

Kalmanfilter의 Quantization 영향과 TWS레이다 표적추적필터 설계

신상진*,송태렬**,곽영길***,이재호*

한림에스티 기술연구소*, 한양대학교 제어계측공학과**,한국 항공대학교 항공전자공학과

Target Tracking for TWS Radars Associated with Quantization Effect of the Kalman filter

Shin Sang Jin*, Song Taek Lyul**, Kwag Yong Kil***, Lee Jae Ho*
Hanrim ST R&D center*, Hanyang Univ.**, Hankuk Aviation Univ.***

Abstract - 탐지레이다 또는 TWS 레이다의 측정 정밀도는 추적 필터 설계에서 quantization문제로써 고려해야 한다. 본 논문에서는 측정 정밀도가 추적필터에서 quantization 문제로 변환됨을 보이고 오차면적과 추정성능을 비교한다. 또한 오차면적을 줄이는 방안과 quantization이 존재하면 측정잡음과 관계한 공정잡음의 power spectral density를 선정함을 보인다.

1. 서 론

일반적으로 레이다에 쓰이는 표적추적필터는 $\alpha - \beta - \gamma$ 필터나 칼만필터를 기반으로 하고 있다. 추적 레이다의 경우는 빔폭이 좁을 뿐아니라 표적의 시선각도 측정 정보를 높은 정확도로 측정할 수 있는 기능이 있으면서 동시에 표적과 레이다의 시선거리에 대한 측정치도 추종 페루우프를 형성하여 시간에 연속적인 측정값을 얻을 수 있다. 그러나 탐지레이다 또는 TWS레이다의 경우는 탐지 공간을 일정한 cell 단위로 나누어서 측정치를 산출하기 때문에 측정 정확도가 아닌 측정 정밀도가 레이다의 고유한 사양이 되고 표적 탐지가 된 cell을 대표하는 값을 위치에 대한 측정값으로 산출하여 추적 필터를 적용함으로 $\alpha - \beta - \gamma$ 필터나 칼만필터를 기반으로 한 추적 필터를 사용할 경우 [1]의 quantization 문제를 고려해야 한다. 본 논문에서는 칼만 필터를 기반으로 한 TWS 레이다의 추적필터에서 각도 및 거리에 대한 측정 정밀도가 추적성능에 어떤 영향을 미치는 가를 시뮬레이션을 통하여 제시하고 탐지 레이다 및 TWS 레이다에서 표적 추적필터를 설계할 때 [1]의 quantization 문제를 고려해야 한다는 것으로 보여준다.

2. ADC의 Quantization과 Radar의 정밀도

[1]의 논문에서는 AD converter에서 발생하는 quantization이 MAP estimator인 Kalman filter에 미치는 영향을 시뮬레이션을 통하여 분석하였다. TWS 레이다의 경우도 그림 1과 같이 송수신기에서 down conversion된 baseband I/Q 신호를 AD converter를 통하여 digital 신호로 변환되어 신호처리단으로 전송된다. 그러나 본 논문에서는 AD converter의 quantization 문제를 다루려는 것이 아님을 미리 언급하고자 한다. 신호처리단에서는 송수신기에서 들어온 I/Q 신호에 대하여 SNR 및 SCR를 향상시켜 표적을 탐지하고 그 정보를 자료처리단에 전송한다. 여기서 자료처리단은 표적의 위치와 속도등의 상태변수를 추정하기 위해서 신호처리단에서 탐지된 표적의 거리 및 각도 측정정보를 다음과 같이 모델링한다.

$$z_R = R + v_R \tag{1}$$

$$z_\theta = \theta + v_\theta \tag{2}$$

여기서 z_R 과 z_θ 는 시선거리와 시선각의 측정값이고 R 과 θ 은 레이다에서 표적까지의 실제 시선거리와 시선각이다. v_R 과 v_θ 는 화이트 가우시안 확률 특성을 갖는 노이즈로 모델링 된다. 식(1)에서 z_R 은 TWS 레이다에서 discrete한 값을 가질 수 없고 그림 1에서 sampling frequency f_s 에 관계하여 quantization 된 digital 값을 갖는다. 즉 [1]의 AD converter에서 생기는 신호크기에 대한 quantization 문제는 TWS 레이다의 추적 필터에서 AD converter의 sampling frequency로 인하여 생기는 시선거리의 resolution과 물리적으로 의미가 같다.

