

압전세라믹 액츄에이터를 이용한 평판의 능동 진동 제어

김준국*, 최수영**, 조용석***, 박기현*
 Sungkyunkwan Univ., Samsung Electronics, Konyang Univ. IT 학부***

Active Vibration Control of Plate using PZT

Joonkook Kim*, Sooyoung Choi**, Yongsuk Cho***, Kiheon Park*
 Sungkyunkwan Univ. Information and Communication engineer, Samsung DISITall**, Konyang Univ. IT engineer***

Abstract - This paper is concerned with the active vibration control of plate system using electromagnetic force actuator. The transfer function from the force input to the bending displacement was obtained via modal analysis results. Control algorithm are proposed and implemented on the experimental setups to show their efficacy. In this paper, the genetic algorithm is used to design a H_2 controller. Effectiveness and performance of the designed controller were verified by simulation and experiment results.

본 연구에 사용된 평판은 그림 1에서와 같이 x, y 방향의 길이가 각각 a, b 이고 두께가 h , 밀도 ρ , 영 계수 (Young's modulus) E , 프와송 비 (Poisson ratio) ν 이며, $x=0, 0 \leq y \leq b$ 에서 고정되었고, $a_0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b$ 의 위치에 두께가 h' , 평판과 같은 물질치의 분포 질량이 평판에 고정되어 있다. 또한 x_0, y_0 의 위치에서 $F(t)$ 로 가진된다. 평판의 운동 방정식은 식(1)과 같다[3].

1. 서 론

최근 산업기술이 발달함에 따라 고속, 고정밀, 고품질, 고성능의 다양한 제품이 생산되고 있으며, 이러한 제품의 진동은 제품의 신뢰성을 저하시키는 요인이 된다. 따라서, 전기기계 장치의 진동을 제어하는 연구가 활발히 진행되고 있다. 지금까지의 연구는 기계공학 또는 제어공학 등 단일 분야의 연구자에 의해 수행되어 왔으며, 대표적인 연구 결과로서 김승한 등[1]은 압전 필름을 이용하여 Bang-Bang 제어기(BBC)를 제안하여 강제 진동 제어 효과를 고찰하였고, 고강웅 등[2]은 비접촉식 센서와 액츄에이터를 이용한 외팔보의 진동제어 실험을 수행한 바 있다.

이처럼 지금까지의 기술개발은 기존의 기계 모델에 단순한 제어기 설계를 통해 진동제어를 수행하였으나, 본 논문에서는 보다 심도있는 연구가 되기 위해서 단순 제어만이 아닌 기계적인 모델의 분석을 병행하였다. 또한, 진동제어 관련 연구를 실용화시키기 위하여 먼저 기계구조물의 비선형특성에 대해 연구하고 평판의 선형/비선형 방정식을 유도한 뒤, 평판 구조물의 특성에 맞는 압전 액츄에이터 및 센서를 제작하여 실험하였다.

2. 본 론

2.1 평판의 선형 모델링

평판의 진동을 제어하기 위해 먼저 그림 1과 같이 한쪽 변이 고정된 평판에 대한 운동방정식을 유도하였다.

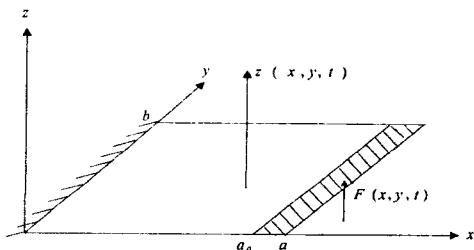


그림 1. 평판의 개요
 Fig. 1. Schematic of the plate

$$-D\nabla^4 w(x, y, t) + f(x, y, t) = m(x, y, t)\ddot{w}(x, y, t)$$

여기서, $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ (1)

D 는 굽힘강성, $f(x, y, t)$ 는 단위면적당 가해지는 힘, $m(x, y, t)$ 는 단위면적당 질량이며, $w(x, y, t)$ 는 Z 축 방향의 평판의 변위를 나타낸다. 한쪽 변만 고정된 (clamped) 평판의 진동변위는 구체적인 함수 값으로 해를 구하기는 어려운 것으로 알려져 있다. 따라서 Galerkin-Method를 이용한 개략식을 사용하였다[4].

$$w(x, y, t) = X_1(x)Y_1(y)q_{11}(t) + X_1(x)Y_2(y)q_{12}(t) + X_2(x)Y_1(y)q_{21}(t)$$
 (2)

