

유전알고리즘을 이용한 비선형 시스템의 최적 퍼지 제어기 설계

김문환* · 주영훈** · 박진배*

*연세대학교 전기전자공학과의, **군산대학교 전자정보공학부

Design of Optimal Fuzzy Controller for Nonlinear System Using Genetic Algorithm

Moon Hwan Kim* · Young Hoon Joo** · Jin Bae Park*

*Yonsei Univ., **Kunsan Univ.

Abstract - 본 논문은 전략 기반 유전 알고리즘을 이용한 새로운 비선형 시스템의 퍼지 제어 시스템 설계 기법을 제안한다. 제안된 기법은 기존의 수학적 접근 방법이 아닌 지능적 설계 방법을 사용하여 퍼지 제어기를 설계한다. 전략 기반 유전 알고리즘은 제어기의 안정화 조건을 만족 시키며 최적의 성능을 갖는 제어 이득을 얻기 위해 유전 전략을 사용하여 교차와 돌연변이 영역을 변화 시킨다. 최종적으로 모의실험을 통해 제안된 기법의 우수성을 확인 하였다.

1. 서 론

퍼지 제어기는 비선형 시스템을 제어하기 위해 사용되는 제어 기법 중에 하나이다. 퍼지 제어기는 해석이 쉽고 지식 기반 설계가 가능하기 때문에 많이 각광 받는 비선형 제어 시스템 중 하나이다 [1]. 최근 Takagi-Sugeno(TS) 퍼지 플랜트 모델에 기반을 둔 퍼지 제어기의 안정도 해석 방법이 제안되었다 [2], [3]. TS 퍼지 모델을 사용하는 이점은 비선형 시스템이 선형 시스템의 무게 중심 합으로 표현 가능하기 때문에 몇몇의 선형 혹은 비선형 시스템의 제어 이론이 적용 될 수 있다는 것이다. 이와 더불어 Lyapunov 안정도 이론을 통한 TS 퍼지 모델기반 퍼지 제어기의 안정도 해석은 많은 연구가 되어 왔다 [5]-[6]. 이와 같이 대부분의 퍼지 제어기 설계 방법은 수학적 접근 방법을 기본으로 하고 있다. 하지만 몇몇의 문제의 경우 이러한 수학적 접근 방법으로는 해결하기 힘든 문제가 있다. 이러한 문제는 해결하기 위해 본 논문에서는 전략 기반 유전 알고리즘을 이용하여 퍼지 제어기를 수학적 접근 방법이 아닌 지능적 접근 방법을 통해 설계하는 방법을 제안한다. 유전 알고리즘은 최적화 문제를 해결하는 강력한 탐색 기법 중에 하나이다 [4]. 특히 유전자 알고리즘은 대수적으로 찾기 힘든 많은 수의 파라미터를 가지는 볼록 최적화 문제를 해결하는데 적합하다. 퍼지 제어기를 설계하는 것은 퍼지 제어기의 상태 궤환 파라미터를 동정하는 볼록 최적화 문제로 볼 수 있다.

본 논문에서는 이러한 상태 궤환 파라미터를 제안한 전략 기반 유전 알고리즘을 사용하여 동정한다. 전략 기반 유전 알고리즘은 퍼지 제어기의 안정화 조건을 만족시키는 해를 찾기 위해 전략적으로 돌연변이와 교차 대상을 바꾼다. 전략적인 돌연변이와 교차 대상의 변화를 통해 제어기 설계 조건을 만족시키는 해를 구할 수 있다. 또한 제어기의 성능을 평가하여 최고의 성능을 가지는 퍼지 제어기를 찾는다.

본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. 2장에서는 퍼지 플랜트와 퍼지 제어기의 기본적인 구성에 대해 살펴본다. 3장은 퍼지 제어기의 안정도 해석을 통해 안정도 조건을 유도한다. 4장은 유도된 안정도 조건을 만족시키는 제어 파라미터 값을 동정하는 전략 기반 유전 알고리즘을 소개한다. 5장에서는 도입된 시스템을 통한 모의 실험을 행한다. 마지막으로 6장에서 본 논문의 결론을 맺는다.