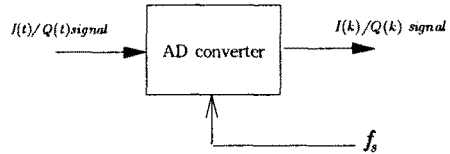


그림 1. AD converter와 sampling frequency

여기서 시선거리의 resolution에서 생기는 uniform step size δR 은 거리에 대한 측정 정밀도에 관계하여 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$\delta R = \frac{c}{2f_s}, \text{ 여기서 } c \text{는 광속도} \tag{3}$$

그러므로 TWS 레이다의 추적 필터에서 쓰이는 거리 측정값 z_R 은 다음과 같이 z_R^D 를 쓰게 된다.

$$z_R^D = Q[z_R] = Q[R + v_R] \tag{4}$$

여기서 $Q[\cdot]$ 는 [1]의 양자화 함수이다.

식(2)에서 z_θ 는 TWS 레이다에서 discrete한 값을 가질 수 없고 그림 2에서 나타난 바와 같이 dwell time 동안 안테나 빔폭과 관련하여 신호처리단에서 integration한 각도 대푯값을 사용하게 된다. 그러므로 TWS 레이다의 추적 필터에서 쓰이는 각도 측정값 z_θ 은 다음과 같이 z_θ^D 를 쓰게 된다.

$$z_\theta^D = Q[z_\theta] = Q[\theta + v_\theta] \tag{5}$$

본 논문에서 사용한 표적추적필터의 동력학 방정식은 계산시간에 비하여 비교적 안정한 추정 성능을 갖는 식(6)과 같은 극좌표계에서 모델링 한 것을 사용한다. 극좌표계에서 모델링한 추적필터 구조는 시스템상태방정식과 측정식이 모두 선형인데 반하여 시변구조는 갖는 것이 특징이다. 표적의 동력학은 시선거리 채널과 시선각 채널로 분리하여 APPENDIX에 자세한 알고리즘을 수록하였으며 본 논문에서는 APPENDIX에서 근사화된 상태천

이행렬과 공정잡음의 공분산 행렬을 사용하였다.

$$\hat{A}_e = \frac{1}{R} (A_{T_e} - 2R\delta\theta)$$

$$\hat{A}_e = A_{T_e} + R\delta\theta \quad \text{inertial components } A_{T_e} = A_{T_r} = 0 \quad (6)$$