여기서 모드함수와 파라미터 값은

$$X_n(x) = \cosh(x \cdot \beta_n/a) - \cos(x \cdot \beta_n/a) - \sigma_n(\sinh(x \cdot \beta_n/a) - \sin(x \cdot \beta_n/a))$$

$$Y_1(y) = 1, Y_2(y) = \sqrt{3}/b(2y-b)$$
 (3)
$$\beta_1 = 1.8751, \beta_2 = 4.694$$

$$\sigma_1 = 0.7341, \sigma_2 = 1.0125, a = 0.32, b = 0.3$$

이며, 식(2)를 식(1)에 대입하여 정리하면 아래와 같다.

$$M\dot{q}(t) + Kq(t) = F \cdot f_0(t)$$
 (4)

여기서,

$$M = \begin{bmatrix} m_{1111} & m_{1112} & m_{1121} \\ m_{2111} & m_{2112} & m_{2121} \\ m_{2111} & m_{2112} & m_{2121} \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} k_{1111} & k_{1112} & k_{1121} \\ k_{1211} & k_{1212} & k_{1221} \\ k_{2111} & k_{2112} & k_{2121} \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} F_{11} \\ F_{12} \\ F_{21} \end{bmatrix}, q(t) = \begin{bmatrix} q_{11}(t) \\ q_{12}(t) \\ q_{21}(t) \end{bmatrix}$$

$$m_{ykt} = \int_0^b \int_0^a m(x, y) X_i Y_j X_k Y_l dx dy$$

$$K_{ykt} = D \int_0^b \int_0^a (X_i^{(4)} Y_j + 2X_i^{(2)} Y_j^{(2)} + X_i Y_j^{(4)}) X_k Y_l dx dy$$

$$F_{kt} = X_k(x_0) Y_l(y_0)$$

댐평항을 고려한 실제 시스템의 운동방정식은 식(5)와 같다.

$$M\dot{q}(t) + Dq(\dot{t}) + Kq(t) = F \cdot f_0(t) \quad (5)$$

여기서,

$$M = \begin{bmatrix} 1.39078 & 0 & -0.7699 \\ 0 & 1.3978 & 0 \\ -0.7699 & 0 & 1.21766 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} 710.998 & 0 & -0.38083 \\ 0 & 5820.49 & 0 \\ -0.38083 & 0 & 27934.869 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0.01162 & 0 & 0 \\ 0 & 0.058484 & 0 \\ 0 & 0 & 0.01635 \end{bmatrix}$$

2.2.2 평판의 운동방정식을 이용한 전달함수

이제 평판 위의 (X_0, Y_0) 위치에 작용하는 힘 $f_0(t)$ 로부터 평판의 변위 $m(x, y, t)$ 사이의 전달함수를 구해보자. 먼저, 아래와 같은 상태변수 $x(t)$ 를 정의한다.

$$x(t) = \begin{bmatrix} q(t) \\ \dot{q}(t) \end{bmatrix} = [q_{11} \ q_{12} \ q_{21} \ q_{11} \ q_{12} \ q_{21}]^T \quad (6)$$

$$\text{여기서, } \dot{q}(t) = [0 \ I] x(t)$$

$$q(\dot{t}) = -M^{-1}Kq - M^{-1}\dot{q} + M^{-1}Ff_0(t)$$

따라서,

$$x(t) = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}D \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}F \end{bmatrix} f_0(t)$$

$$y(t) = X_1(x) Y_1(y) q_{11}(t) + X_1(x) Y_2(y) q_{12}(t) + X_2(x) Y_1(y) q_{21}(t) \quad (7)$$

$$= [X_1(x) Y_1(y) \ X_1(x) Y_2(y) \ X_2(x) Y_1(y) \ 0 \ 0 \ 0] x(t)$$

최종적으로 식(8)의 결과를 얻게된다.

$$x(t) = Ax(t) + B(x_0, y_0), \quad y(t) = Cx(t) \quad (8)$$

여기서,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}D \end{bmatrix}, \quad B(x_0, y_0) = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}F(x_0, y_0) \end{bmatrix}$$

$$C = [X_1(x) Y_1(y) \ X_1(x) Y_2(y) \ X_2(x) Y_1(y) \ 0 \ 0 \ 0]$$

$$F(x_0, y_0) = \begin{bmatrix} X_1(x_0) Y_1(y_0) \\ X_1(x_0) Y_2(y_0) \\ X_2(x_0) Y_1(y_0) \end{bmatrix}$$

식(8)에서 입력 $f_0(t)$ 는 (X_0, Y_0) 위치에 가해진 힘이고 출력 $y(t)$ 는 (x, y) 위치에서의 평판의 변위 $m(x, y, t)$ 이다.

