과 같이 나타내어진다.

$$\begin{aligned} x \cos\theta + y \sin\theta &= 0 \\ -x \sin\theta + y \cos\theta &= \zeta_1 \end{aligned} \quad (6)$$

2.2 다중 이동로봇

본 논문에서 고려되어진 다중 이동로봇 시스템은 Fig. 2에서 보여지고, 제안되어진 시스템은 두 대의 이동로봇이 길이가 2L인 공동의 목표물을 마찰 없이 자유관절에 의하여 각 이동로봇에 연결되어짐을 가정한다. 특히, 일반적인 물체를 이동시킬 때 다중 이동로봇을 고려한 경우에도 적용되어질 수 있다.

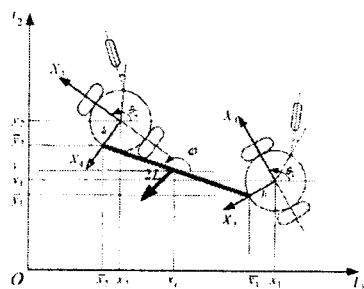


Fig. 2 Configuration of cooperative mobile robots

고정된 이동물체에 대한 동정 방정식은 다음과 같이 고려되어진다.

$$M_o \ddot{x}_o = 0 \quad I_o \ddot{\varphi} = 0 \quad (7)$$

단,

$$M_o = \begin{pmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{pmatrix}, \quad x_o = (x_c \ y_c)^T$$

식(4)을 이용함으로써, Fig. 2에서 고려되어진 다중 이동로봇에 대한 동적 방정식을 표현할 수 있다.

$$\begin{pmatrix} H_1(\beta_1) & 0 \\ 0 & H_2(\beta_2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\eta}_1(t) \\ \ddot{\eta}_2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} f_1(\beta_1, \eta_1) \\ f_2(\beta_2, \eta_2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_1(\beta) & 0 \\ 0 & G_2(\beta_2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau_{m1} \\ \tau_{m2} \end{pmatrix} \quad (8)$$

Fig. 2에서, 수동 관절들에 의한 기계적 구속들로부터 일반화 좌표사이에서의 홀로노믹 구속들은 다음과 같이 계산되어진다.

$$\begin{pmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{y}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 - h \sin \theta_1 \\ y_1 + h \cos \theta_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_c - L \cos \varphi \\ y_c + L \sin \varphi \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$\begin{pmatrix} \bar{x}_2 \\ \bar{y}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 - h \sin \theta_2 \\ y_2 + h \cos \theta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_c + L \cos \varphi \\ y_c - L \sin \varphi \end{pmatrix} \quad (10)$$

식(8)과 식(9)-(10)의 미분을 이용하면, 전체 시스템에 대한 동적 방정식을 다음과 같이 분해하여 표현할 수 있다.

$$H_i(\beta_i) \ddot{\eta}(t) + f_i(\beta_i, \dot{\eta}) = G_i(\beta_i) \tau_{mi} - J_i^T \lambda_i \quad (11)$$

$$M_o \ddot{x}_o = -\sum f_o \lambda \quad (12)$$

$$I_o \ddot{\varphi} = -\sum J_o^T \lambda \quad (13)$$

단,

$$J_i = \begin{pmatrix} -\sin \theta_i & -h \cos \theta_i \\ \cos \theta_i & -h \sin \theta_i \end{pmatrix}, \quad (i=1,2)$$

$$J_o = (-I_{2 \times 2} \quad -I_{2 \times 2})^T$$

$$\lambda = (\lambda_1 \quad \lambda_2)^T = (\lambda_{m1} \lambda_{m2} \lambda_{m3} \lambda_{m4})^T$$

본 논문에서, 구속력 λ_i ($i=1,2$)은 각각의 힘센서에 의하여 관측되어짐을 가정함으로써 다음과 같은 새로운 입력토크 τ_{mi} 를 정의할 수 있다.

$$\tau_{mi} = G_i^{-1}(H_i \ddot{v}_i + f_i + J_i^T \lambda_i) - G_i^{-1} H_i J_i^T \lambda_i \quad (14)$$

이때 제안되어진 다중 이동로봇은 식(14)에서 기술되어진 새로운 제어입력 v_i 을 도입함으로써 다음과 같은 페루프 동적 방정식을 구할 수 있다.

