

슬라이딩 모드를 이용한 유도전동기 자속관측기 설계

우성도, 황영호, 김도우*, 정기철*, 양혜원
 한양대학교 전자전기제어계측공학, 대덕대학 마이크로로봇과*

Design of flux observer for induction motor using sliding mode

Sung-Do Woo, Yong-Ho Hwang, Do-Woo Kim*, Gi-Chul Jung*, Hai-Won Yang
 Dept of Elec. Elec. Con & Inst. Eng. Hanyang Univ., Micro Robot Eng. Daeduck college*

Abstract - 본 논문에서는 유도전동기의 속도 제어를 위한 자속관측기를 설계한다. 고정자에서 전류의 크기, 전류의 변화량과 회전자의 회전 속도를 측정하여 슬라이딩 평면을 구성한 슬라이딩 모드 기법으로 설계된 관측기를 통해 자속을 추정한다. 모의실험을 통해 관측기의 성능을 검증한다.

1. 서 론

유도 전동기는 산업 전반에 널리 사용된다. 3상 유도전동기는 신뢰성이 높고, 견고하며 구조가 비교적 간단하고, 고속 운전이 가능한 장점을 가지고 있다. 하지만, 비선형 다변수 구조를 가지고 있어 제어에 어려움이 있다 [1]. 모터의 벡터 제어 방식에는 회전자의 자속을 측정하여 회전속도를 제어하는 직접제어방식이 있다. 하지만, 모터의 자속은 측정이 어렵고 또 측정하기 위해 센서를 추가 할 경우 비용이 많이 들게 된다. 이 때 자속관측기를 설계하여 센서 설치비용을 줄일 수 있다[2]. 본 논문에서는 자속관측기를 이용하여 자속을 추정한다. 자속관측기는 외란이나 파라미터의 불확실성에 강인한 특징이 가진 슬라이딩 모드 기법을 통해 설계하였다[3]. 자속의 추정치가 실제 값을 정확히 추정하는 것을 Lyapunov 안정도 해석방법을 이용하여 증명하였다. 그리고, 모의 실험을 통해 제안된 관측기의 효용성을 증명하였다.

2. 본 론

2.1 유도 전동기 모델

본 논문에서 사용하는 유도전동기의 수학적 모델은 다음과 같이 a-b 기준 frame 상태 방정식으로 나타낸다.

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= -\gamma x_1 + \frac{K}{T_r} x_3 + pKx_5x_4 + \alpha u_a \\ \frac{dx_2}{dt} &= -\gamma x_2 + \frac{K}{T_r} x_4 - pKx_5x_3 + \alpha u_b \\ \frac{dx_3}{dt} &= \frac{M}{T_r} x_1 - \frac{1}{T_r} x_3 - px_5x_4 \\ \frac{dx_4}{dt} &= \frac{M}{T_r} x_2 - \frac{1}{T_r} x_4 + px_5x_3 \\ \frac{dx_5}{dt} &= \mu(x_2x_3 - x_1x_4) - \frac{T_L}{J} \end{aligned} \quad (1)$$

여기서, 파라미터 σ , α , K , γ , μ 는 각각

$$\sigma = 1 - (m^2 L_s L_r), \quad \alpha = \frac{1}{\sigma L_s}, \quad K = M(\sigma L_s L_r),$$

$$\gamma = \frac{M}{\sigma L_s} + \frac{R_r M^2}{\sigma L_s L_r}, \quad \mu = \frac{pM}{JL_r} \text{ 이고,}$$

x_1, x_2 는 각각 고정자에 흐르는 전류, x_3, x_4 는 회전자의 자속, x_5 는 회전자의 회전속도를 나타내며 J ,

T_L, p 는 각각 회전자의 관성모멘트, 부하의 토크, 극의 수를 나타낸다. M, L_r, L_s 는 각각 상호 인덕턴스와 회전자, 고정자 인덕턴스를 나타내며, R_r 과 R_s 는 회전자와 고정자의 저항을 나타낸다.

고정자의 전류와 회전자의 속도를 측정하여 회전자 자속을 정확히 추정하도록 하는 것이 본 논문의 목적이다.

