

웨이블렛 신경망을 이용한 유연성 단일링크 매니플레이터의 강인 적응제어

박성민, 황영호, 김홍필*, 양해원
 한양대학교 전자전기제어계측공학, *경일대학교 컴퓨터제어전기공학

Robust Adaptive Control of a Single-Link Flexible Manipulator
 Using Wavelet Neural Network

Sung-Min Park, Young-Ho Hwang, Hong-Pil Kim*, Hai-Won Yang
 Dept. of Elec. Elec. Con. & Inst. Eng. Hanyang Univ, *Sch. of Com. Con. Elec. Eng. Kyungil Univ.

Abstract - 본 논문에서는 유연한 단일링크 매니플레이터의 끝단 위치 추적제어를 위해 웨이블렛 신경망을 이용한 강인 적응제어기를 제안한다. 전체 제어기는 웨이블렛 신경망에 의해 추정된 피드백 선형화 제어기와 그 추정오차를 보상하기 위한 보상제어기로 구성된다. 시스템의 출력값은 최소위상을 보장하기 위하여 재정의 하여 사용된다. 구성된 웨이블렛 신경망의 연결 가중치는 Lyapunov 안정도 이론에 기초해서 조절된다. 제안된 제어기의 성능 향상은 PD 제어기와 비교함으로써 입증된다.

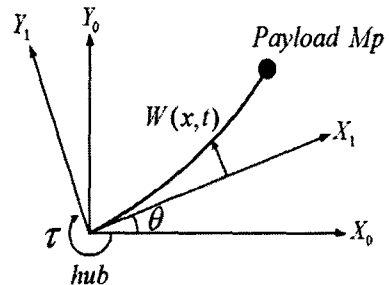


그림 1. 유연성 단일링크 매니플레이터 구조

1. 서 론

다중분해 해석 분야에서 제안된 웨이블렛 이론은 주로 영상과 신호처리 분야에 적용 발전되어 왔다. 최근에는 시간과 주파수 영역에서 우수한 해석 능력을 가지고 있는 웨이블렛의 특장을 이용하여 기존의 신경망과 접목시킨 웨이블렛 신경망이 임의의 함수를 근사하는데 이용되고 있다[1]. 이 웨이블렛 신경망은 함수를 다중 분해 및 직교 분해하기 때문에 지금까지의 신경망보다 우수한 근사화 능력을 가진다고 여러 논문에서 증명하고 있다 [2],[3].

본 논문에서 다루고 있는 유연성 링크 매니플레이터는 최근 산업에의 응용에 있어 상당한 주목을 받고 있다. 일반 강성 매니플레이터보다 무게가 가볍기 때문에 적은 에너지를 사용하면서 더 빠른 반응 속도 및 정확성을 가질 수 있기 때문이다. 그러나 그에 따른 시스템의 비선형성 문제로 인해 모델식이 복잡해졌다는 단점을 가진다. 그러므로 복잡한 시스템을 제어할 수 있는 제어기의 설계를 필요로 한다[4],[5].

본 논문에서 제안된 웨이블렛 신경망을 이용한 강인 적응제어기를 사용하면, 비선형적이고 복잡한 모델식을 가지고 있는 유연성 매니플레이터를 시스템에 대한 정확한 사전지식 없이 효과적으로 제어하게 된다. 제안된 웨이블렛 신경망은 시스템의 피드백 선형화 제어기를 구성하고 있는 비선형 함수를 근사하기 위해 이용되며, 그 오차를 보상하기 위한 보상 제어기가 추가된다.

2. 매니플레이터 모델링

2.1 유연성 단일링크 매니플레이터 동적방정식

그림 1과 같이 동작하는 유연성 단일링크 매니플레이터를 고려한다. 주어진 planer 단일링크 매니플레이터의 모델은 Euler-Bernoulli beam 이론과 가정된 모드 방법(AMM:assumed mode method)을 이용하여 식 (1)과 같이 유도된다.

$$M(q) \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 & 0 \\ 0 & C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & K_1 - \dot{\theta}^2 K_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Fric(\dot{\theta}) + d \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u(t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기서 $\theta, W(x,t), \tau$ 는 각각 허브 위치, 링크의 굽힘 변위(deflection)와 허브에 적용되는 토크를 나타낸다. DC 모터에 의해 인가되는 토크는 매니플레이터를 수평으로 회전시킨다.

