# 피로하중을 받는 구조물의 결함분포에 대한 확률론적 해석

곽상록† (한국철도기술연구원)、최영환*、김효정*(한국원자력안전기술원)

# Probabilistic Analysis of Flaw Distribution on Structure Under Cyclic Load

Sang-Log Kwak, Young-Hwan Choi and Hho-Jung Kim

**Key Words:** Fatigue Crack Growth(피로균열진전), Monte Carlo Simulation(몬테카를로 시뮬레이션), Probability Density Function(확률밀도함수), Probabilistic Fracture Mechanics(확률론적 파괴역학)

**Abstract**

Flaw geometries, applied stress, and material properties are major input variables for the fracture mechanics analysis. Probabilistic approach can be applied for the consideration of uncertainties within these input variables. But probabilistic analysis requires many assumptions due to the lack of initial flaw distributions data. In this study correlations are examined between initial flaw distributions and in-service flaw distributions on structures under cyclic load. For the analysis, LEFM theories and Monte Carlo simulation are applied. Result shows that in-service flaw distributions are determined by initial flaw distributions rather than fatigue crack growth rate. So initial flaw distribution can be derived from in-service flaw distributions.

## 1. 서 론

결함이 존재하는 구조물의 안전성평가에 관한 연구결과로 파괴역학이 정립되어 현장에 적용중이다. 파괴역학 평가를 위한 주요 입력자료에는 재료물성치, 작용하중, 구조물의 형상 및 결함의 형상이 있다. 현재까지의 평가에서는 이들 입력변수를 하나의 확정값으로 가정하여 해석하는 일반적인 파괴역학 즉, 결정론적 파괴역학(Deterministic Fracture Mechanics; DFM)에 근거한 평가가 주로 수행되어 왔다. 결정론적 파괴역학에서는 해석의 입력자료에 포함되어 있는 분산이나 측정오차와 같은 불확실성을 고려하기 위해 파괴인성치, 항복강도와 같이 구조물의 강도(strength)에 영향을 미치는 인자에 대해서는 하한값(lower bound value)을 사용한다. 반면 결함의 형상, 작용하중, 균열진전속도와 같이 응력(stress)에 영향을 미치는 인자에 대해서는 상한값(upper bound value)을 사용하여 평가 후 안전여유를 적용하여 허용수명을 결정하고 있다.(1) 이와 같이 분산이 포함된 물리량을 상한값, 하한값 또는 평균값과 같은 하나의 대표값으로 가정하여 해석하는 결정론적 파괴역학 평가는 적용이 용이하나 실제 파손과는 거리가 먼 매우 보수적인 결과를 예측할 수 있다. 반면 측정자료나 경험 부족으로 상한값, 하한값과 같은 대표값의 선정이 잘못 이루어져 상한값

† 회원, 한국철도기술연구원
E-mail : slkwak@korea.com
TEL : (031)461-8531
* 회원, 한국원자력안전기술원

보다 높은 작용하중, 하한값보다 낮은 재료물성치가 존재할 수 있어 구조물의 파손을 예측하지 못할 수 있다. 이러한 문제를 효율적으로 해결하기 위한 방안으로 1970년대부터 확률론적 건전성 평가에 대한 연구가 시도되고 있다.(2~4) 그러나 확률론적 해석을 위해서는 많은 반복적인 계산과 입력자료의 경향분석을 위한 충분한 기초자료가 요구되어 확률론적 평가를 활용한 연구는 1990년대 후반부터 활발히 진행되고 있다. 최근에는 정보처리 능력의 발전과 파손 데이터베이스 및 운전 경험의 축적으로 확률론적 해석의 적용을 위한 기반이 확대되었다. 확률론적 건전성평가 기법은 항공기, 선박, 철도차량 및 원자력과 같은 장수명 구조물을 대상으로 연구가 진행되고 있으며, 설계변경에 따른 안정성의 비교평가, 가동중 검사 주기의 설정, 주요 입력변수가 전체 수명에 미치는 영향의 정량화 및 연구 우선 순위 결정에 활용중이다.(5~7)

확률론적 평가를 위해서는 기존의 결정론적 해석기법과 입력자료의 경향분석이 필수적이다. 결정론적 해석절차와 재료물성치의 경향에 대해서는 많은 연구가 진행되어 왔다. 초기 결함의 분포형태는 제작 방법이나 재질에 따라 상이하여 자료가 충분치 않아 현재는 결함의 분포형태를 가정하여 해석하고 있는 실정이다.

