

삼각요소법을 이용한 정밀 중력 계산

임형래^{1*}, 박영수¹, 임무택¹, 권병두²

(¹한국지질자원연구원, ²서울대학교)

서론

정밀 중력 탐사를 이용하여 지하 공동 탐지나 지반 침하 등을 파악하는 경우 주위 지형효과에 대한 정밀한 계산이 필수적이다. 소규모 정밀 중력 탐사에서는 수십에서 수백 μGal 정도의 이상값을 다루기 때문에 지형효과 계산 또한 이를 뒷받침 할 수 있을 정도로 정밀해져야 한다(Butler, 1984). 특히 정밀 중력 탐사에서 측정점 주변의 인공구조물이나 경사가 급한 절개지 등이 있는 경우 통상 사용되는 지형자료(DEM)을 통한 지형효과 계산으로는 정확도를 만족시키기 어렵다. 이를 극복하기 위하여 측정점 주변을 reflectorless laser rangefinder를 이용하여 측정점 주변 지형을 정밀 묘사하는 방법이 사용된다(Aiken and Cogbill, 1998). 이러한 정밀도를 유지하기 위해서는 지형에 의한 중력효과와의 계산도 최대한 그 오차를 줄일 수 있는 방법이 요구된다. 본 논문에서는 지형에 의한 중력효과 계산에서 흔히 사용되는 사각프리즘법(Rectangular Prism Method: RPM)보다는 지형 표면을 삼각면으로 구획하여 선적분으로 계산하는 삼각요소법(Triangular Element Method: TEM)이 더 우수함을 몇 가지 모델과 실제 지형 자료를 이용하여 비교하고자 한다.

사각프리즘법(RPM)과 삼각요소법(TEM)을 이용한 중력효과 계산 방법

사각프리즘법(PRM)은 주어진 지형자료(Digital Elevation Model, DEM)에서 각 격자점을 중심으로 가지는 수평사각면에 격자점의 고도를 높이로 가지는 사각주들을 이어서 지형을 근사하고, Talwani and Ewing(1960)의 방법을 이용하여 사각주 각각의 중력효과를 계산하여 더한다. 이때 경사가 급한 지역에서는 격자점에서의 수평사각면으로 지형을 근사하므로 필연적으로 오차를 포함하게 되고 이를 줄이기 위해서는 촘촘한 DEM을 구성해야 한다.

삼각요소법(TEM)은 임의의 다면체를 삼각형 면들의 조합으로 표현하고 각 삼각형의 선적분을 통하여 중력 효과를 계산한다(Zhou, et. al., 1990). 3차원 물체의 중력효과를 이전 연구들로는 체적 적분을 면적분으로 변환하여 계산하는 방법(Barnett, 1976, Okabe,

1979), 또는 선적분으로 변환하여 계산하는 방법(Götze and Lahmeyer, 1988) 등이 있다. 이 연구에서는 Singh and Guptasarma(2001)이 제안한 임의 다면체를 구성하는 면들의 입체각을 통하여 중력효과를 계산하는 방법을 기초로 한다. 주어진 지형자료(DEM)를 평면을 구성하는 최소 단위인 3점으로 이루어진 삼각형의 조합으로 지형 평면을 자동으로 구성하고 각 삼각면들의 입체각을 통하여 중력효과를 계산한다.

원추 모델에 적용

그림 1a과 같은 원추 형태는 꼭지점에서 식(1)과 같은 해석해(analytic solution)을 가지고 있다(Talwani, 1973). 원추 모델에 대한 해석해, 삼각요소법(TEM), 사각프리즘법(RPM)을 비교하면 표 1과 같다. 삼각요소법에서는 주어진 지형정보로부터 자동으로 그림 1b와 같이 격자망을 생성하여 계산한다. 두 방법 모두 100m×100m 격자망을 사용하였고, 적용한 밀도(ρ), 윗면 반지름(R_1), 아랫면 반지름(R_2)은 각각 2.67g/cm³, 200m, 1500m이다.