$$\ddot{\eta}_i(t) = \ddot{v}_i(t) - J_i^T \lambda_i \quad (i=1,2) \quad (15)$$

또한 새로운 좌표 \bar{x}_i 를 다음과 같이 정의할 때,

$$\bar{x}_i = J_i \eta_i(t) \quad (i=1,2) \quad (16)$$

식(16)을 식(15)에 대입하여 정리함으로써, 좌표 \bar{x}_i 에 대한 동적 방정식을 유도할 수 있고, 더구나 식 (14)에서 사용되어진 제어입력 v_i 을 다음과 같이 정의한다면

$$v_i(t) = J_i^{-1}(v_i - J_i J_i^{-1} \dot{\bar{x}}_i) + (\ddot{J}_i - \dot{J}_i^{-1}) \lambda_i \quad (17)$$

이때, 전체 시스템의 동적 방정식은 다음과 같이 표현되어진다.

$$\overline{M}_w \ddot{x}_w = \psi_1 \quad \psi_2 \quad 0_{2 \times 1} \quad 0)^T - J_c^T \lambda \quad (18)$$

$$J_c \ddot{x}_w = 0 \quad (19)$$

단,

$$\overline{M}_w = \begin{pmatrix} I_{2 \times 2} & & & \\ & I_{2 \times 2} & & \\ & & M_o & \\ & & & I_o \end{pmatrix}, \quad J_c^T = \begin{pmatrix} I_{2 \times 2} & & & \\ & I_{2 \times 2} & & \\ & & -I_{2 \times 2} & \\ & & & -I_{2 \times 2} \end{pmatrix}$$

$$J_\varphi = (-J_{\varphi_1} \quad J_{\varphi_2})^T$$

$$= (-L \sin \varphi \quad -L \cos \varphi \quad L \sin \varphi \quad L \cos \varphi)^T$$

$$\overline{x}_w = (\bar{x}_1 \quad \bar{x}_2 \quad x_o \quad \varphi)^T$$

따라서 식(9)-(10)으로 나타내어진 일반화 좌표 및 미분을 이용함으로써, 이동 목표물에 대한 질량중심의 위치와 새로운 좌표 \bar{x}_i 로부터 다음과 같은 관계를 나타낼 수 있다.

$$\dot{\bar{x}}_o = \dot{\bar{x}}_1 + (I_{2 \times 2} \quad 0_{2 \times 2}) J_\varphi \dot{\varphi} \quad (20)$$

$$\dot{\bar{x}}_o = \dot{\bar{x}}_2 + (0_{2 \times 2} \quad I_{2 \times 2}) J_\varphi \dot{\varphi} \quad (21)$$

더구나 위의 식(20)-(21)을 미분하여 식(18)에 대입함으로써 다음과 같이 분산된 동적 방정식으로 표현할 수 있다.

$$\ddot{\bar{x}}_o - (I_{2 \times 2} \quad 0_{2 \times 2})(J_\varphi \ddot{\varphi} + \dot{J}_\varphi \dot{\varphi}) = \nu_1 - \lambda_1 \quad (22)$$

$$\ddot{\bar{x}}_o - (0_{2 \times 2} \quad I_{2 \times 2})(J_\varphi \ddot{\varphi} + \dot{J}_\varphi \dot{\varphi}) = \nu_2 - \lambda_2 \quad (23)$$

3. 제어기 설계

3.1 시스템 확장(System augmentation)

본 논문에서 제안하는 제어기 설계 방법은 다중 시스템에 대한 분산 수동 속도장 제어법(decentralized passive velocity field control algorithm)이다.

먼저 식(22)-(23)으로 주어진 동적 방정식에 대하여, 실제 제어입력 v_i 을 다음과 같이 정의함으로써

$$\nu_1 = \dot{\nu}_1 - (I_{2 \times 2} \quad 0_{2 \times 2})(J_\varphi \ddot{\varphi} + \dot{J}_\varphi \dot{\varphi}) \quad (24)$$

$$\nu_2 = \dot{\nu}_2 - (0_{2 \times 2} \quad I_{2 \times 2})(J_\varphi \ddot{\varphi} + \dot{J}_\varphi \dot{\varphi}) \quad (25)$$

두 대의 이동로봇과 이동 목표물에 대한 운동 방정식에서, 이동 목표물의 질량중심 x_o 는 다음과 같은 세 개의 질량들이 각각 ν_i ($i=1,2$)에 의하여 제어되어짐으로서 다음과 같이 간단하게 분리하여 표현할 수 있다.

$$\begin{cases} (I_{2 \times 2} + \rho_1 M_o) \ddot{x}_o = \nu_1 \\ (I_{2 \times 2} + \rho_2 M_o) \ddot{x}_o = \nu_2 \end{cases} \quad (26)$$

단 $\sum_{i=1}^2 \rho_i = 1$ 이다.