2. 퍼지 플랜트와 퍼지 제어기

본 논문에서는 TS 퍼지 플랜트와 퍼지 제어기의 닫힌 연결로 구성된 퍼지 제어 시스템을 다룬다.

2.1 TS 퍼지 플랜트 모델

비선형 시스템을 묘사하는 퍼지 규칙의 수를 p 라 할 때 i 번째 퍼지 규칙은 다음과 같다.

Rule i : IF $f_1(x(t))$ is M_1^i and ... and $f_p(x(t))$ is M_p^i THEN $\dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t)$ (1)

여기서 M_α^i 는 함수 $f_\alpha(x(t))$, $\alpha=1,2,\dots,p$, $i=1,2,\dots,p$ 에 해당하는 양의 정수 값을 갖는 퍼지 집합이다. $A_i \in R^{n \times n}$ 과 $B_i \in R^{n \times m}$ 은 알려진 시스템 행렬과 입력 행렬을 나타낸다. 또한 $x(t) \in R^n$ 은 시스템의 상태 벡터이고 $u(t) \in R^m$ 은 시스템의 입력벡터를 나타낸다. 최종적인 시스템의 동역학 방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^p w_i(x(t)) (A_i x(t) + B_i u(t))$$

$$w_i(x(t)) = \frac{\mu_{M_1^i}(x_1(t)) \times \dots \times \mu_{M_p^i}(x_p(t))}{\sum_{i=1}^p \mu_{M_1^i}(x_1(t)) \times \dots \times \mu_{M_p^i}(x_p(t))}$$

여기서 $\mu_{M_k^i}(x_k(t))$ 는 입력 k 에 대한 규칙 i 의 멤버쉽 함수 값을 나타낸다.

2.2 퍼지 제어기

본 논문에서 사용된 퍼지 제어기는 c 개의 부제어기로 구성이 된다. 퍼지 제어기의 i 번째 규칙은 다음과 같이 나타내어진다.

Rule i : IF $f_1(x(t))$ is N_1^i and ... and $f_p(x(t))$ is M_p^i THEN $u(t) = -K_i$ (3)

여기서 N_α^i 는 함수 $f_\alpha(x(t))$, $\alpha=1,2,\dots,p$, $i=1,2,\dots,p$ 에 해당하는 양의 정수 값을 갖는 퍼지 집합이다. K_i 는 동정해야 할 상태 궤환 파라미터를 나타낸다. 사용된 제어기의 최종 출력은 다음과 같다.

$$u(t) = \sum_{i=1}^c m_i(x(t)) K_i x(t)$$
 (4)

m_j 는 멤버십 함수 값으로 다음과 같이 계산된다.

$$\sum_{j=1}^p m_j(x(t)) = 1, \quad (5)$$

$$m_j(x(t)) = \frac{\mu_{N_j}(x_1(t)) \times \dots \times \mu_{N_j}(x_n(t))}{\sum_{k=1}^p \mu_{N_k}(x_1(t)) \times \dots \times \mu_{N_k}(x_n(t))}$$

여기서 $\mu_{N_j}(x_k(t))$ 는 입력 k 에 대한 규칙 i 의 멤버십 함수 값을 나타낸다.

3. 퍼지 제어기의 안정도 해석

식 (2) 와 식 (4)를 통해 전체 닫힌 연결 시스템을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\dot{x}(t) = \sum_{j=1}^p \sum_{i=1}^c w_j m_i H_{ij} x(t) \quad (6)$$

여기서

$$H_{ij} = A_i + B_i K_j \quad (7)$$

정리 1 [5] Lyapunov 안정도 이론에 따라 다음의 조건을 만족시키는 행렬 P 가 존재하면 퍼지 모델 기반 제어 시스템 (6) 은 전역적으로 안정하다고 말할 수 있다.

$$P > 0 \quad (9)$$

$$H_{ij}^T P + P^T H_{ij} < 0 \quad (10)$$

여기서 $j=1, \dots, c$ 이고 $i=1, \dots, p$ 이다.