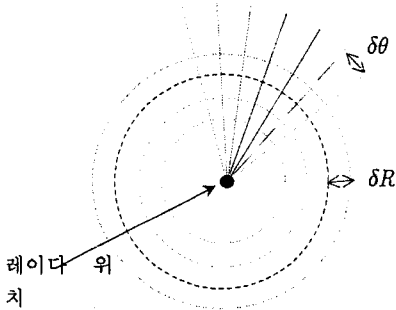


그림 2. Range cell과 angle cell

3. 시뮬레이션

TWS 레이더의 추적필터를 설계하면서 거리 resolution과 각도 resolution에 대하여 추적필터에 나타난 quantization 영향을 확인하기위해서 극좌표계를 사용한 식(7)(8)(16)(17)의 필터를 사용하여 컴퓨터 시뮬레이션을 하였다. 시뮬레이션은 등속운동을 하는 표적을 대상으로 하였으며 표적의 초기위치 (5km, 5km)에서 100 m/sec로 비행하며 비행 경로각은 145°로 하였다. 필터에 들어가는 초기값으로는 $q_R = 0.05^2$, $q_\theta = 0.0001^2$ 으로 하였다. 측정 잡음의 평균값은 '0'이고 표준편차는 시선거리에 대하여서 $\sigma_R = 100m$ 과 $\sigma_r = 10m$ 을 사용하였고 시선각에 대해서는 $\sigma_\theta = 0.01rad$ 과 $\sigma_\theta = 0.001rad$ 을 사용하였다. Dwell time은 16msec이고 angle resolution은 3°인것과 무시할 수 있을 정도로 작은 것을 사용하고 range resolution은 60m와 이것 역시 무시할 수 있을 정도로 작은 것을 사용하였다. 여기서 Range resolution은 60m는 그림 1에서 sampling interval($1/f_s$)=0.4μsec와 같고 '무시할 수 있을 정도로 작은 것'은 [1]에서 discrete한 측정값을 의미한다. 레이더의 안테나는 약 30RPM으로 시계반대방향으로 회전하여 표적을 탐지하고 이를 그림3에 나타냈다.

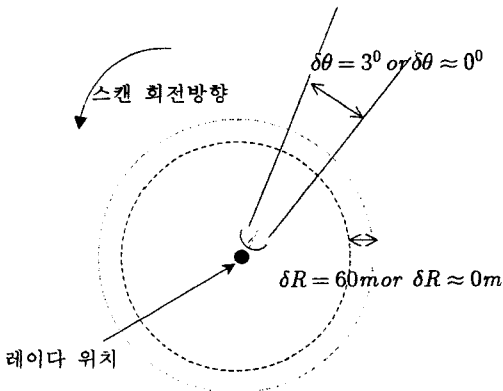


그림 3. 레이더의 사양

그림4와 그림5는 resolution이 상당히 작아서 측정값이 discrete라고 가정하고 시뮬레이션을 수행한 추정 결과이다. 그림 4에 비하여 정확도가 높은 그림5의 경우가 시선각속도와 시선거리속도에 대하여 추정성능이 높음을 볼 수가 있으며 이런 현상은 이미 quantization이 없는 환경에서 칼만필터가 갖는 특성이자. 그림 6과 그림7의 시뮬레이션 환경은 그림 4와 그림 5의 경우와 같고 단지 각도 resolution에서 3도, 거리 resolution에서 60m인 경우에 대하여 시뮬레이션을 수행한 결과이다. 정확도가 높은 그림 7의 경우가 오히려 정확도가 낮은 그림 6의 경우보다 추정성능이 떨어져서 떨림이 심한 것을 볼 수가 있다. 그림 6과 7의 경우에 대하여 [1]의 오차면적(A_e)을 계산하여 표1에 나타내었다. 추적필터는 시변형 특성을 가지므로 실제로는 A_e 값이 시간에 따라 변화하지만 대부분의 A_e 값은 표1에 나타난 값과 거의 유사하다. 표1의 값을 보면 추정성능이 떨어진 그림7이 그림 6에 비하여 큰 A_e 값을 갖는 것을 볼 수가 있다. TWS 레이더를 개발하려는 시점에서 측정 정확도와 측정 정밀도는 시스템 사양이므로 이 값을 임의로 바꿀 수는 없고 소프트웨어적으로 쉽게 바꿀 수 있는 값은 공정잡음 노이즈의 power spectral density이다. 공정잡음의 power spectral density를 줄여주면 A_e 가 감소하는 현상을 갖는다. 그림8은 그림7의 시뮬레이션 환경에서 공정잡음 노이즈의 power spectral density를 작게 해줌으로써 A_e 를 작은 값으로 보내어 얻은 추정 성능이다.

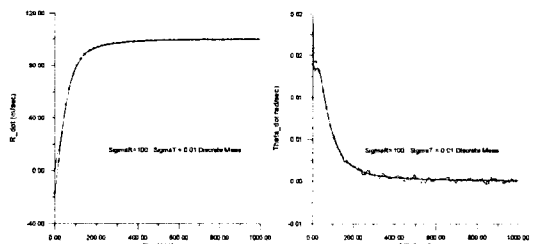


그림 4. 정확도가 낮은 discrete 측정값을 사용한 추정결과와 실제값(왼쪽:시선 각속도, 오른쪽:시선 거리)

