

이동식 수레형 도립진자의 마찰력 보상에 관한 연구

장문제, 나카시마토시타카, 홍석교
아주대학교 전자공학부

A Study on the Friction Compensation of a Mobile Cart Pendulum System

Mun-Che Chang, Toshitaka Nakashima, Suk-Kyo Hong
School of Electronics Engineering, Ajou University

Abstract - 이 논문은 이동식 수레형 도립진자 제어에 있어서 비선형적인 특성을 발생시키는 원인중의 하나인 마찰력을 보상하는 방법에 대하여 고찰한다. 여기에 사용된 방법은 모터에 전압을 인가하였을 때의 이동식 수레형 도립진자의 위치와 속도에 대한 데이터를 가지고, 가우시안 반복을 적용한 비선형 최소 자승법을 이용하여 마찰력을 추정하고, 모델링을 하여, 모델링 된 파라미터를 이용하여 비선형적인 특성을 최소화하는 것이다. 이 논문의 주된 결과는 수학적으로 모델링 한 마찰력이 실제의 마찰력과 유사하며, 이 마찰력을 보상함으로써, 이동식 수레형 도립진자의 제어 성능이 향상되었음을 보여준다. 따라서 이 결과는 기존의 마찰력을 무시하고, 이동식 수레형 도립진자를 제어하였을 때보다 마찰력을 보상하였을 때가 더욱 안정된 시스템이 됨을 실험적으로 확인한다.

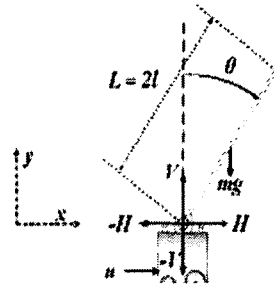


그림 1. 이동식 수레형 도립진자

1. 서 론

마찰력은 여러 기술적인 시스템에서 피할 수 없는 것으로 베어링이나 바퀴와 지면 사이와 같은 서로 맞닿은 부위에서 주로 발생한다.

도립진자 시스템은 제어분야에서 성능을 테스트하기 위해 많이 쓰이고 있으며, 전차의 이동중의 포신제어나 로켓의 발사후의 자세 제어 등의 여러 가지 분야에서 사용된다. 특히, 마찰력의 효과를 다른 시스템보다 잘 관찰할 수 있다. 따라서 도립진자 시스템은 마찰력의 특성을 파악하고 보상에 관한 연구를 하기 위한 가장 적합한 시스템이다.

마찰력은 빠른 속도보다 낮은 속도에서 잘 나타나며 낮은 속도의 정교한 제어를 방해한다. 이를 해결하기 위해, H_{∞} 제어, 퍼지를 이용한 마찰력 보상, 그리고 마찰력 추종과 마찰력 보상이 설계에 관하여 연구되어 왔다. [1]

제어 기술이 발전함에 따라서 여러 가지 형태의 모습을 지닌 시스템이 인간을 대신하게 되고, 여러 작업현장에서 사용된다. 특히, 섬세한 제어를 해야 하는 수술용 로봇과 같은 시스템에서의 마찰력 보상은 아주 중요하다.

이 논문은 이동식 수레형 도립진자 제어에 있어서 비선형적인 특성을 발생시키는 요인으로 작용하는 마찰력을 보상하기 위한 방법을 다루었다. 먼저, 실제와 유사한 마찰력의 파라미터를 추정하고 모델링하여, 이 모델링된 파라미터를 이용하여 리미트 싸이클의 크기를 줄이고, 궁극적으로 비선형적인 특성을 최소화 한다.

2. 본 론

2.1 이동식 수레형 도립진자 제어기 설계

그림 1 은 본 논문에서 대상으로 한 이동식 수레형 도립진자의 형태이다.