4. 전략 기반 유전 알고리즘

퍼지 모델 기반 제어 시스템 (6)을 설계하는 문제는 조건 (9) 와 조건 (10) 을 만족시키는 P 행렬과 K_i 행렬을 찾는 문제로 변환된다. 본 논문은 위의 두 조건을 만족시키는 행렬들을 찾기 위해 전략적 탐색 기법이 적용된 전략 기반 유전 알고리즘을 제안한다. 그림 1 은 제안된 전략 기반 유전 알고리즘의 개체군 구성을 나타낸다. 제안된 유전 알고리즘은 크게 3가지 개체군을 갖는다. 일반 개체군 (general population) 은 안정화 조건을 만족시키지 못한 개체들을 가진다. 안정된 개체군 (stable population) 은 안정화 조건(9), (10) 을 만족시키는 개체들을 가지며, 일반개체군보다 낮은 돌연변이율을 갖는다. 또한 각 개체의 성능을 평가하여 최적의 제어 이득을 찾는다. 최적 개체 (optimal population) 은 안정한 개체군에서 최적의 성능을 가지는 개체를 나타낸다.

4.1 염색체 (chromosome) 설계

제어기의 상태 제한 파라미터를 찾는 문제는 탐색 범위가 매우 크므로 이진 스트림을 사용하여 유전자를 설계하기 힘들다. 따라서 본 논문에서는 실수 값을 갖는 유전자를 사용한다. 한편, 양 한정 행렬 P 의 대칭성을 보장하기 위해 그림 2와 같은 유전자가 사용된다. 여기서 K_{ij} 는 상태제한 파라미터의 구성 요소 나타내며, $P_1, P_2,$ 는 다음과 같은 양 한정 행렬 P 의 요소이다.

$$P = \begin{bmatrix} P_1 & P_2 \\ P_2 & P_3 \end{bmatrix} \quad (11)$$

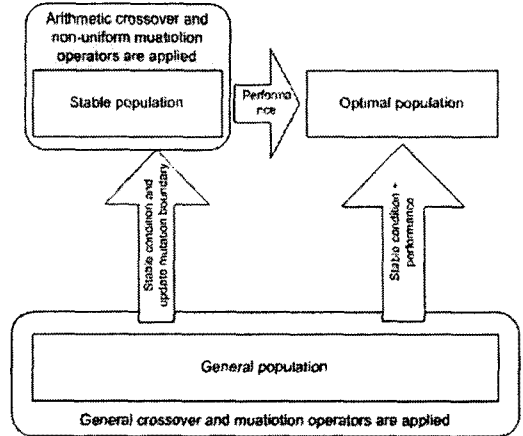


그림 1 전략 기반 유전 알고리즘 개체군 구성

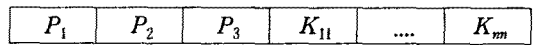


그림 2 염색체 설계

4.2 적합도 함수

조건 (9)와 조건 (10) 을 만족시키는 해를 찾기 위해서는 각 조건을 만족시키는데 대한 적합도 계산이 필요하다. 위 두 조건의 만족도는 다음의 적합도 함수를 이용해 평가 할 수 있다.

$$f_{stable} = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^c h(\lambda(H_{ij}^T P + P^T H_{ij})) \quad (14)$$

$$f_{positive} = h(\lambda(P)) \quad (15)$$

$$f_{performance} = \sum_{t=1}^T e(t) \quad (16)$$

여기서 $h(x)$ 는 다음과 같은 값을 가지는 함수이다.

$$h(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases} \quad (17)$$

적합도 함수 f_{stable} 는 안정도 조건 (10)의 만족도를 나타내며 적합도 함수 $f_{positive}$ 는 조건 (9)에 대한 만족도를 나타낸다. 이 두 적합도 함수 값을 사용하여 행렬들의 두 조건에 대한 만족도를 평가 할 수 있다.