$M(q)$ 는 positive-definite symmetry 행렬이고 그것의 역은 아래에 주어진 것과 같이 정의된다. $Fric(\dot{\theta})$ 은 편향력, 점성제동, 원심력 등을 나타내며 $C_{cou}sign(\dot{\theta})$ 로 표현되고, $d(t)$ 는 외부 외란이다.

$$M^{-1}(q) = \begin{bmatrix} m_{11} & M_{12}^T \\ M_{12} & M_{22} \end{bmatrix}$$

$$m_{11} = I_h + \frac{\gamma h^3}{3} + M_p(h^2 + \phi^2(h)q^2),$$

$$M_{12} = M_{12}^T = \gamma \int_0^h \phi(x) x dx + M_p h \phi(h),$$

$$M_{22} = \gamma + M_p \phi^2(h),$$

$$C_1 = b + 2\gamma q \dot{q} + 2M_p \phi^2(h) q \dot{q}, \quad C_2 = 0.4,$$

$$K_1 = \gamma w^2, \quad K_2 = \gamma + M_p \phi^2(h).$$

2.2 재정의된 출력값

주어진 매니플레이터의 끝단 위치값은 시스템이 최소위상이 됨을 보장하기 위하여 재정의된 값을 사용한다. 재정의된 출력값 $y_a(t)$ 는 식 (2)과 같다.

$$y_a(t) = \theta(t) + \frac{\alpha}{h} \sum_{i=1}^N W_i(x,t) \quad (2)$$

$$W_i(x,t) = \phi_i(h) q_i(t)$$

여기서 $W_i(x,t)$ 는 i 차 모드 굽힘 변위이고, q_i 는 i 차 탄성모드, ϕ_i 는 i 차 모드의 고유함수이다. 주어진 시스템은 1차 모드만 사용한다. h 는 링크 길이이며, 파라미터 α 값은 시스템의 최소위상이 보장되도록 [0 1]사이의 값으로 적절하게 선택한다. 즉, 매니플레이터의 출력값 $y_a(t)$ 은 $\alpha = 0$ 일 때 허브 위치와 같게 되고, $\alpha = 1$ 일 때 실제 링크 끝단 위치값과 같게 된다.

3. 웨이블릿 신경망 강인 적응제어기 설계

3.1 강인 적응제어기의 설계

본 논문의 제어 목적은 식 (1)~(2)에서 정의한 시스템의 출력값 $y_o(t)$ 가 기준 신호 $y_r(t)$ 을 따라갈 수 있도록 시스템의 입력 $u(t)$ 을 정하는 것이다.

다음과 같이 $e(t) = y_o(t) - y_r(t)$ 로 이루어진 오차 방정식을 선택하자.

$$S(t) = \dot{e}(t) + \lambda e(t) \quad (3)$$

여기서 λ 는 양의 상수이다.

주어진 오차 방정식을 미분하면,

$$\begin{aligned} \dot{S}(t) &= \dot{e}(t) + \lambda S(t) - \lambda^2 e(t) \\ &= g(q)u(t) - f(\theta, \dot{\theta}, q, \dot{q}) - \ddot{y}_r + \lambda S(t) - \lambda^2 e(t) \end{aligned} \quad (4)$$

식 (4)에서, $\dot{S}(t) = 0$ 이 되게 하는 피드백 선형화 제어 입력 신호 $u_f(t)$ 를 구할 수 있다.

$$u_f = \frac{1}{g(q)} (f(\theta, \dot{\theta}, q, \dot{q}) + \ddot{y}_r - \lambda S(t) + \lambda^2 e(t)) \quad (5)$$

$$\begin{aligned} f(\theta, \dot{\theta}, q, \dot{q}) &= \left(m_{11} + \frac{\alpha \phi M_{12}}{h} \right) (C_1 \dot{\theta} + \text{Fric}(\dot{\theta}) + d(t)) \\ &+ \left(M_{12} + \frac{\alpha \phi M_{22}}{h} \right) (C_2 \dot{q} + (K_1 - \dot{\theta}^2 K_2) q) \end{aligned} \quad (6)$$

$$g(q) = m_{11} + \frac{\alpha \phi M_{12}}{h} \quad (g(t) > 0) \quad (7)$$

위에서 유도된 제어 입력 신호 $u_f(t)$ 은 시스템에 대한 모든 정보를 다 알고 있다는 가정 하에 구한 것이다. 그러나 실제로 시스템에 대한 완전한 정보를 얻는다는 것은 불가능할 뿐만 아니라 외부 외란은 사전에 알지 못한다. 그러므로 시스템의 불확실성 및 외부 외란을 근사하여 제어기를 설계하는 것이 필요하다.