2.2 관측기 설계

자속 관측기 방정식은 다음과 같이 나타낸다.

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{x}_1}{dt} &= -\gamma x_1 + \frac{K}{T_r} \hat{x}_3 + pKx_5\hat{x}_1 + \alpha u_a + \Lambda_1 I_s \\ \frac{d\hat{x}_2}{dt} &= -\gamma x_2 + \frac{K}{T_r} \hat{x}_4 - pKx_5\hat{x}_3 + \alpha u_b + \Lambda_2 I_s \\ \frac{d\hat{x}_3}{dt} &= \frac{M}{T_r} x_1 - \frac{1}{T_r} \hat{x}_3 - px_5\hat{x}_4 + \Lambda_3 I_s \\ \frac{d\hat{x}_4}{dt} &= \frac{M}{T_r} x_2 - \frac{1}{T_r} \hat{x}_4 + px_5\hat{x}_3 + \Lambda_4 I_s \end{aligned} \quad (2)$$

여기서, \hat{x}_1, \hat{x}_2 는 고정자의 전류의 추정치이고, \hat{x}_3, \hat{x}_4 는 회전자 자속의 추정치이다. $\Lambda_j = [\Lambda_{j1} \Lambda_{j2}]$, $j \in \{1, 2, 3, 4\}$ 이며 관측기 이득이다.

I_s 는 벡터로서 다음과 같다.

$$I_s = \begin{bmatrix} \tanh(S_1) \\ \tanh(S_2) \end{bmatrix} \quad (3)$$

$\begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \end{bmatrix}$ 를 S_{ob} 라 할 때, S_{ob} 는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$S_{ob} = \Gamma \begin{bmatrix} (x_1 - \hat{x}_1) + (\dot{x}_1 - \dot{\hat{x}}_1) \\ (x_2 - \hat{x}_2) + (\dot{x}_2 - \dot{\hat{x}}_2) \end{bmatrix} \quad (4)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{1}{\beta} \begin{bmatrix} \frac{K}{T_r} & -pKx_5 \\ pKx_5 & \frac{K}{T_r} \end{bmatrix}, \\ \beta &= \left[\frac{K}{T_r} \right]^2 + p^2 K^2 x_5^2 \end{aligned}$$

식(1)와 식(2)를 통해 계산된 오차($e = x - \hat{x}$) 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} e_1 &= \frac{K}{T_r} e_3 + pKx_5 e_4 - \Lambda_1 I_s \\ \frac{d}{dt} e_2 &= \frac{K}{T_r} e_4 - pKx_5 e_3 - \Lambda_2 I_s \end{aligned}$$

$$\frac{d}{dt} e_3 = -\frac{1}{T_r} e_3 - p x_5 e_4 - \Lambda_3 I_s \quad (5)$$

$$\frac{d}{dt} e_4 = -\frac{1}{T_r} e_4 + p x_5 e_3 - \Lambda_4 I_s$$

고정자의 전류와 회전자 자속은 유계값을 가지는 것으로 가정한다. 그리고 관측기 이득 행렬은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \Lambda_{11} & \Lambda_{12} \\ \Lambda_{21} & \Lambda_{22} \end{bmatrix} = \Gamma^{-1} \Delta \quad (6)$$

여기서, $\Delta = \begin{bmatrix} \delta_1 & 0 \\ 0 & \delta_2 \end{bmatrix}$ 이고, 다음의 조건들을 만족한다면, S_{ob} 는 0이 된다.

$$\begin{aligned} \delta_1 &> A_{\max}(\rho_3 + |\hat{x}_3|) + B_{\max}(\rho_4 + |\hat{x}_4|) \\ &\quad a_{\max}|e_1 + \dot{e}_1| + b_{\max}|e_2 + \dot{e}_2| + |\Lambda_{32}| \\ \delta_1 &> A_{\max}(\rho_3 + |\hat{x}_3|) + B_{\max}(\rho_4 + |\hat{x}_4|) \quad (7) \\ &\quad a_{\max}|e_1 + \dot{e}_1| + b_{\max}|e_2 + \dot{e}_2| + |\Lambda_{32}| \end{aligned}$$