평판에 두개의 센서와 액추에이터를 부착한 경우의 상태방정식은 식(9)과 같다.

$$x(t) = Ax(t) + B(x_{a1}, y_{a1}) f_1(t) + B(x_{a2}, y_{a2}) f_2(t)$$

$$y_1(t) = w(x_{s1}, y_{s1}, t) = C(x_{s1}, y_{s1}) x(t) \quad (9)$$

$$y_2(t) = w(x_{s2}, y_{s2}, t) = C(x_{s2}, y_{s2}) x(t)$$

식(9)의 상태방정식을 가지는 시스템은 다변수 시스템이 되며 이 때, $[f_1(t) \ f_2(t)]^T$ 에서 $[y_1(t) \ y_2(t)]^T$ 사이의 전달행렬 $G(s)$ 는 식(10)와 같다.

$$G(s) = \begin{bmatrix} C(x_{s1}, y_{s1}) \\ C(x_{s2}, y_{s2}) \end{bmatrix} (sI - A)^{-1} \cdot [B(x_{a1}, y_{a1}) \ B(x_{a2}, y_{a2})] \quad (10)$$

2.2.3 평판 진동 제어기의 설계

H_2 제어기의 설계는 MATLAB toolbox를 이용하였는데 먼저 toolbox 사용에 필요한 표준형으로 고치는 과정이 필요하며 그 결과는 식(13)과 같다.

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_u(s) & 0 & 0 & -P_d(s) - G(s) \\ 0 & 0 & 0 & k \\ P_u(s) & N - M & -P_d(s) - G(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_0 \\ n \\ m \\ d_0 \\ u \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$u(s) = C(s) y_1(s)$$

$z_1(s) = e(s)$ 와 $z_2(s) = ku(s)$ 는 조정 변수, $y_1(s)$ 는 제어기 입력신호, N, M 은 각기 n 과 m 의 스펙트럼 밀도이다. 제어기 설계시, 설계 변수는 식(12)와 같다.

$$P_u(s) = \frac{1}{s+40}, \quad P_d(s) = \frac{40}{s+40} \quad (12)$$

$$N = M = 0.01I$$

$$k = 10^{-7}$$

2.3 평판 진동 제어기의 시뮬레이션

2절에서 구한 전달함수를 사용하여 평판 진동 제어를 시뮬레이션하였다. 아래 그림2는 시뮬레이션의 블록선도이다.

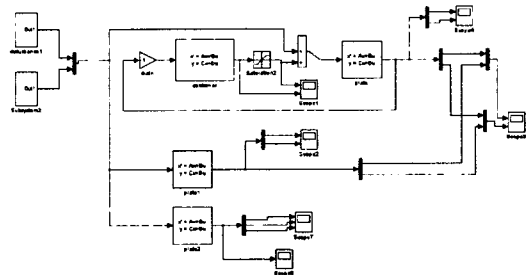
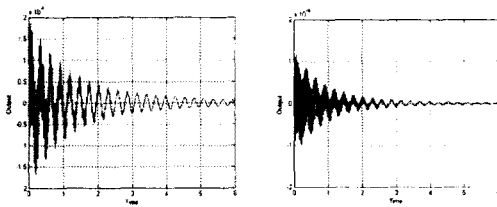


그림 2. MATLAB 시뮬레이션
Fig 2. MATLAB simulation

시물레이션은 제어를 부착하지 않은 개루프와 제어를 부착한 폐루프의 경우로 나누어서 수행하였다.

그림3은 평판에 위치한 센서와 액추에이터의 위치를 $(x_{s1}, y_{s1}) = (0.1, 0.05)$, $(x_{s2}, y_{s2}) = (0.2, 0.2)$, $(x_{a1}, y_{a1}) = (0.05, 0.05)$, $(x_{a2}, y_{a2}) = (0.08, 0.25)$ 로 하고 양 액추에이터에 $t=0$ 에서 0.01초 넓이의 구형 펄스파를 인가한 경우 개루프 상태에서 발생하는 두 개의 센서 출력 결과이다.

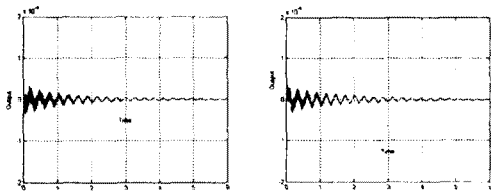


a) 센서 1의 출력
a) Output of sensor1
b) 센서 2의 출력
b) Output of sensor2

그림 3. 개루프에서의 센서 출력
Fig 3. Output of sensor in open loop

모드함수의 형태로 진동이 발생하기 때문에 센서의 위치에 따라 다른 결과를 나타내는 것을 알 수가 있다.