3.2 웨이블릿 신경망

입력의 비선형 함수를 근사하기 위해 웨이블릿 신경망을 이용한다. 일반적으로 웨이블릿은 모체 웨이블릿 (mother wavelet)에 대한 이동(translation) 파라미터 m 과 확장(dilation) 파라미터 d 로 구성되어 있다.

N_f 개의 입력 $x = [x_1 \dots x_{N_f}]$, 출력 $y (y \in R)$, N_u 개의 분리된 웨이블릿 함수로 이루어진 웨이블릿 신경망은 식 (8)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \phi_j(x) &= \prod_{k=1}^{N_f} \phi \left(\frac{x_k - m_j}{d_j} \right) \\ y &= \sum_{j=1}^{N_u} W_j \phi_j(x) \end{aligned} \quad (8)$$

여기서 W_j 는 웨이블릿 층과 출력층 사이의 연결 가중치가 되고, 모체 웨이블릿으로는 Gaussian 함수를 두 번 미분한 형태인 Mexican hat 웨이블릿을 사용한다.

$$\phi(x) = (1 - x^2) \exp \left(-\frac{x^2}{2} \right) \quad (9)$$

3.1에서 구한 피드백 선형화 제어 신호에서 식(6)과 (7)로 나타내지는 비선형 함수 $f(\theta, \dot{\theta}, q, \dot{q})$ 와 $g(q)$ 부분을 웨이블릿 신경망을 이용하여 근사하면, 식 (10)과 (11)과 같이 표현되며 웨이블릿 신경망의 구조는 그림 2와 같이 나타낼 수 있다.

$$f(\theta, \dot{\theta}, q, \dot{q}) = \hat{W}^T \psi \quad (10)$$

$$\hat{g}(q) = \hat{V}^T \phi \quad (11)$$

$$\hat{W} = [\hat{W}_1 \dots \hat{W}_9]^T, \quad \hat{V} = [\hat{V}_1 \dots \hat{V}_3]^T$$

$$\psi = [\psi_1 \dots \psi_9]^T, \quad \phi = [\phi_1 \dots \phi_5]^T$$

$$\psi_j = \phi_j(\theta) \phi_j(\dot{\theta}) \phi_j(q) \phi_j(\dot{q})$$

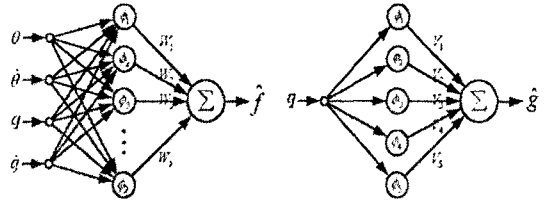


그림 2. $f(\theta, \dot{\theta}, q, \dot{q})$ 와 $g(q)$ 를 근사한 웨이블릿 신경망

3.3 웨이블릿 신경망을 이용한 제어기 설계

웨이블릿 신경망을 이용한 유연성 단일링크 매니퓰레이터의 제어 입력 신호 $u(t)$ 는 식 (5)의 피드백 선형화 제어 입력 신호를 기초로 한 $u_{WNN}(t)$, 두 입력 신호의 차이를 보상에 주기 위한 보상 입력 신호인 $u_c(t)$ 로 구성된다.

$$u(t) = u_{WNN}(t) + u_c(t) \quad (12)$$

$$u_{WNN}(t) = \frac{1}{g(q)} (f(\theta, \dot{\theta}, q, \dot{q}) + \ddot{y}_r - \lambda S(t) + \lambda^2 e(t)) \quad (13)$$

$$u_c(t) = -\frac{K}{\hat{g}(q)} S(t) \text{sign}(S(t)) \quad (14)$$

시스템의 적응 파라미터인 웨이블릿 신경망의 연결 가중치 \hat{W} 와 \hat{V} 의 적응칙은 식 (15)와 (16)과 같이 선택한다.

$$\dot{\hat{W}} = -\eta_1 S(t) \psi \quad (15)$$

$$\dot{\hat{V}} = \eta_2 S(t) \phi u(t) \quad (16)$$

여기서 K 와 η_1, η_2 은 양의 정수이다.