식(26)에서 표현되어진 다중 이동로봇의 동적 방정식을 다음과 같이 간단히 기술하고

$$\overline{M}_i \ddot{x}_o = \nu_i \quad (i=1,2) \quad (27)$$

가상의 속도조절 시스템(virtual flywheel system)의 동적 방정식을 다음과 같이 정의하면,

$$M_{fui} \ddot{x}_{fui} = \nu_{fui} \quad (i=1,2) \quad (28)$$

이때, 식(27)-(28)을 결합한 확장된 동적 방정식(augmented dynamic equation)을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\overline{M}_a^T \ddot{X}_a = \dot{\nu}_a \quad (29)$$

단,

$$\overline{M}_a^T = \begin{pmatrix} \overline{M}_i & 0 \\ 0 & M_{fui} \end{pmatrix},$$

$$X_a = (x_o \quad x_{fui})^T, \quad \dot{\nu}_a = (\dot{\nu}_i \quad \nu_{fui})^T$$

3.2 분산 수동 속도장 제어기

본 논문에서 제안되어진 제어기 설계방법은 Li^[2]에 의하여 소개되어진 방법의 확장으로서, 다음과 같은 정리 1의 성질들이 만족함을 보여줄 수 있다. 더구나 제안되어진 제어기 설계 방법은 Fig. 3과 같은 간단하게 나타내어질 수 있다.

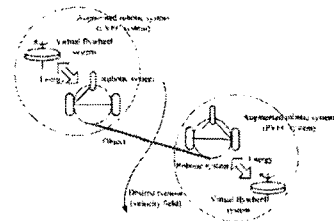


Fig. 3 Schematic diagram of decentralized passive velocity field control

Theorem 1: 식(29)와 같이 표현되어진 확장된 동적 방정식에 대하여 다음과 같은 성질들이 만족되어진다.

- (1) 확장된 동적 시스템은 주어진 환경적 외력(environment force)에 대하여 항상 수동(passive)이다.
- (2) 확장된 동적 시스템의 속도인 X_a 는 속도장(velocity field) V_a 에 수렴한다. 즉, $X_a \rightarrow \beta V_a$ 이다.

Proof:

- (1) 수동성(passivity): 정리 1에서 확장된 동적 시스템

의 기계적 에너지 $H_a(t)$ 를 다음과 같이 정의할 때,

$$H_a(t) = \sum \bar{X}_a^T \bar{M}_i^* \bar{X}_a \quad (30)$$

이때 $H_a(t)$ 의 시간미분을 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} H_a &= \sum \{ \bar{X}_a^T \bar{M}_i^* \dot{\bar{X}}_a + \frac{1}{2} \bar{X}_a^T \dot{\bar{M}}_i^* \bar{X}_a \} \\ &= \bar{x}_o^T \sum_{i=1}^2 \nu_i + \sum_{i=1}^2 \bar{x}_{fu} M_{fu} \bar{x}_{fu} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \bar{X}_a^T \dot{\bar{M}}_i^* \bar{X}_a \\ &= \sum_{i=1}^2 \bar{X}_a^T \nu_a \bar{X}_a = 0 \end{aligned}$$

단, ν_a 는 coupling control law로서 다음과 같이 정의되어진다.

$$\nu_a = (\bar{G} + \gamma_i \bar{R}_a) \bar{X}_a \quad (i=1,2) \quad (31)$$

따라서, 우리는 위의 식들을 적분하여 정리함으로써 다음과 같은 식을 유도할 수 있다.

$$\int_0^t \frac{d}{dt} H_a(t) dt = H_a(t) - H_a(0) = 0 \quad (32)$$

다시 말하면, 기계적 에너지 $H_a(t)$ 를 저장함수(storage function)로서 이용함으로써 수동성의 정의에 의하여 주어진 피드백 시스템이 수동(passive)임을 알 수 있다.

(2) 수렴성(convergence): 어떤 $\beta \in R$ 에 대하여 오차 방정식(error equation)을 다음과 같이 정의할 때,

$$e_\beta = \bar{X}_a - \beta V_a \quad (33)$$

이때 속도오차(velocity error)에 관계하는 Lyapunov function candidate \bar{W}_β 를 다음과 같이 정의하자.

$$\bar{W}_\beta = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 e_\beta^T \bar{M}_i^* e_\beta \quad (34)$$