$$g_z = 2\pi G\rho(R_2 - R_1)\tan\theta(1 - \sin\theta) \quad (1)$$

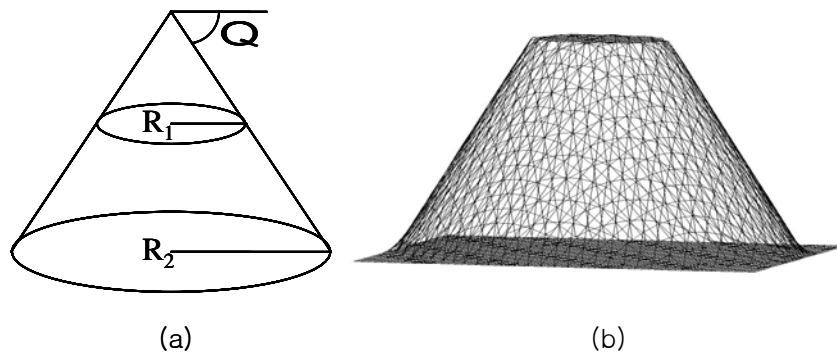


Fig. 1. (a) Cone-shaped model and (b)its meshed model for TEM.

Table 1. Comparison of terrain effects calculated by PRM and TEM for cone-shaped model.

θ	Analytical value (mGal)	TEM		RPM	
		Value (mGal)	Error (mGal)	Value (mGal)	Error (mGal)
45	15.9649	15.8696	-0.0954	16.7534	+0.7885
30	15.7350	15.6728	-0.0622	15.8987	+0.1637
15	10.8252	10.8056	-0.0195	10.8002	-0.0250
5	4.3532	4.3512	-0.0020	4.3512	-0.0020

표 1에서 원추각이 작은 경우 비교적 촘촘한 격자망을 사용하고 있기 때문에 두 방법의 오차가 비슷하나 원추각이 커지면서 해석해에 비해 사각프리즘법(PRM)은 수백 μGal 의 오차를 가지지만 삼각요소법(TEM)은 오차가 2~8배 이상 줄어든 것을 알 수 있다.

포항지역의 DEM에 적용

실제 지형에서 나타나는 지형효과를 계산하기 위해서 포항 지역에서 지형효과를 비교하였다. 그림 2에서 보듯이 포항지역은 경사가 15도 이하가 85% 이상으로 대부분이 완만한 지형에 속한다. 중앙부분의 동서 방향 축선에 대하여 삼각요소법(TEM)과 사각프리즘법(PRM)으로 계산한 결과는 지형이 복잡한 서쪽지역 끝부분에는 약 2mGal 정도의 차이를 나타내고 지형이 완만한 동쪽 영역에서는 0.3mGal 정도의 차이를 보인다(그림3). 완만한 지형의 광역적인 탐사에서는 두 방법 다 무방하겠지만 경사가 큰 지역에서는 사각프리즘법으로는 그 계산 오차가 너무 크다.