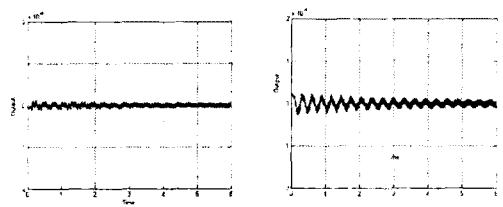
그림4는 위와 동일한 조건에서 H_2 제어를 부착한 폐루프의 시물레이션 결과를 나타낸다.



a) 센서 1의 출력
a) Output of sensor1
b) 센서 2의 출력
b) Output of sensor2

그림 4. 폐루프에서의 센서 출력
Fig 4. Output of sensor in closed loop

그림 3과 비교해 보면 진동이 현격하게 줄어들었다는 것을 확인할 수 있다. 제어기의 설계에 있어서 제어기의 차수는 낮을수록 좋은 것으로 알려져 있다. 진동 제어기의 설계에서 식(10)의 전달행렬은 3개의 모드를 모두 고려한 것으로서 6차의 차수를 갖고, 설계된 제어기는 9차의 차수를 가진다. 만일 2개의 모드만 고려한 축소 모델을 이용하는 경우에는 제어기의 차수를 더 줄일 수 있다. 축소 모델을 이용한 제어기를 이용하는 경우에는 spillover의 발생 여부가 문제가 되는데 본 논문에서 다루고 있는 평판의 경우는 3모드의 성분이 크게 나타나기 때문에 1,2 모드만 고려한 제어기는 spillover가 일어날 가능성이 크다. 그림5는 식(2)에서 3개의 모드가 아닌 2개의 모드만으로 개략화 시킨 전달함수를 이용해 시물레이션을 수행하고, 그 결과를 나타낸 것이다. 위에서 언급한 spillover 현상을 확인할 수가 있다.



a) 센서 1의 출력(2모드) b) 센서2의 출력(2모드)
a) Output of sensor1(2mode) b) Output of sensor 2(2mode)

그림 5. spillover의 확인
Fig 5. Affirmation of spillover

3. 결 론

Galerkin method를 사용하여 평판의 전달함수를 유도하였으며, 그리고 전달함수의 극과 영점이 non-collocated 형태임을 확인하였고 실제 실험 결과와 비교하여 유효성을 확인하였다. 모드해석 및 시물레이션을 통하여 모델링시 고려한, 3가지의 진동 모드 중 1모드 및 3모드의 성분이 보다 크게 나타나는 것을 알 수 있었다. 또한, 3모드를 생략한 축소모델로 제어기 설계하는 경우는 spillover가 생길 수 있음을 역시 시물레이션으로 확인하였다. 3모드까지 포함시킨 전달 함수에 대한 H_2 제어를 설계하고, 이 제어기를 사용하는 경우에는 제어가 없는 경우보다 진동폭이 20%이하로 감소하는 것을 시물레이션으로 확인하였으며, 실제 실용화를 위해서는 3개의 모드를 고려하는 제어기의 경우에도 생략된 모드의 효과를 고려하는 강인(robust) 제어기를 도입하는 것이 바람직하게 보인다. 즉, 강인 안정도와 함께 제어계의 성능까지도 고려해야 하므로 H_2/H_∞ 혼합 제어기의 적용이 적절하다.

본 연구는 산업자원의 지원에 의하여 기초전력연구
구원(R-2003-B-070-0-00) 주관으로 수행된 과제임.

[참 고 문 헌]

- [1] 김승환, 최승복, 정재천, " 압전 필름을 이용한 외판보의 능동 진동제어", 한국 항공우주학회지, 제21권, 제5호, p.76-87, 1997.
- [2] Kangwoong Ko, Sooyoung Choi and Kiheon Park, " Active Vibration Control of a Cantilever Beam using Electromagnetic Actuators", KIEE International Transactions on SC, vol. 2-D, no. 2, pp.65-71, 2002.
- [3] Wong, W. O., 2002, "The Effects of Distributed Mass Loading on Plate Vibration Behavior", Journal of Sound and Vibration, Vol. 252, No. 3, pp. 577-583.
- [4] L.Meirovitch, " Principles and techniques of vibrations", Upper saddle river, New Jersey, Prentice Hall, 1997.