는 안정도 조건을 만족시키는 제어기의 성능을 평가한다. 이때 $e(t)$ 는 정상상태 오차를 의미한다.

4.3 전략적 진화 방법

안정한 퍼지 모델 기반 제어기를 설계하기 위해 행렬 P 는 조건 (9) 와 조건 (10) 을 동시에 만족시켜야 한다. 한편 행렬 K_i 는 조건 (10) 만을 만족시키면 된다. 하지만 조건 (10) 은 $p \times c$ 개의 조건을 가지므로 실제로 조건 (10) 을 만족시키는 해를 찾는 것은 매우 힘들 일이다. 특히 이러한 K_i 값이 P 값에 의해 영향을 받으므로 적절한 P 와 K_i 쌍을 발견하여야 하는 어려움이 있다. 이를 해결하기 위해 본 논문에서는 bilinear matrix inequality 의 탐색 기법을 응용해 P 과 K_i 부분적으로 진화를 시키는 방법을 이용한다. 즉 부분 진화시기에 따라 P 값만을 진화시키고 K_i 값을 진화되지 않게 고정시키고, 일정 세대 수 이후에 반대로 K_i 값을 진화시키고, P 값만은 진화되지 않게 고정시키는 방

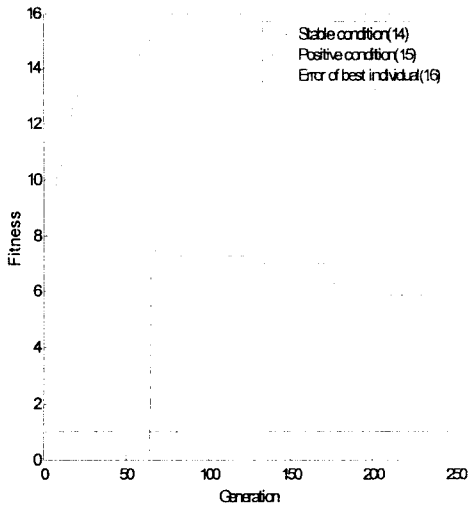


그림 2 전략 기반 유전 알고리즘의 적합도 변화

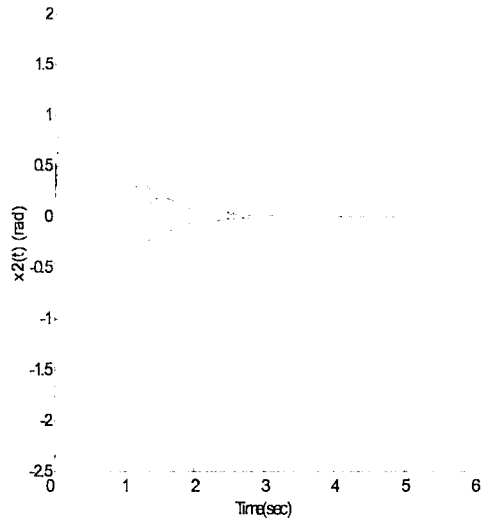


그림 3 도립진자 모의실험 결과: x_2 의 경우

법을 사용한다.

5. 모의실험

제안된 기법의 성능을 평가하기 위해 도립진자 시스템의 제어기를 설계하였다. 도립진자 시스템은 비선형 시스템의 하나로 카트를 이용해 막대를 세우는 시스템이다. 도립진자 모델의 동역학 식은 참고 논문 [1] 을 참고하였다. 본 실험에서 사용된 퍼지 제어기는 다음과 같은 규칙을 가진다.