2.1.1 도립진자 시스템의 모델링

그림 1과 같은 이동식 수레형 도립진자를 $\theta=0^\circ$ 에서 선형화한 평지모델은 식 (1), (2) 와 같다.

$$(M + m)\ddot{x} + m\ddot{\theta} = u \tag{1}$$

$$\frac{4}{3}ml^2\ddot{\theta} + ml\ddot{x} - mgl\theta = 0 \tag{2}$$

실험에 사용된 모터 드라이브를 포함한 시스템의 동역학 방정식은 다음과 같다.

$$\ddot{x} = \frac{1}{\tau} (K_v u_r - \dot{x}) \tag{3}$$

$$\ddot{\theta} = \frac{3g}{4l}\theta + \frac{3}{4\tau l}\dot{x} - \frac{3K_v}{4\tau l}u_r \tag{4}$$

$$\dot{\underline{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\tau} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{3}{4\tau l} & \frac{3g}{4l} & 0 \end{bmatrix} \underline{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_v}{\tau} \\ 0 \\ -\frac{3K_v}{4\tau l} \end{bmatrix} u \tag{5}$$

$$\underline{x} = [x \quad \dot{x} \quad \theta \quad \dot{\theta}]^T \tag{6}$$

여기서 M은 카트의 질량, m은 진자의 질량, L은 진자의 길이, g는 중력가속도, θ 는 진자의 각도, x는 카트의 위치, u는 제어입력, H는 수평 반작용, V는 수직 반작용, τ 는 모터 시상수, K_v 는 모터 드라이브 상수, 그리고, g는 중력 가속도를 나타내며 그 값들은 다음과 같다.

$$g=9.8, \tau=0.046, L=2l=0.6, K_v=0.1661$$

$x_1 = x, x_2 = \dot{x}, x_3 = \theta, x_4 = \dot{\theta}$ 로 놓고 이산화주기를 0.01초로 ZOH하면 다음과 같은 이산화 모델이 구하여진다.

$$\underline{x}(k+1) = \Phi \underline{x}(k) + \Gamma u_r(k) \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ x_3(k+1) \\ x_4(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0.009 & 0 \\ 0 & 1.0012 & 0.0025 & 0.01 \\ 0 & 0 & 0.8046 & 0 \\ 0 & 0.2451 & 0.4887 & 1.0012 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \\ x_4(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0002 \\ -0.0004 \\ 0.0325 \\ -0.0812 \end{bmatrix} u_r \quad (8)$$

2.1.2 LQR을 이용한 상태 계환 제어기 설계[2]

LQR 방법은 성능지수를 최소화시키는 조건을 찾는 것으로서, 위의 (8)과 같은 선형 시스템의 성능지수는 다음과 같이 정의된다.

$$J(x, u) = \sum_{k=0}^{\infty} [x^T(k) Q x(k) + u^T(k) R u(k)] \quad (9)$$

식 (9)에서 가중치 행렬 Q와 R의 값에 따라 페루프의 극점 위치가 달라진다. 여러 번의 반복된 실험을 통하여 다음과 같은 가중치 행렬과 상태 계환 이득을 선정할 수 있다.

$$Q = \text{diag}(1000, 10, 0, 0) \quad (10)$$

$$R = 25 \quad (11)$$

그림 2는 LQR 방법을 이용한 시스템의 전체 블록도이다.

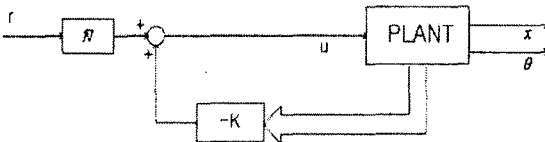


그림 2. 이동식 수레형 도립진자 제어 시스템 블록도

위의 가중치 행렬 Q와 R 값을 이용하여 얻은 상태 계환 이득값은 다음과 같다.

$$K = [-5.9883 \quad -34.4285 \quad -14.4406 \quad -6.9546] \quad (12)$$

또한, 위치제어를 위한 입력의 이득값 \bar{N} 는 다음과 같은 정상상태의 조건에서 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi - I & \Gamma \\ H_n & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\bar{N} = KN_x + N_u \quad (14)$$

여기서 I는 단위행렬이며, 도립진자의 위치인 x_1 을 제어해야 함으로 $H_n = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$ 이다. (13), (14) 식을 이용하여 입력의 이득을 구하면 다음과 같은 값이 나온다.

$$\bar{N} = -5.9983 \quad (15)$$

2.2 마찰력과 마찰력 보상기의 모델

2.2.1 마찰력 모델[3]

마찰력의 모델은 수레가 움직일 수 있는 최소한의 토크를 이용하여 구한다. 모터에 일정한 전압을 인가하고, 이동식 수레형 도립진자의 외란을 고려하여 마찰력을 모델링한다. F_a 를 마찰력이라 하면 다음과 같이 모델링 된다.

