

## 특이 섭동 시스템을 이용한 ATM망에서의 체증 합성 제어

정우채, 강래청, 김영중, 임묘택  
고려대학교 전기공학과

### CompositeCongestionControlUsingSingularlyPerturbedSystemsinATM

Woo-Chae Jung, Lae-Chung Kang, Young-Joong Kim and Myo-Taeg Lim  
Dept. of Electrical Engineering, Korea University

**Abstract** - 현재 ATM망의 ABR 소스에서 불확실한 시간지연에 대한 이산시 모델에 대해, 많은 연구가 진행되고 있다. 이 모델들은 각각의 소스에서의 대역폭(Bandwidth)을 일정하게 보고 있지만, 현실적으로 소스의 네트워크 상황에 따라 각기 할당되는 대역폭은 큰 차이가 있다. 각기 다른 대역폭을 고려할 때 ABR 스위치 모델은 특이 섭동 구조를 갖는다. 본 연구에서는 대역폭 차에 따른 ABR 스위치에서의 특이 섭동 모델을 제안하고 ABR 스위치에서의 체증을 해결하기 위해 합성제어 기법을 이용한 이산시 최적 제어기를 설계한다.

### 1. 서 론

ATM(Asynchronous Transfer Mode) 네트워크는 네트워크 자원을 효율적으로 활용하면서 셀 손실율(Cell Loss Rate), 셀 지연시간(Cell Delay), 셀 지연변동(Cell Delay Variation)등으로 정의 되는 서비스 품질(QoS, Quality of Service)을 만족시켜야 한다. ATM 포럼에서 표준으로 정한 서비스 방식에는 고정 비트율 서비스(Constant Bit Rate, CBR), 가변 비트율 서비스(Variable Bit Rate, VBR), 사용 비트율 서비스(Available Bit Rate, ABR) 등이 있다. 특히 ABR 서비스에서 RM(Resource Management)셀을 통한 페루프 피드백 정보를 제공하며, 이를 이용하여 전송을 기반의 네트워크 제어를 통해 각각의 소스가 보내는 데이터 셀의 전송율을 제어 할 수 있다. 이 RM셀은 데이터 셀과 같은 경로를 통해서 전달되고, RM 셀을 전송 받은 제어기는 ER(Explicit Rate) 방식으로 정보를 전달 받는다. 이에 따라, 예측 할 수 없는 트래픽 흐름의 통계적 변동과 망 내의 고장 등에 따른 체증하에서도 체증의 영향을 최소화 하고 체증 확산을 방지하면서 최적의 망 성능을 유지하고 최소의 셀 손실과 최대의 자원 활용성을 보장하기 위해서 ABR 체증 제어에 대한 연구가 많이 진행되어 왔으며[1], 아직도 이 문제는 계속 연구 되어야 할 과제로 남아 있다. 대부분의 연구에서는 각각의 소스에 같은 양의 대역폭을 할당하고 시간 지연에 따른 오차를 고려하고 있지 않다. 현실적으로, 시간 지연에 따른 오차가 발생하며 각각의 소스에 따라 할당되는 대역폭에는 큰 차이가 있다. 따라서 본 연구에서는 시간 지연 및 할당되는 대역폭 차를 고려한 ABR 서비스를 모델링하고, 고차인 Riccati 방정식의 해를 구하기 위해 저차화된 Riccati 방정식을 이용하기 위한, 독립적인 느린 하위시스템과 빠른 하위시스템을 이용한 합성제어 기법[2]을 이용하여 최적 제어기를 설계하고자 한다. 고차의 Riccati 방정식을 저차의 Riccati 방정식으로 해를 구함으로써 빠른 응답을 가능하게 하여 실시간 전송에 적합한 제어기를 설계한다. 2.1장에서는 시간지연과 대역폭 차를 고려한 모델을 설계하고, 2.2장에서는 특이 섭동 이론을 이용하여 최적제어기를 설계 한다.

### 2. 본 론

#### 2.1 ABR에서의 모델링

##### 2.1.1 ABR의 전체적인 모델

그림 1에서는 M개의 소스를 가진 전체적인 ABR 모델이 묘사되어 있다. 체증 스위치에서는 한정된 버퍼와 큐, 그리고 전송률을 제어한다. 버퍼는 모든 소스로부터 들어오는 데이터를 받는다. 데이터의 전송률은 주기 T로 샘플링 된다.