확률론적 해석의 자료입력을 위해서는 통계적 분석을 통해 얻어진 확률밀도함수(Probability Density Function, PDF)를 많이 사용하고 있으며, 신뢰성 있는 확률밀도함수를 유도하기 위해서는 충분한 자료가 있어야 한다. 그러나 실제 현장에서 수집된 자료는 이의 유도에 충분치 못하다. 반면 가동중 검사 또는 파손시의 자료를 지속적으로 누적되고 있다.

본 연구에서는 현재의 확률론적 평가시 가정하고 있는 초기결함의 분포형태, 수명기간 전체에 걸쳐 발생하는 결함분포 사이의 상관관계를 분석하여 확률론적 해석시 가동중 검사자료를 활용하고자 하였으며, 현재 사용중인 가정의 타당성을 검토하고자 하였다. 가동기간 전체에 걸친 결함 자료로부터 유도된 확률분포를 이용하여 가동초기의 결함분포를 간단히 예측할 수 있다면 확률론적 파괴역학 해석에 소요되는 시간과 노력을 절약할 수 있다. 이를 위해 선형탄성파괴역학의 이론과 몬테카를로 시뮬레이션(8)을 사용하였다.

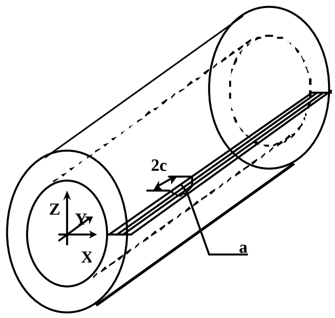


Fig. 1 Pipe geometry with axial surface crack

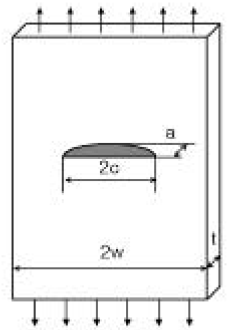


Fig. 2 Plate geometry with surface crack

## 2. 피로균열 성장량 예측 모델

### 2.1 해석 대상

해석 대상은 인장하중이 작용하는 평판과, 내압이 작용하는 배관으로 결함의 형태는 반타원 표면결함을 가정하였다. 해석 대상의 간략화된 형상을 Fig. 1과 Fig. 2에 나타내었다. 결함의 형상은 깊이비(a/t)와 형상비(a/c)로 무차원화하여 해석시 사용하였다. 평판에 작용하는 인장하중 진폭은 120kPa이며, 형상은 폭(W) 127mm 두께 25.4mm로 가정하였다. 배관에 작용하는 내압은 15MPa이며, 내경 254mm, 두께 25.4mm로 가정하였다. 평판과 배관 모두 40회의 피로하중이 작용하는 것으로 해석하였다.

구조물에 포함된 표면결함의 분포형태는 현재 확률론적 해석시 주로 사용되는 분포인 대수정규(lognormal)분포, 지수(exponential)분포 및 와이블(Weibull)분포와 검증을 위해 균일(uniform)분포를 사용하였다.(9) 각각의 확률분포에서 결함의 형상비와 깊이비에 대해 평균(또는 모수1) 0.1, 표준편차(또는 모수2) 0.05, 최소값 0.01, 최대값 1을 갖도록 하였다. 피로균열진전계수(C)는 재료물성치 분포의 가정에 주로 사용되는 대수정규분포와 정규분포를 가정하였으며, 평균 $10^{-11}$, 표준편차 $5\times10^{-12}$, 최소값 $10^{-13}$, 최대값 $10^{-5}$을 갖는 분포로 가정하였다. 피로균열진전 지수(n)는 3.4를 가정하였다.