Rule i : IF $f_1(x(t))$ is M_1^i and $f_2(x(t))$ is M_2^i
 THEN $u(t) = -K_i$, $i = 1, 2, 3, 4$
 (18)

제안된 전략 기반 유전 알고리즘을 사용하여 얻어진 공통 안정 행렬 P 와 상태 궤환 파라미터는 다음과 같다.

$$P = \begin{bmatrix} 4393.5 & 415.8 \\ 415.8 & 243.6 \end{bmatrix}$$

$$K_1 = [3683.7 \quad 2098.8]$$

$$K_2 = [4913.0 \quad 2167.6]$$

$$K_3 = [3916.8 \quad 2237.3]$$

$$K_4 = [3807.2 \quad 2845.2]$$

위의 유전 알고리즘에 사용된 파라미터는 표 1 과 같다.

개체수	500
세대수	250
전략교차주기	30
돌연변이율(일반 개체군)	0.7
돌연변이율(안정 개체군)	0.3

표 1 유전알고리즘 파라미터

여기서 전략교차주기는 전략적으로 진화 영역을 변화시키는 주기를 나타낸다. 그림 2는 전략 기반 유전 알고리즘의 적합도를 나타낸다. 그림에서 전략교차주기를 기점으로 성능이 향상되는 것을 확인 할 수 있다. 또한 안정도를 만족시키는 개체가 발견된 이후 성능 향상이 이루어지고 있음을 확인 할 수 있다. 최종적으로 실험을 통

해 얻어진 상태 궤환 파라미터의 성능을 평가하기 위해 도립진자 시스템을 사용하여 모의실험을 하였다. 그림 3 은 모의실험 결과를 나타낸다. 다양한 입력 조건에서 안정적으로 제어가 되고 있음을 확인 할 수 있다.

6. 결론

본 논문에서는 비선형 시스템 제어를 위한 퍼지 제어기의 지능적 제어 방법이 제안되었다. 기존의 수학적인 접근 방법이 아닌 지능적 접근 방법을 이용하여 안정화 조건을 만족시키는 퍼지 제어기를 설계하기 위해 전략 기반 유전 알고리즘이 개발되었다. 전략 기반 유전 알고리즘은 안정도 조건을 만족시키는 해를 찾기 위해 전략적으로 진화되는 탐색체의 영역을 변화시키는 방법을 사용하여 해를 찾는다. 또한 성능평가를 통해 최적의 성능을 가지는 제어 이득을 찾는다. 최종적으로 모의실험을 통해 제안된 방법으로 설계된 시스템이 안정함을 확인 할 수 있었다.

감사의 글: 본 논문은 한국과학기술연구원(R01-2001-000-00316)에 의해 지원되었습니다.

[참고문헌]

- [1] H. K. Lam, Frank H. Leung, and Peter K. S., "Design and stability analysis for fuzzy model based nonlinear controller for nonlinear systems using genetic algorithm," IEEE Trans. Syst., Man., Cyber. Part B, Vol. 33, pp. 250-257, 2003.
- [2] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control," IEEE Trans. Syst., Man., Cybern., vol. SMC 15, pp. 116-132, Jan. 1985.
- [3] S. G. Cao, N. W. Rees, and G. Feng, "Analysis and design for a class of complex control systems - Parts I and II: Fuzzy controller design," Automatica, vol. 33, no. 6, pp. 1017-1039, 1997.
- [4] Z. Michalewicz, Genetic Algorithm + Data Structures = Evolution Programs, 2nd ed. New York: Springer Verlag, 1994.
- [5] H. O. Wang, K. Tanaka, and M. F. Griffin, "An approach to fuzzy control of nonlinear systems: Stability and the design issues," IEEE Trans. Fuzzy Syst., vol. 4, pp. 14-23, Feb. 1996.
- [6] K. Tanaka, T. Kosaki, and H. O. Wang, "Backing control problem of a mobile robot with multiple trailers: Fuzzy modeling and LMI based design," IEEE Trans.