$$F_r = \frac{1}{R} [C_m - (2J_r + J_m + M_c R^2 + M_p R^2) \ddot{\theta}] \quad (16)$$

다음의 모델은 속도에 대한 마찰력 모델이다.

$$F_a(v) = \text{sgn}(v) [\alpha_0 + \alpha_1 e^{-\beta_1 |v|} + \alpha_2 (1 - e^{-\beta_2 |v|})] \quad (17)$$

여기서 v 는 이동식 수레형 도립진자의 속도이며, 각 파라미터들은 추정을 통하여 구하여진다. 그 값은 $\alpha_0 = 16.093, \alpha_2 = 5.471, \beta_1 = 567.762, \beta_2 = 0.0018$ 과 같다.

그림 3의 실선은 마찰력 보상기가 없을 때, 속도의 변화에 따른 마찰력의 특성 및 크기를 나타낸 것이다. 그래프에서 볼 수 있듯이 매우 낮은 속도에서는 마찰력의 크기가 급격하게 변하지만, 어느 정도 이상의 속도에서는 마찰력의 변화가 거의 없음을 확인할 수 있다.

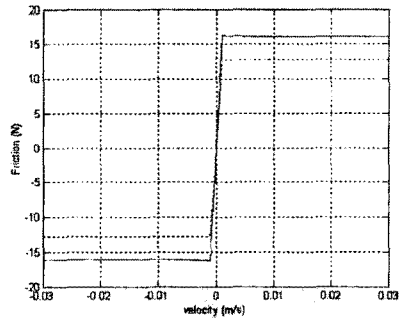


그림 3. 속도 변화에 대한 마찰력

위의 그림에서 실선은 속도 변화에 따른 마찰력의 크기를 나타낸 것이고, 점선은 식 (18)의 결과를 나타낸 것이다.

2.2.2 마찰력 보상기 모델

마찰력 보상기의 모델은 마찰력 모델과 거의 유사하다. 따라서 마찰력 모델이 정확할수록 마찰력 보상을 효과적으로 할 수 있게 된다. $F_{ac}(v)$ 를 속도에 대한 마찰력 보상기라 하면, 다음과 같이 모델링 되어진다.

$$F_{ac}(v) = \begin{cases} (\xi_{s0} + \xi_{s1} |v|) \text{sgn}(v) & \text{if } |v| \leq v_0 \\ \xi_c \text{sgn}(v) & \text{if } |v| \geq v_0 \end{cases} \quad (18)$$

여기서 ξ_{s0} 는 점착 계수, ξ_{s1} 는 힘과 반대로 작용하려는 성질의 음의 계수를 뜻하고, ξ_c 는 쿨롬 마찰력을 나타낸다.

마찰력으로 인한 리미트 싸이클의 크기를 줄이기 위해 식 (18)을 시스템에 적용하여 더욱 안정된 시스템을 구현할 수 있다.[3]

$\xi_{d0} = 16.7, \xi_{d1} = -2600, \xi_c = 12.8$ 로 정하여 살펴보면, 그림 3와 점선과 같고, 낮은 속도에서의 기울기와 마찰력과 거의 유사함을 알 수 있고 파라미터 값에 마찰력의 크기가 변화 된다.

2.3 마찰력 보상 방법 고찰

본 논문에서의 마찰력이란 쿨롱 마찰력을 뜻하며 속도에 많은 영향을 준다. 그리고, 이동식 수레형 도립진자의 가장 중요한 요소는 위치와 속도이며 특히, 수레의 속도가 도립진자의 안정성과 가장 밀접하다. 따라서, 그림 4와 같이 수레의 속도에 대한 보상을 시스템에 적용하였고, 이 때, 더욱 안정된 속도를 가진 시스템이 된다..