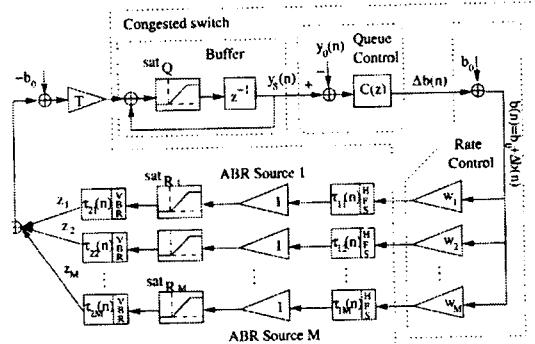


그림 1. 전체 시스템 모델

##### 2.1.2 전송 지연을 고려한 ABR의 모델링

현재 큐의 길이  $y_s(n)$ 에서 M개의 소스를 가진 이산 시간 n에서의 버퍼의 양은 다음과 같다[3].

$$y_s(n) = y_s(n-1) - \sum_{i=1}^M z_i(n)T - b_o T \quad (1)$$

여기서,  $z_i(n)$ 은 n-1과 n 시간 사이에 체증 스위치에 도착하는 셀의 수이고  $b_o$ 는 일정한 전송률이다.  $\alpha$ 와  $\beta$ 를 각각 소스에서 돌아오는 모드에서의 시간지연과 내보내는 모드의 시간 지연 상수라고 생각하자. 이때 발생할 수 있는 지연시간을  $\tau$ 라고 할 때 최대 가능한 지연은  $\tau$ 이다. 그리고  $w_i$ 는 소스 i에서 할당되는 대역폭의 크기이다. 이때, M개의 ABR 소스에서의 시간 지연을 고려한 상태 방정식은 다음과 같다[4].

$$x_i(n+1) = A_i^*(n)x_i(n) + B_i(n)b(n) \quad (2)$$

$$z_i(n) = C_i(n)x_i(n) + D_i(n)b(n) \quad (3)$$

여기서,

$$A_i^*(n) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & L & 0 & 0 & 0 & L & 0 & 0 \\ 1 & 0 & L & 0 & 0 & 0 & L & 0 & 0 \\ 0 & 1 & L & 0 & 0 & 0 & L & 0 & 0 \\ M & M & O & M & M & M & M & M & M \\ 0 & 0 & L & 1 & 0 & 0 & L & 0 & 0 \\ R_i\beta[\bar{\tau}_{2,i}, i]\alpha[1, i] & R_i\beta[\bar{\tau}_{2,i}, i]\alpha[2, i] & L & L & R_i\beta[\bar{\tau}_{2,i}, i]\alpha[\bar{\tau}_{1,i}, i] & 0 & L & 0 & 0 \\ R_i\beta[\bar{\tau}_{2,i}-1, i]\alpha[1, i] & R_i\beta[\bar{\tau}_{2,i}-1, i]\alpha[2, i] & L & L & R_i\beta[\bar{\tau}_{2,i}-1, i]\alpha[\bar{\tau}_{1,i}, i] & 1 & L & 0 & 0 \\ M & M & M & M & M & M & M & O & M \\ R_i\beta[1, i]\alpha[1, i] & R_i\beta[1, i]\alpha[2, i] & L & L & R_i\beta[1, i]\alpha[\bar{\tau}_{1,i}, i] & 0 & L & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$B_i^*(n) = \begin{bmatrix} w_i \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ w_i R_i \beta[\bar{\tau}_{2,i}, i] d[0, i] \\ w_i R_i \beta[\bar{\tau}_{2,i}-1, i] d[0, i] \\ \vdots \\ w_i R_i \beta[1, i] d[0, i] \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$C_i(n) = (R_i \beta[0, i] d[1, i]; \dots; R_i \beta[0, i] d[\bar{\tau}_{1,i}, i]; 0; \dots; 0; 1) \quad (6)$$

$$D_i(n) = (R_i w_i \beta[0, i] d[0, i]) \quad (7)$$

$$\alpha_j(n) = \begin{cases} 1, & \text{if } j = \tau(n) \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}, \quad \beta_j(n) = \begin{cases} 1, & \text{if } j = \tau(n) \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$b(n) = b_0 + \Delta b, \quad R_i: \text{전송률의 비례상수}(=1)$$

따라서, 그럼 1에서의 페루프 시스템에서 한정된 큐의 길이와 제한된 전송률 그리고 소스에서의 시간지연율을 종합적으로 표현한 상태 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x(n+1) &= A(n)x(n) + B(n)\Delta b(n) \\ y_s(n) &= Cx(n) + D\Delta b(n) \end{aligned} \quad (8)$$