$$a_{\max} = 2 T_r p^2 K \eta_1 \eta_2, \quad (8)$$

$$b_{\max} = p T_r^2 \eta_2 \left(-\frac{1}{T_r} + 2p^2 \eta_1^2 \right), \quad (9)$$

$$q_1 > 0, \quad q_2 > 0, \quad (10)$$

$$\Lambda_{31}, \Lambda_{42} > 0 \quad (11)$$

ρ_1, ρ_2 는 각각 자속의 최대값이고, η_1, η_2 는 각각 회전자 속도와 가속도의 최대 값이다. 또한 다음식을 만족할 때 e_3, e_4 가 0으로 수렴한다.

$$\begin{bmatrix} \Lambda_{31} & \Lambda_{32} \\ \Lambda_{41} & \Lambda_{42} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(q_1 - \frac{1}{T_r} \right) \delta_1 & -p x_5 \delta_2 \\ p x_5 \delta_1 & \left(q_2 - \frac{1}{T_r} \right) \delta_2 \end{bmatrix} \quad (12)$$

2.3 관측기 안정도 증명

Lyapunov 함수를 이용하여 관측기의 안정도를 증명하고자 한다.

Lyapunov 함수를 다음과 같이 선택하자.

$$V = \frac{S_{ob}^T S_{ob}}{2} \quad (13)$$

식(13)을 시간에 대해 미분하면 다음과 같다.

$$\dot{V} = S_{ob}^T \dot{S}_{ob} \quad (14)$$

식(4)의 미분 \dot{S}_{ob} 은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{S}_{ob} &= \Gamma \begin{bmatrix} \dot{e}_1 + \dot{\dot{e}}_1 \\ \dot{e}_2 + \dot{\dot{e}}_2 \end{bmatrix} + \Gamma \begin{bmatrix} e_1 + \dot{e}_1 \\ e_2 + \dot{e}_2 \end{bmatrix} \\ &= \Gamma \left\{ \begin{bmatrix} \frac{K}{T_r} & pKx_5 \\ -pKx_5 & \frac{K}{T_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_3 + \dot{e}_3 \\ e_4 + \dot{e}_4 \end{bmatrix} \right. \\ &\quad \left. - \begin{bmatrix} \Lambda_{11} & \Lambda_{12} \\ \Lambda_{21} & \Lambda_{22} \end{bmatrix} (I_s + \dot{I}_s) pKx_5 \begin{bmatrix} e_4 \\ -e_3 \end{bmatrix} \right\} \\ &\quad + \Gamma \begin{bmatrix} e_1 + \dot{e}_1 \\ e_2 + \dot{e}_2 \end{bmatrix} \quad (15) \end{aligned}$$

여기서, $\Gamma = \begin{bmatrix} a & -b \\ b & a \end{bmatrix}$, $a = \frac{-K}{T_r} \frac{2p^2 K^2 x_5^2}{\beta^2}$,

$$b = pK \frac{\dot{x}_5 \delta - 2p^2 K^2 x_5^2 \dot{x}_5}{\beta^2}$$

이고 식(6)을 만족할 때, 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= S_{ob}^T \left[\begin{bmatrix} A & B \\ -B & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_3 \\ e_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a-b \\ b \ a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 + \dot{e}_1 \\ e_2 + \dot{e}_2 \end{bmatrix} \right. \\ &\quad \left. - \begin{bmatrix} \delta_1 + \Lambda_{31} & \Lambda_{32} \\ \Lambda_{41} & \delta_2 + \Lambda_{42} \end{bmatrix} I_s - \begin{bmatrix} \delta_1 & 0 \\ 0 & \delta_2 \end{bmatrix} \dot{I}_s \right] \end{aligned}$$

여기서, A, B 는 각각 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} A &= 1 - \frac{1}{T_r} + \frac{p^2 K^2 \mu (x_2 x_3 - x_1 x_4) x_5}{\beta} \\ B &= \frac{p^2 K^2 \mu (x_2 x_3 - x_1 x_4)}{\beta T_r} - p x_5, \end{aligned}$$

여기서, 식(13)의 \dot{I}_s 는

$$\frac{d}{dt} \tanh(t) = 1 + \frac{e^{2t} + \frac{1}{e^{2t}} - 2}{e^{2t} + \frac{1}{e^{2t}} + 2} > 0 \quad \text{이므로,}$$

다음의 조건 식(7)을 만족하고 $\Lambda_{31}, \Lambda_{42} > 0$ 이 만족된다면 $\dot{V} < 0$ 이 된다. 그러므로 Lyapunov 안정도 조건에 의해 $t \rightarrow \infty$ 일 때, $S_{ob} \rightarrow 0$ 이 된다.