정의되어진 \bar{W}_β 를 시간미분하면, 다음과 같은 식을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\bar{W}}_\beta &= \sum_{i=1}^2 \{ \bar{e}_\beta^T \bar{M}_i^* \dot{e}_\beta + e_\beta^T \bar{M}_i^* \dot{\bar{e}}_\beta \} \\ &= -\beta \sum_{i=1}^2 \gamma_i \{ V_a^T \bar{M}_i^* V_a \cdot \bar{X}_a^T \bar{M}_i^* \bar{X}_a \\ &\quad - V_a^T \bar{M}_i^* \bar{X}_a \cdot V_a^T \bar{M}_i^* \bar{X}_a \} \\ &= -\beta \sum_{i=1}^2 \gamma_i (4H_a^* \bar{E}_i - \langle \langle V_a, \bar{X}_a \rangle \rangle^2) \\ &= -\sum_{i=1}^2 \beta \gamma_i (4H_a^* \bar{E}_i - 4H_a^* \bar{E}) \\ &= 0 \end{aligned}$$

따라서, 위에서 기술되어진 식은 Barbalet's lemma을 이용함으로써 $\bar{W}_\beta \rightarrow 0$ 임을 의미하고, 이러한 공식을 이용함으로써 우리는 본 논문에서 제안되어진 확장된 동적 방정식의 속도인 \bar{X}_a 가 βV_a 에 수렴함을 알 수 있다. 즉, $\bar{X}_a \rightarrow \beta V_a$ 이다. ■

4. 모의실험

다중 이동로봇 시스템에 대하여 공동의 이동 목표물을 이동하기 위하여 제안되어진 제어설계법의 유효성을 보여주기 위하여, 우리는 Fig. 3에서 보여진 것처럼 목표점이 고정물체의 중앙에 위치함을 가정한다. 이때, 목표물체의 중심은 반경이 1[m]인 원형이 되도록 회전하여 궤도를 추종하도록 할 것이다.

또한 다중 이동로봇 시스템들에 대한 직접적인 실험을 위하여, 제어입력(control input)은 다음과 같이 고려하였다.

$$\nu_\varphi = -K_p(\varphi_d - \varphi) - K_v(\dot{\varphi}_d - \dot{\varphi}) \quad (35)$$

더불어서, 본 모의실험에서 사용되어진 파라미터들은

Table 1에서 나타내어진다.

Table 1 Various system parameters

(x_1, y_1)	(1.0, 1.0)	L	0.2[m]
(x_2, y_2)	(0.9, 1.6)	\bar{E}	5000[Nm]
θ_1, θ_2	$\pi/2$	K_v	4.0
φ	1.7	K_p	4.0
h	0.05[m]	β	0.0

모의실험의 결과는 다음과 같이 나타내어지고, 이러한 결과들로서 제안되어진 제어방법의 유효성을 검증할 수 있다.

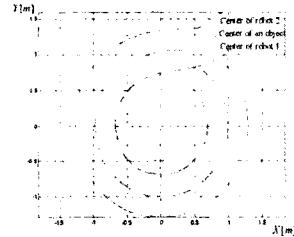


Fig. 4 Trajectories of two mobile robots and an object

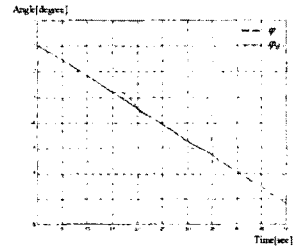


Fig. 5 An object and desired angle

5. 결 론

본 논문에서, 우리는 고정된 목표물을 두 대의 이동로봇을 통하여 지정된 궤도를 추종하도록 하는 제어방법을 제안하였다. 특히 고려되어진 다중 시스템에 대한 시스템 모델링 및 해석 방법을 제안하였고, 제안되어진 알고리즘은 외부적 환경적 요소들에 대하여 항상 수동성을 증명함으로써 시스템 강인성에 대한 이론적 해석을 물론이고 모의실험을 통한 제어방법의 유효성도 검증하였다.

추후의 연구과제로서는, 제안되어진 제어방법을 AGV 시스템 및 다중 로봇 작업이 요구되어지는 분야에 실제적 적용하여 실제적인 검증을 할 것이다.

본 연구는 한국과학기술부(MOST) 지정 국가지정연구실사업(NRL)의 지원에 의한 것입니다.

[참 고 문 헌]

- [1] G. Campoin, G. Bastin, and B. D'andrea Novel, "Structural Properties and Classification of Kinematic and Dynamic Models of Wheeled Mobile Robots", IEEE Trans. on Robotics and Automation, Vol. 12, No. 1, pp. 47-56, 1996.
- [2] Perry Y. Li and R. Horowitz, "Passive Velocity Field Control: Part I Geometry and Robustness-", IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. 46, No. 9, pp. 1346-1359, 2001.
- [3] J. H. Suh et. al., "Decentralized Control of Cooperative 3 Wheeled Mobile Robots using Passive Velocity Field Control", Proc. of AROB, pp. 433-436, Japan, 2004.