여기서,

$$A(n) = \begin{bmatrix} A_1^* & 0 & 0 & \cdots & 0 & B_1^* \\ 0 & A_2^* & 0 & \cdots & 0 & B_2^* \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & B_M^* \\ TC_1 & TC_2 & TC_3 & \cdots & 1 & (T \sum_{i=1}^M D_i - T) \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$B(n) = [B_1^*, \dots, B_M^*, (T \sum_{i=1}^M D_i, 0)]^T \quad (10)$$

$$C(n) = [0 \ 0 \ \cdots \ 1 \ 0] \quad (11)$$

$$D(n) = [0] \quad (12)$$

여기서 상태 벡터  $x(n)$ 은 딜레이 라인의 상태, 큐의 길이  $y_s(n)$ , 그리고 지정된 전송률  $b_0$ 로 구성된다.

$$x(n) = (x_1(n), \dots, x_M(n), y_s(n), b_0)^T \quad (13)$$

### 2.1.3 각각의 소스에 할당되는 대역폭 차이를 고려한 ABR에서의 상태방정식

ABR은 각각의 소스의 중요도에 따라 할당되는 대역폭이 다르다. 따라서 식에서  $A_1, A_2, \dots, A_M$ 에 할당되는

대역폭  $w_1, w_2, \dots, w_i, \dots, w_{i+1}, \dots, w_M$ 에 할당되는 대역폭  $w_{i+1}, \dots, w_M$ 보다 훨씬 작다고 가정하자. 대역폭이 일정수준 이상 차이가 난다고 가정할 때, 아래 상태 방정식에서  $A_1, A_2, B_1$ 은  $A_3, A_4, B_2$ 와 큰 차이를 보이게 된다. 따라서,  $\exists \ll 1$  이므로, 상태 방정식은 다음과 같이 표현된다

여기서

$$A_1 = \begin{bmatrix} A_1^* & 0 \\ 0 & A_2^* \end{bmatrix} \quad (14-1)$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & B_1^* \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & B_2^* \end{bmatrix} \quad (14-2)$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ TC_1 & TC_2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (14-3)$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} A_3^* & 0 & \cdots & 0 & 0 & B_3^* \\ 0 & A_4^* & \cdots & 0 & 0 & B_4^* \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & A_M^* & 0 & B_M^* \\ TC_3 & TC_4 & \cdots & TC_M & 1 & (T \sum_{i=1}^M D_i - T) \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (14-4)$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} B_1^* \\ B_2^* \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} B_3^* \\ \vdots \\ B_M^* \end{bmatrix} \quad (14-5)$$

## 2.2 특이 선동 이론을 이용한 최적 제어기 설계

### 2.2.1 이산시 ABR 스위치 모델의 최적 제어기 설계

모델을 다음 상태 공간 방정식으로 두자.

$$(15)$$

그때의 평가 지수(performance index)는 다음과 같이 주어진다.

$$J = \sum_{n=0}^{\infty} \left( \left[ \begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \end{array} \right]^T Q \left[ \begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \end{array} \right] + u^T R u \right) \quad (16)$$

특이 섭동의 합성제어 이론을 이용하여 느린 하위 시스템과 빠른 하위 시스템을 독립적으로 계산했을 때 각각의 상태 방정식과 평가지수는 다음과 같이 된다.

$$x_{1s}(n+1) = \bar{A}x_{1s}(n) + \bar{B}u_s(n) \quad (17)$$

$$J = (x_{1s}^T Q_0 x_{1s} + 2u_s^T R_s u_s + u_s^T D_s x_{1s}) \quad (18)$$

$$\exists x_2(n+1) = A_3 x_2(n) + B_2 u_f(n) \quad (19)$$

$$J = \sum_{n=0}^{\infty} (x_{2f}^T Q_3 x_{2f} + u_f^T R u_f) \quad (20)$$

여기서,

$$Q = \begin{bmatrix} Q_1 & Q_2 \\ Q_2^T & Q_3 \end{bmatrix}$$

$$\bar{A} = A_1 - A_2 A_4^{-1} A_3$$

$$\bar{B} = B_1 - A_2 A_4^{-1} B_2$$

$$Q_0 = Q_1 + A_3^T A_4^{-T} Q_3 A_4^{-1} A_3$$

$$R_s = R + B_2^T A_4^{-T} Q_3 A_4^{-1} B_2$$

$$D_s = B_2^T A_4^{-T} Q_3 A_4^{-1} A_3$$

(17),(18),(19),(20) 식으로부터 느린 하위 시스템과 빠른 하위 시스템에서의 최적입력제어는 다음과 같다 [5][6].

$$u_s(n) = -(R_s + \bar{B}^T P_s \bar{B})^{-1} (D_s + \bar{B}^T P_s \bar{A}) x_{1s}(n) = G_0 x_{1s}(n) \quad (21)$$

$$u_f(n) = -(R + B_2^T P_f B_2)^{-1} B_2^T P_f A_3 x_2(n) = G_2(n) x_2(n) \quad (22)$$