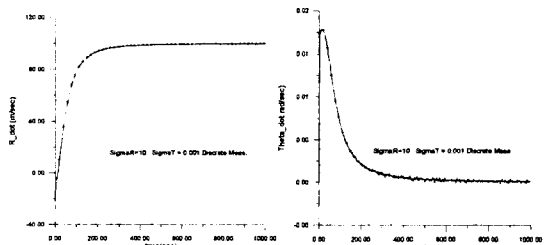


그림 5. 정확도가 높은 discrete 측정값을 사용한 추정결과와 실제값(왼쪽:시선 각속도, 오른쪽:시선 거리)

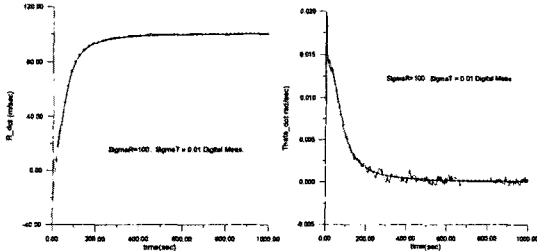


그림 6. 정확도가 낮은 digital 측정값을 사용한 추정결과와 실제값(왼쪽:시선 각속도, 오른쪽:시선 거리)

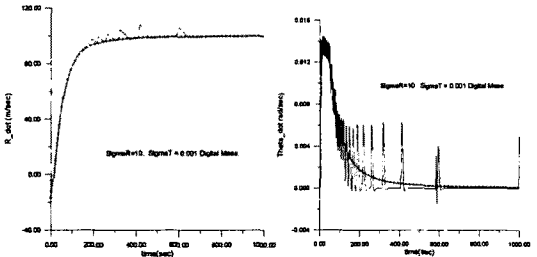


그림 7. 정확도가 높은 digital 측정값을 사용한 추정결과와 실제값(왼쪽:시선 각속도, 오른쪽:시선 거리)

표 1. 정확도와 오차면적(A_e)

	$\sigma_R = 100m$ $\sigma_\theta = 0.01rad$	$\sigma_R = 10m$ $\sigma_\theta = 0.001rad$
시선 각도	0.1064	0.342
시선거리	0.0134	0.086

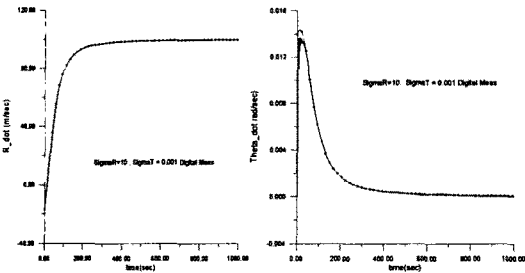


그림 8. 정확도가 높은 digital 측정값을 사용한 추정결과와 실제값(왼쪽:시선 각속도, 오른쪽:시선 거리)

4. 결 론

TWS 레이더의 추적 필터 설계에서 측정치의 측정 정밀도는 [1]에서 제시한 quantization문제를 고려해서 설계하여야 한다. 또한 [1]에서 제시한 오차면적이 클 경우에 기존의 Kalman filter를 비롯하여 MAP estimator는 부정확한 추정치를 산출한다. 일반적으로 측정정확도가 높으면 추적성능이 좋지만 [1]의 quantization이 있을 때 이를 고려하지 않고 설계한 추적 필터는 높은 측정 정확도에서 오히려 나쁜 추정성능을 가질 수 있다. 측정 정확도와 측정 정밀도는 레이더 시스템이 가지는 하드웨어 사양이므로 쉽게 바꿀 수 없으므로 오차면적을 줄여 주기 위한 손쉬운 방법은 공정잡음의 power spectral

density 값을 조정하는 것이다. 그러나 공정잡음의 power spectral density는 표적의 기동과 관련하여 선정하므로 quantization 문제와 trade-off를 해야 한다. 또한 공정잡음의 power spectral density는 일반적으로 측정잡음과 관계없이 결정하나 [1]의 quantization이 존재하면 서로 상관하여 선정해야 한다.