4. 시스템 안정도 해석

Lyapunov 함수 후보를 다음과 같이 선택한다.

$$L = \frac{1}{2} S^2(t) + \frac{1}{\eta_1} \hat{W}^T \tilde{W} + \frac{1}{\eta_2} \tilde{V}^T \tilde{V} \quad (17)$$

함수의 최적 근사 파라미터 벡터를 W^*, V^* 라 하고, 근사 오차와 파라미터 추정 오차를 아래와 같이 정의하면,

$$\epsilon_f = f(\theta, \dot{\theta}, q, \dot{q}) - W^* T \psi$$

$$\epsilon_g = g(q) - V^* T \phi$$

$$\tilde{W} = W^* - \hat{W}$$

$$\tilde{V} = V^* - \hat{V}$$

이다. 시간에 대해 미분하고, 식 (4)와 (12)~(16)을 대입하면, (편의상 시간 변수 t 는 생략한다)

$$\begin{aligned} \dot{L} &= S \dot{S} + \frac{1}{\eta_1} \tilde{W}^T \dot{\tilde{W}} + \frac{1}{\eta_2} \tilde{V}^T \dot{\tilde{V}} \\ &= S(gu - f - \ddot{y}_r + \lambda S - \lambda^2 e) + \frac{1}{\eta_1} \tilde{W}^T \dot{\tilde{W}} + \frac{1}{\eta_2} \tilde{V}^T \dot{\tilde{V}} \\ &= S(gu - \hat{g}u + \hat{g}u - (f - \hat{f})) + \frac{1}{\eta_1} \tilde{W}^T \dot{\tilde{W}} + \frac{1}{\eta_2} \tilde{V}^T \dot{\tilde{V}} \\ &= S(\tilde{V}^T \phi u - \tilde{W}^T \psi + \epsilon) + \tilde{W}^T S \psi - \tilde{V}^T S \phi u \\ &\quad - K S \text{sign}(S) \\ &\leq (\epsilon - K) |S| \end{aligned}$$

여기서 $\epsilon = \epsilon_g u + \epsilon_f$ 라고 하자.

양 상수 K 를 $|\epsilon| < K$ 이 되도록 선택하면, $\dot{L} < 0$ 을 만족하게 된다. 따라서 오차 방정식 $S(t)$ 은 0으로의 수렴을 보장받게 된다.

5. 모의 실험

본 논문에서는 제안된 제어기를 적용한 경우와 일반적으로 적용되는 PD 제어기를 적용한 경우를 비교함으로써 제어 성능을 검증하고자 한다.

유연성 단일링크 매니퓰레이터의 동적방정식은 식 (1)과 같으며, 시스템의 주요 파라미터는 표 1과 같이 주어진다.

표 1. 시스템 파라미터

h	1.2m	EI	1.94Nm ²
I_h	0.3kgm ²	b	1.29Nm/rads ⁻¹
γ	1.2kg/m	ω_1	3rad/s
C_2	0.4	C_{cont}	4.74Nm for $\dot{\theta} > 0$
M_p	30g	C_{cont}	4.77Nm for $\dot{\theta} < 0$

시스템의 최소 위상을 보장하기 위하여 식 (2)의 재정의된 출력값을 사용한다. 여기서 파라미터 $\alpha = 0.6$ 로 선택한다. 외부 외란은 $d(t) = 1.5$ 로 정한다.

제어 입력 신호에 적용되는 웨이블릿 신경망 \hat{f} 와 \hat{g} 은 그림 2와 같은 구조로 적용되며, $\psi = [\psi_1, \dots, \psi_9]^T$, $\phi = [\phi_1, \dots, \phi_5]^T$ 이다. 각각의 웨이블릿 함수의 이동 파라미터와 확장 파라미터는 다음과 같은 고정된 값을 사용한다.

$$\hat{f}: \phi_{f1} = \phi\left(\frac{x-2}{2^2}\right), \phi_{f2} = \phi\left(\frac{x+2}{2^2}\right), \phi_{f3} = \phi\left(\frac{x-2}{2^1}\right),$$

$$\phi_{f4} = \phi\left(\frac{x+2}{2^1}\right), \phi_{f5} = \phi\left(\frac{x}{2^0}\right), \phi_{f6} = \phi\left(\frac{x-2}{2^{-1}}\right),$$

$$\phi_{f7} = \phi\left(\frac{x+2}{2^{-1}}\right), \phi_{f8} = \phi\left(\frac{x-2}{2^{-2}}\right), \phi_{f9} = \phi\left(\frac{x+2}{2^{-2}}\right)$$

$$\hat{g}: \phi_{g1} = \phi\left(\frac{x-2}{2^1}\right), \phi_{g2} = \phi\left(\frac{x+2}{2^1}\right), \phi_{g3} = \phi\left(\frac{x}{2^0}\right),$$

$$\phi_{g4} = \phi\left(\frac{x-2}{2^{-1}}\right), \phi_{g5} = \phi\left(\frac{x+2}{2^{-1}}\right).$$

각 신경망의 연결 가중치의 초기값은 0.2로 정한다.