각각의 Riccati 방정식의 해를 구하면 아래와 같다.

$$P_s(n) = \bar{A}^T P_s \bar{A} + \bar{Q} - \bar{A}^T P_s \bar{B} (\bar{B}^T P_s \bar{B} + R_s)^{-1} \bar{B} P_s \bar{A} \quad (23)$$

여기서,

$$\bar{A} = \bar{A} - \bar{B} R_s^{-1} D_s, \bar{Q} = Q_0 - D_s^T R_s^{-1} D_s$$

$$P_f(n) = A_3^T P_f A_3 + Q - A_3^T P_f B_2 [B_2^T P_f B_2 + R]^{-1} B_2^T P_f A_3 \quad (24)$$

합성 제어를 위해  $x_{1s}$ 와  $x_{2f}$ 은 원래의 시스템  $x_1$ 과  $x_2$ 로 표현되어야 한다. 따라서  $x_{1s}$ 을  $x_1$ 으로 대체하고  $x_{2f}$ 을  $x_2 - x_{2s}$ 로 적용 시키면 다음과 같은 제어기가 설계된다.

$$\begin{aligned} u_c(n) &= G_0(n)x_{1s}(n) + G_2(n)x_{2f}(n) \\ &= G_0(n)x_1(n) + G_2(n)(x_2(n) + A_4^{-1}[A_3x_1(n) + B_2G_0(n)x_1(n)]) \\ &= G_1(n)x_1(n) + G_2(n)x_2(n) \end{aligned} \quad (25)$$

여기서,

$$G_1 = (I + G_2(n)A_4^{-1}B_2)G_0(n) + G_2A_4^{-1}A_3 \quad (25-1)$$

따라서 고차의 대수 Riccati 방정식을 푸는 대신에 합성제어 기법을 이용하면 저차화된 두 개의 대수 Riccati 방정식을 풀 수 있게 된다.

두 개의 Riccati 방정식을 풀기 위해서는 다음 두 가지 가정을 만족 시켜야 한다.

<가정1>  $(\bar{A}(n), \bar{B}(n))$ 과  $(A_4(n), B_2(n))$ 쌍은 안정화 할 수 있고 검출 가능하다.(stabilizable-detectable)

<가정2>  $x_1(n)$ 과  $x_2(n)$ 은 모두  $n \geq 0$  시간 동안 그리고 빠른 하위시스템에서 안정화되어야 한다.

### 3. 결 론

본 논문에서는 각각의 소스의 대역폭 차를 고려한 ABR 모델에서 최적 합성제어기를 설계하였다. 대부분의 연구에서 고려되고 있지 않는 소스에서의 대역폭의 차이와 시간 지연을 고려해 ABR에서의 특이 섭동 모델을 제안하였고, 제어기 설계를 위해 고차의 Riccati 방정식을 특이 섭동 이론을 이용하여 저차화된 Riccati 방정식의 해를 구하여 최적 제어기를 설계하였다. 저차화된 Riccati 방정식으로 해를 구함으로써 해를 구하는 시간을 단축하여 실시간 전송에 적합한 제어기를 설계하였다. 향후 과제로는 제안된 제어기를 시뮬레이션을 통하여 제어기의 성능을 보이고, ABR에서 왜란 및 한정된 큐를 고려한 모델에 대해서도 연구를 계속해 나갈 것이다.

### [참 고 문 헌]

[1] R.Jain, "Congestion control and traffic management in ATM networks : Recent advances and a surveys", Computer Networks and ISDN Systems, vol. 28, 1723-1738, 1996

[2] Chow,J. and P.Kokotovic, "A decomposition of near optimum regulators for systems with slow and fast modes", IEEE Trans. Automatic Control, AC-21, 701-706, 1976

[3] Lotfi B. and Semyon M. Meerkov, "Feedback Control of Congestion in Packet Switching Networks: The case of single Congested Nodes", IEEE Conference on Decision and Control, Vol.1, pp. 991-996, 1992

[4] Mihail L. Sichitiu, Peter H. Bauer and Kamal Premaratne, "The effect of Uncertain Time-Variant Delays in ATM Networks With Explicit Rate Feedback: A Control theoretic Approach", IEEE/ACM Transactions on Networking, Vol.11, No.4, August 2003

[5] Bakhtiar L. and Hassan K. "Multirate and Composite Control of Two-Time Scale Discrete-Time Systems", IEEE Transactions on automatic Control, Vol. AC 30, No. &, July, 1985

[6] Cebuhar, W. and V. Constanza, " Approximation Procedures for the optimal control of bilinear and nonlinear systems", Journal of Optimization Theory and Applications, V. 43, P. 520-526