충분한 시간이 지나면 \dot{e}_1, \dot{e}_2 이 0이 되므로, 식(5)로부터 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \Gamma^{-1} \begin{bmatrix} e_3 \\ e_4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Lambda_{11} & \Lambda_{12} \\ \Lambda_{21} & \Lambda_{22} \end{bmatrix} I_s \quad (16)$$

여기서, 식 (14)를 만족하도록 I_s 에 대해 정리하면,

$$I_s = \begin{bmatrix} \frac{e_3}{\delta_1} & \frac{e_4}{\delta_2} \end{bmatrix}^T \quad \text{이 된다.} \quad \begin{bmatrix} \Lambda_{31} & \Lambda_{32} \\ \Lambda_{41} & \Lambda_{42} \end{bmatrix} \quad \text{을}$$

식 (12)와 같이 정의하고,

$q_1, q_2 > 0$ 이 되는 값을 선택하면 식(5)에 I_s 를

대입하였을 때,

$$\begin{aligned} \dot{e}_3 &= -q_1 e_3 \\ \dot{e}_4 &= -q_2 e_4 \end{aligned} \quad (17)$$

을 만족하므로 e_3, e_4 가 0으로 수렴한다.

2.4 모의실험

본 논문에서 사용된 유도전동기의 파라미터는 표 1 과 같다.

시뮬레이션을 위해 유도전동기의 속도와 자속을 제어하는 슬라이딩 모드 제어를 이용하였다.

제어 입력 U는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$U = U_i + U_e \quad (18)$$

여기서, U_i, U_e 는 각각 다음과 같다.

$$U_i = -C^{-1} \begin{bmatrix} u_{01} & 0 \\ 0 & u_{02} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{sign}(S_3) \\ \text{sign}(S_4) \end{bmatrix}$$

$$U_e = -C^{-1} D, \quad \text{여기서, } S_1, S_2 \text{는}$$

$$S_1 = \frac{k_1}{\mu} (x_5 - w_{ref}) + (\dot{x}_5 - \dot{w}_{ref})$$

$$S_2 = \frac{k_2}{2} (\Phi - \Phi_{ref}) + (\dot{\Phi} - \dot{\Phi}_{ref}),$$

w_{ref} 는 기준회전속도, Φ 는 $x_3^2 + x_4^2$ 이고 Φ_{ref} 는 기준

자속이다. u_{01} , u_{02} 는 각각 $u_{01} > |E|$, $u_{02} > |F|$ 를 만족하고 C, D, E, F 는 다음과 같다.

$$C = \begin{bmatrix} -\alpha x_4 & \alpha x_3 \\ \alpha M x_3 & \alpha M x_4 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} E \\ F \end{bmatrix},$$

$$E = (k_1 - \frac{1}{T_r} - \gamma)f_2 - k_1 \frac{T_L}{\mu J} - p x_5 (f_1 + K\Phi) - \frac{k_1}{\mu} \ddot{w}_{ref} - \frac{1}{\mu} \ddot{w}_{ref},$$

$$F = (\frac{T_R k_2}{2} - 1)\dot{\Phi} + M(\frac{M}{T_r} m_1 - (\frac{1}{T_r} + \gamma)f_1 + \frac{K}{T_r}\dot{\Phi} + p x_5 f_2) - \frac{T_r}{2} k_2 \ddot{\Phi}_{ref} - \frac{T_r}{2} \ddot{\Phi}_{ref},$$

$$f_1 = x_1 x_3 + x_2 x_4, \quad f_2 = x_2 x_3 - x_1 x_4,$$

$$m_1 = x_1^2 + x_2^2.$$

표 1. 유도전동기 파라미터

정격출력	0.75kW	정격전압	220V	정격전류	1.8A
극수	4 극	정격주파수	50Hz	정격속도	1420rpm
Rs	20.13Ω	Rr	13Ω	J	0.0005 kg N/m ²
Ls	1.05 H	Lr	1.33 H	Lm	0.957 H