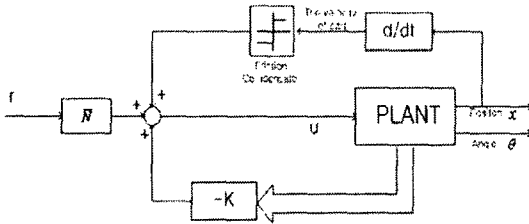


그림 4. 마찰력을 고려한 시스템의 전체 블록도

2.4 모의 테스트 및 결과

모의실험은 이동식 수레형 도립진자가 좌측으로 0.2m 이동하여 1초 동안 머물러 있다가 원점으로 되돌아오고, 곧바로 다시 우측으로 0.2m 이동하여 1초 동안 머물러 있다가 되돌아 오는 과정을 반복 수행 시키기 위하여, 0.2Volt의 0.5 Hz를 입력으로 주어 속도를 측정하였다.

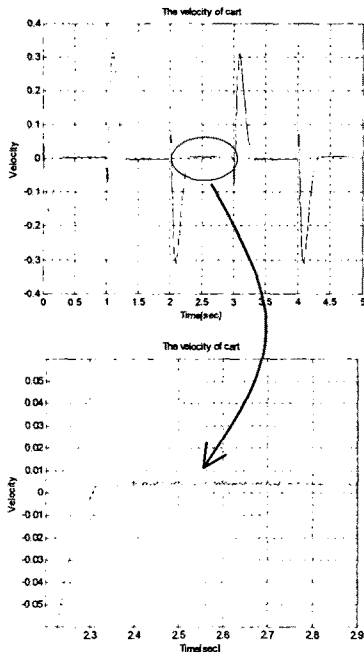


그림 5. 마찰력 보상기가 없을 때의 수레의 속도

그림 5는 마찰력 보상기가 없을 때의 수레의 속도를 나타낸 것으로, 정상 상태 오차가 존재하며, 진동이 발생함을 보여주고 있다.

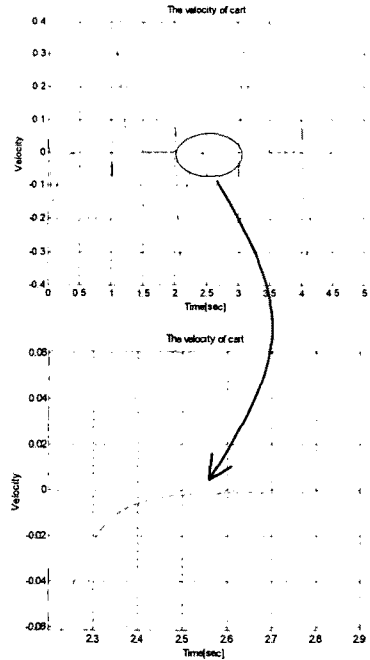


그림 6. 마찰력 보상기가 있을 때의 수레의 속도

그림 6은 마찰력 보상을 하였을 때의 수레의 속도이다. 위의 결과로부터 쿨롱 마찰력의 영향에 의해 정상 상태 오차와 진동이 발생되고, 마찰력 보상을 함으로써 이러한 오차와 진동을 최소화되고, 속도가 더욱 안정됨을 확인할 수 있다.

3. 결 론

이 논문에서는 기존의 마찰력을 무시하고 이동식 수레형 도립진자를 제어하였을 때와 마찰력을 고려하였을 때의 두 시스템의 결과를 비교 하였다. 마찰력을 고려하지 않아도 도립진자를 세우는 것은 가능하며, 육안으로 비교 하여도 마찰력을 보상을 하였을 때와 아주 큰 차이를 구별 할 수 없다. 그러나 이 연구는 마찰력의 특성을 고찰하여, 마찰력 보상기를 시스템에 적용함으로써 시스템을 더욱 안정하게 구현할 수 있는 가능성을 보여주고 있다. 앞으로는 실제의 마찰력을 더욱 정확하게 추정하고 모델링하는 방법과 더욱 더 적합하고 안정된 마찰력 보상하는 방법에 관한 연구를 할 예정이다.

[참 고 문 헌]

[1] Lei Fang, Wei Ji Chen and Sek Un Cheang, "Friction Compensation for a Double Inverted Pendulum", pp. 908 910, IEEE International Conference On Control Applications, 2001
 [2] 이준범, "경사면에서 이동로봇형 도립진자의 위치제어", 아주대학교 공학 석사학위 논문, pp. 12 13, 2003
 [3] R. Aimar, M. Indri, T. Stomboli, and B. Bona, "Experiments on Robust Friction Compensation: the Inverted Pendulum Case", IEEE Dip. di Automatica e Informatica, pp. 3304, 1995