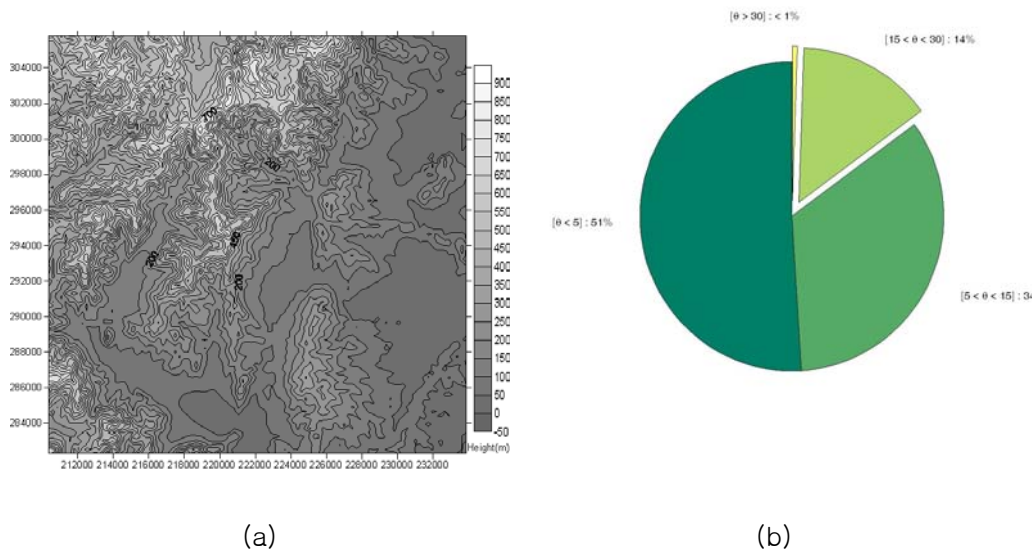


Fig. 2. (a) Topographic map of Pohang area and (b) its distribution of the slope

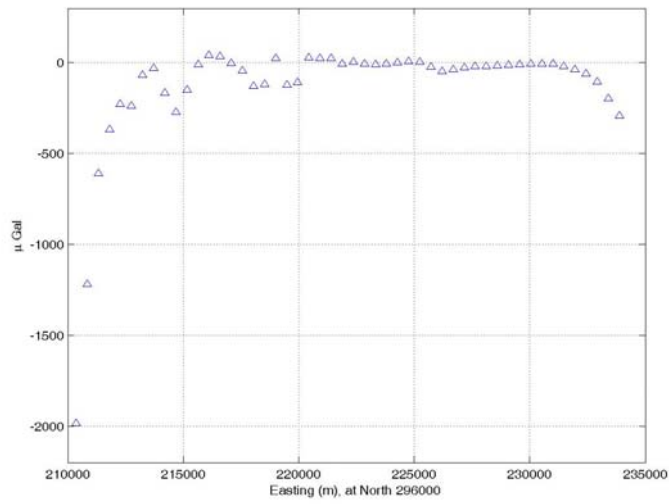


Fig. 3. Difference of gravity effects between TEM and RPM for Pohang area

경사 모델에 적용

수 μGal 의 정확도가 요구되는 정밀 중력탐사(microgravity)에서는 사각주로 근사해서는 필요한 정밀도를 얻기 어렵다. 특히 근접 지형이나 인공구조물 등의 급격한 경사를 반영하기 위하여 reflectorless laser rangefinder를 이용하여 지형 정보를 얻은 경우에는 이를 정확하게 계산하는 과정이 필요하다. 그림 4는 전체 영역이 $200\text{m}\times 200\text{m}$ 인 소규모 영역에서 20m 간격으로 지형정보를 얻었을 때의 모델을 보여준다. 경사면 하부 관측점(별표)에서 경사각에 따른 두 방법의 차이를 표 2에 정리하였다.

경사각이 커질수록 두 방법에 의해 계산된 값의 차이가 수백 μGal 에 정도가 되는데 이는 정밀 중력탐사에서는 얻어지는 이상체의 반응보다 큰 정도에 해당한다. 삼각 요소법의 경우 경사면을 완전하게 표현하는 것이 가능하지만 사각프리즘법의 경우는 경사면을 수평 사각면으로 근사하므로 오차가 나타난다.

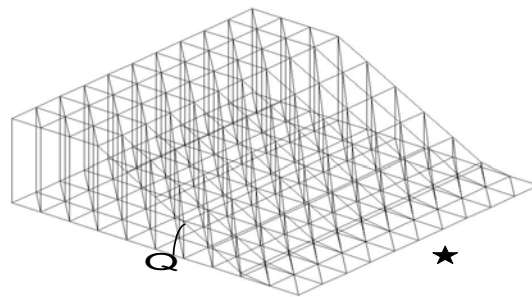


Fig. 4. Slope model. Area is $200\text{m}\times 200\text{m}$ and cell size is $20\text{m}\times 20\text{m}$. Star-mark(★) is observation station.