제안된 제어기 및 PD 제어기를 이용한 위치 추적의 기준 신호는 $y_r(t) = 0.8\sin(t)$ 이 된다.

그림 3은 PD 제어기를 적용하여 주어진 매니퓰레이터의 끝단 위치를 추적한 결과이며, 그림 4은 그 때의 제어 입력 신호를 나타낸다. PD 제어기의 설계 파라미터는 $K_p = 70$ 과 $K_d = 40$ 으로 정한다.

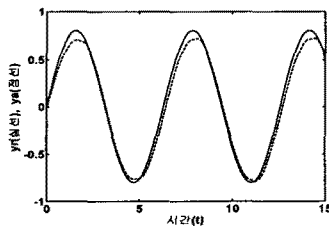


그림 3. PD 제어기를 적용한 결과

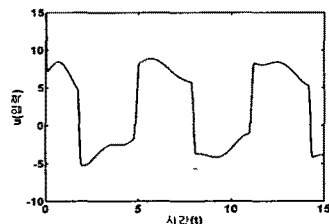


그림 4. PD 제어기의 제어 입력 신호

그림 5는 제안된 제어기를 적용한 결과이며, 그림 6은 그에 따른 제어 입력 신호가 된다.

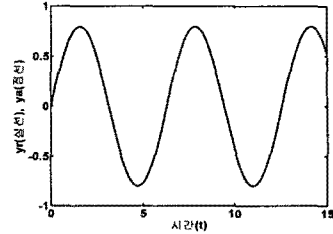


그림 5. 제안된 제어기를 적용한 결과

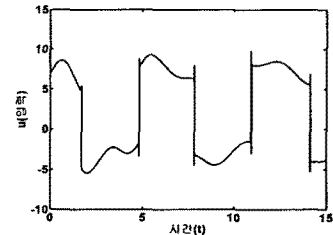


그림 6. 제안된 제어기의 제어 입력 신호

그림 3과 그림 5를 비교해 볼 때, 추적 오차가 현저하게 줄어든 것을 볼 수 있다. 그리고 그림 4와 그림 6을 비교해 보면, 두 제어기를 적용할 때 각각의 제어 입력 신호의 크기에는 큰 변화가 없음을 알 수 있다.

6. 결 론

본 논문에서는 유연성 단일링크 매니퓰레이터의 끝단 위치 추적제어를 위해 웨이블릿 신경망을 이용하였다. 제안된 웨이블릿 신경망은 피드백 선형화 제어기를 추정하기 위해 적용되었으며, 그 추정 오차를 보상하기 위해 보상 제어기가 추가되었다. 또, 시스템의 최소 위상을 보장받기 위하여 재정의된 출력값을 이용한 모델식을 구성하였다. 제안된 제어기는 비선형적이고 복잡한 시스템에 대한 정확한 사전 지식이나 외부 외란에 대한 정보 없이도 시스템을 정확히 제어할 수 있었다. 기존의 PD 제어기를 이용한 제어기와 비교했을 때, 추적 오차 성능이나 과도 상태 시간도 개선되었다.

[참 고 문 헌]

- [1] Q. Zhang and A. Benveniste, "Wavelet Networks", IEEE Trans., vol. 3 no 6, pp. 889-898, 1992
- [2] C. K. Lin, "Adaptive tracking controller design for robotic systems using Gaussian wavelet networks", IEE Proc., vol. 149 no. 4, pp. 316-322, 2002
- [3] C. S. Chen and W. S. Lin, "Adaptive Wavelet Sliding Mode Control of Uncertain Multivariable Nonlinear Systems", IEEE Proc. of Ame. Cont. Conf. Denver, pp. 180-185, 2003
- [4] Zhihong Su and K. Khorasani, "A Neural Network-Based Controller for a Single Link Flexible Manipulator Using the Inverse Dynamics Approach", IEEE Trans., vol. 48 no. 6, pp. 1074-1086, 2001
- [5] H.A. Talebi, K. Khorasani, R.V. Patel, "Neural network based control schemes for flexible link manipulators: simulations and experiments", Neural Networks, vol. 11 no. 7-8, pp. 1357-1377, 1998