[참 고 문 헌]

[1] 신상진, 송태열, 곽영길, 이강훈, "Kalman filter의 Quantization 영향분석", 대한 전기학회 하계 학술대회, 2004. 8

[APPENDIX]

시스템 동력학:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} R \\ \dot{R} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \dot{\theta} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R \\ \dot{R} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} w_R \quad (7)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{R}{R} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} w_\theta \quad (8)$$

w_R : 백색 가우시안 노이즈로써 평균값이 '0'이고 power spectral density는 q_R 임.

w_θ : 백색 가우시안 노이즈로써 평균값이 '0'이고 power spectral density는 q_θ 임.

상태 전이 행렬:

$$\Phi_R(T) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(e^{\frac{R}{R}T} + e^{-\frac{R}{R}T}) & \frac{1}{2\dot{\theta}}(e^{\frac{R}{R}T} - e^{-\frac{R}{R}T}) \\ \frac{\dot{\theta}}{2}(e^{\frac{R}{R}T} - e^{-\frac{R}{R}T}) & \frac{1}{2}(e^{\frac{R}{R}T} + e^{-\frac{R}{R}T}) \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$\Phi_\theta(T) = \begin{pmatrix} 1 & \frac{R}{-2\dot{\theta}} \left(e^{-\frac{2\dot{\theta}T}{R}} - 1 \right) \\ 0 & e^{-\frac{2\dot{\theta}T}{R}} \end{pmatrix} \quad (10)$$

공정잡음의 공분산 행렬:

$$Q_R(T) = q_R \begin{pmatrix} \frac{1}{4\dot{\theta}^2} (\sinh(2\dot{\theta}T) - 2\dot{\theta}T) & \frac{1}{4\dot{\theta}} (\cosh(2\dot{\theta}T) - 1) \\ \frac{1}{4\dot{\theta}} (\cosh(2\dot{\theta}T) - 1) & \frac{1}{4\dot{\theta}^2} (\sinh(2\dot{\theta}T) + 2\dot{\theta}T) \end{pmatrix} \quad (11)$$

$$Q_\theta(T) = q_\theta \begin{pmatrix} Q_\theta(1,1) & Q_\theta(1,2) \\ Q_\theta(2,1) & Q_\theta(2,2) \end{pmatrix} \quad (12)$$

$$Q_\theta(1,1) = -\frac{R^3}{16\dot{\theta}^3} \left(e^{-\frac{4\dot{\theta}T}{R}} - 4e^{-\frac{2\dot{\theta}T}{R}} - 4\frac{\dot{\theta}}{R}T + 3 \right) \quad (13)$$

$$Q_\theta(1,2) = \frac{R^2}{8\dot{\theta}^2} \left(e^{-\frac{2\dot{\theta}T}{R}} - 1 \right) \quad Q_\theta(2,1) = \frac{R^2}{8\dot{\theta}^2} \left(e^{-\frac{2\dot{\theta}T}{R}} - 1 \right) \quad (14)$$

$$Q_\theta(2,2) = -\frac{R}{4\dot{\theta}} \left(e^{-\frac{4\dot{\theta}T}{R}} - 1 \right) \quad (15)$$

근사화된 상태전이행렬:

$$\Phi_R(T) = \begin{pmatrix} 1 + \frac{1}{2}\dot{\theta}T^2 & T \\ \dot{\theta}T & 1 + \frac{1}{2}\dot{\theta}T^2 \end{pmatrix} \quad \Phi_\theta(T) = \begin{pmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 - \frac{2\dot{\theta}}{R}T \end{pmatrix} \quad (16)$$

근사화된 공정잡음의 공분산 행렬:

$$Q_R(T) = q_R \begin{pmatrix} \frac{1}{3}T^3 & \frac{1}{2}T^2 \\ \frac{1}{2}T^2 & T + \frac{1}{3}\dot{\theta}T^3 \end{pmatrix} \quad Q_\theta(T) = q_\theta \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2}T^2 \\ \frac{1}{2}T^2 & T \end{pmatrix} \quad (17)$$