Table 2. Comparison of gravity effects calculated by PRM and TEM for slope model.

θ	Height (m)	TEM (mGal)	RPM (mGal)	Difference (mGal)
60	181.86	-2.1374	-2.3979	0.2605
45	105.00	-1.3192	-1.7301	0.4109
30	60.63	-0.6880	-1.0390	0.3510
15	28.13	-0.2098	-0.3793	0.1695
5	9.19	-0.0257	-0.0542	0.0285

토의

광역적인 중력 탐사에서는 얻어지는 이상값이 통상 수 mGal에 해당하고 사용하는 지형자료(DEM)도 상당한 정도의 오차를 포함하고 있으므로 사각프리즘법을 이용하여 지형 효과를 계산해도 별 무리가 없지만, 정밀중력탐사(microgravity)를 이용하여 지하 공동 등의 탐지할 때는 근접 지형을 정밀하게 측정하여 사용하므로 이를 정확하게 계산할 수 있는 방법이 필요하다. 해석해가 존재하는 원추 모델에서 검증한 바와 같이 삼각요소법은 사각프리즘법에 비해 상당한 정밀도를 갖는다. 또한 경사 모델처럼 삼각면으로 완벽하게 표현할 수 있는 지형에서는 사각프리즘법과 같은 근사가 필요가 없으므로 정확한 중력 값을 계산할 수 있다.

또한, 이 연구에서 적용한 삼각요소법은 이상체를 구성하는 윗면 뿐만 아니라 밑면, 옆면까지 삼각면의 합으로 표현할 수 있으므로 지하 모델 공간을 사각주가 아닌 임의 다면체로 구성하여 지하 공동과 같은 모델을 설정하여 계산하는데도 도움이 될 것이다.

앞으로 이 연구에서 구현한 삼각요소법에 측정 점을 중심으로 일정 반경내의 지형을 다시 격자망을 이용하여 계산하는 방법(Garcia-Adbeslem and Martin-Atienza, 2001)을 더 하면 효과적으로 지형보정 값을 구할 수 있을 것이다.

참고 문헌

- Aiken, C. L., Cogbill, A.H., 1998, Recent developments in digital gravity data acquisition on land, *The Leading Edge*, 17, 93-97.
- Barnett, C. T., 1976, Theoretical modeling of the magnetic and gravitational fields of an arbitrary shaped three-dimensional body, *Geophysics*, 41, 1353-1364.
- Butler, D. K., 1984, Microgravimetric and gravity gradient techniques for detection of subsurface cavities, *Geophysics*, 49, 1094-1096.
- Garcia-Adbeslem, J., Martin-Atienza, B., 2001, A method to compute terrain corrections for gravimeter stations using a digital elevation model, *Geophysics*, 66, 1110-1115.
- Götze, H-J., and Lahmeyer, B., 1988, Application of three-dimensional interactive modeling in gravity and magnetics, 53, 1096-1108.
- Okabe, M., 1979, Analytical expressions for gravity anomalies due to homogeneous polyhedral bodies and translations into magnetic anomalies, *Geophysics*, 44, 730-741
- Singh, B., Guptasarma, D., 2001, New method for fast computation of gravity and magnetic anomalies form arbitrary polyhedra, *Geophysics*, 66, 521-526.
- Talwani, M., 1973, Computer usage in the computation of gravity anomalies. In: Bolt, B. A.(Ed.), *Methods in Computational Physics: Geophysics*, Academic Press, New York, 343-389.
- Talwani, M., Ewing, M., 1960, Rapid computation of gravitational attraction of three-dimensional bodies of arbitrary shape, *Geophysics*, 25, 203-225.
- Zhou, X., Zhong, B., Li, X., 1990, Gravimetric terrain corrections by triangular-element method, *Geophysics*, 55, 232-238.