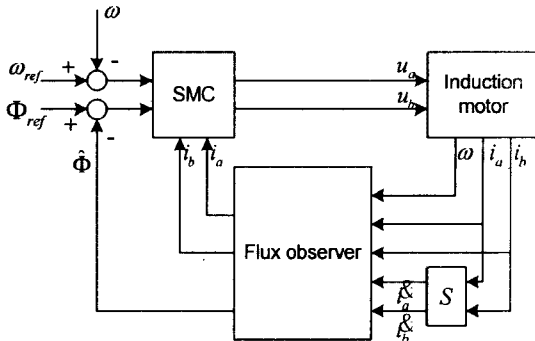


그림 1. 유도전동기의 제어기 및 관측기 구성

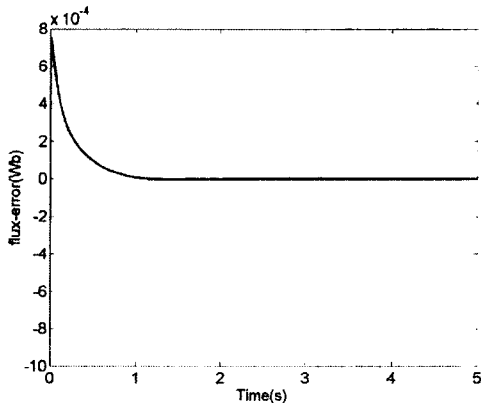


그림 2. 자속 성분 오차

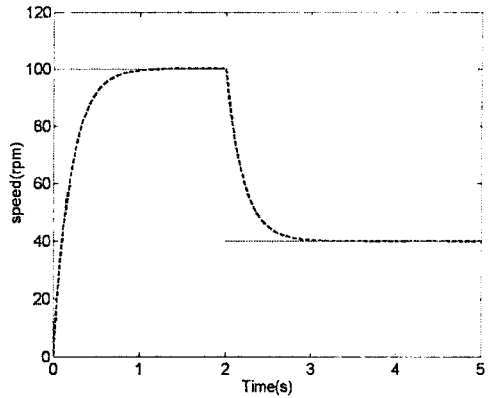


그림 3. 기준 속도(실선)와 출력 속도(점선)

그림 1은 본 논문에서 구성한 유도 전동기 제어기 및 관측기의 구성도이다. 그림 2는 회전자 자속 추정 오차를 측정된 그래프이다. 그림 3은 관측기를 통해 추정된 자속을 이용하여 모터에서 출력된 속도와 기준속도의 그래프이다. 파라미터 k_1 , k_2 는 5, u_{01} , u_{02} 는 각각 130이다.

3. 결 론

본 논문에서는 유도전동기의 속도를 제어하기 위한 자속관측기의 설계방법을 제시하였다. 전동기에 인가되는 전류의 정보와 회전자의 회전속도를 이용하여 회전자에 인가된 자속의 크기를 정확히 관측함을 보여주었다.

컴퓨터 모의 실험에서는 설계된 관측기를 통해 나온 추정된 자속으로 모터가 기준 속도를 출력속도가 정확히 따라가게 함을 통해 관측기의 성능을 검증하였다.

[참 고 문 헌]

- [1] Benchaib, A.; Rachid, A.; Audrezet, E.; Tadjine, M.; "Real Time sliding mode observer and control of an induction motor", Industrial Electronics, IEEE Transactions on, Volume: 46, Issue: 1, pp:128 - 138, Feb. 1999
- [2] Nihat Inanc, "A new sliding mode flux and current observer for direct field oriented induction motor drives", Electric Power Systems Research, Volume 63, Issue 2, pp. 113 - 118, 28 September 2002
- [3] Utkin, V; Guldner, J; Shi, J, Sliding mode control in electromechanical systems, Taylor & Francis 1999