### 2.2 균열성장량 계산

반복적으로 작용하는 피로하중에 의한 균열성장량 예측에는 현재 널리 사용중인 식(1)과 같은 Paris 식을 이용하였다.(10)

$$da/dN = C(\triangle K)^n \qquad (1)$$

여기서, da는 m 단위의 균열성장량이며, N은 평가기간중 발생가능한 피로하중의 반복횟수, △K는MPa√m 단위의 응력확대계수 진폭, C는 피로균열진전계수, n 피로균열진전 상수이다. C와 n은 재료에 따라 결정되는 상수이다. 결정론적 해석에서 재료상수 C는 95% 하한값 또는 하한값을 사용하고 있으나, 본 연구에서 수행된 확률론적 해석에서는 정규분포와 대수정규분포를 갖는 확률변수로 사용하였다. 평판에 대한 응력확대계수의 계산은 수학적으로 가능하나 배관의 응력확대계수의 계산에는 유한요소해석, Handbook 등을 사용할 수 있다. 본 연구에서는 Raju-Newman 수식[11]을 사용하였다.

확률론적 해석을 수행한 선행연구[12,13]에서는 파손기준을 적용하여 가동기간에 따른 파손확률을 예측한 바 있으나, 본 연구에서는 결함분포의 변화를 검토하기 위해 파손기준과는 무관하게 결함의 깊이비(a/t)가 0.8 이하인 경우까지 해석을 수행하였다.

### 2.3 결함의 확률분포 유도

가동초기의 결함분포와 수명기간동안의 결함분포간의 상관관계를 분석하기 위해 본 연구에서는 초기결함의 확률분포를 가정하여 결함의 형상을 결정하였다. 여기서 얻어진 결함의 형상과 위의 식(1), 하중조건을 이용하면 수명기간 동안의 결함형상을 결정할 수 있다. 이러한 과정을 몬테카를로 시뮬레이션을 이용하여 반복계산을 수행한 후 통계처리를 하면 특정 시점에서의 결함분포를 얻을 수 있다. 해석시 사용된 절차를 Fig. 3에 나타내었다. Fig. 3에서 △a와 △c는 균열증가량이며, N은 몬테카를로 시뮬레이션의 반복계산 횟수이다. $N_{Target}$은 본 연구에서 1,000회로 가정하였다. 시뮬레이션의 반복계산 횟수는 확률변수의 숫자와 균열관통횟수에 의해 결정되며, 본 문제에서는 1,000회의 반복계산을 수행한 결과가 10,000회의 반복계산 결과와 동일하여 1,000회의 반복계산 결과를 사용하였다. 따라서 가동기간별로 1,000개의 결함자료를 통계 처리하여 확률분포를 결정하였다. 확률분포의 결정에는 Fig. 4의 절차를 이용하였다. Fig. 4에서 (a)와 같이 구간에 따른 확률변수의 빈도를 히스토그램으로 표시한 후 이를 다양한 확률밀도함수로 곡선적합(curve-fitting)하였다. (a)에서는 대수정규분포, 정규분포, 와이블분포로 각각 곡선접합하였다. (b)에서는 각각의 곡선적합에 대한 오차를 계산하여 (c)오차가 가장 작은 함수를 최적의 확률밀도함수를 결정하였다. 그림에서는 대수정규분포를 선정하였다. (d)에서는 선택된 확률밀도함수를 Chi-Square[14] 시험을 통해서 유효성을 검증하였다.

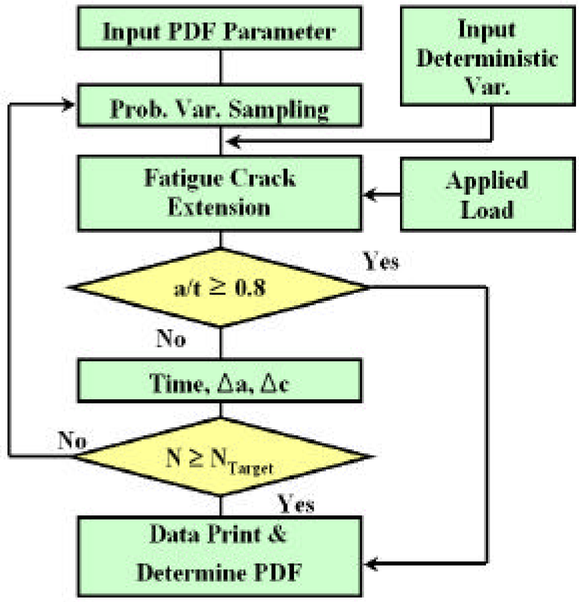
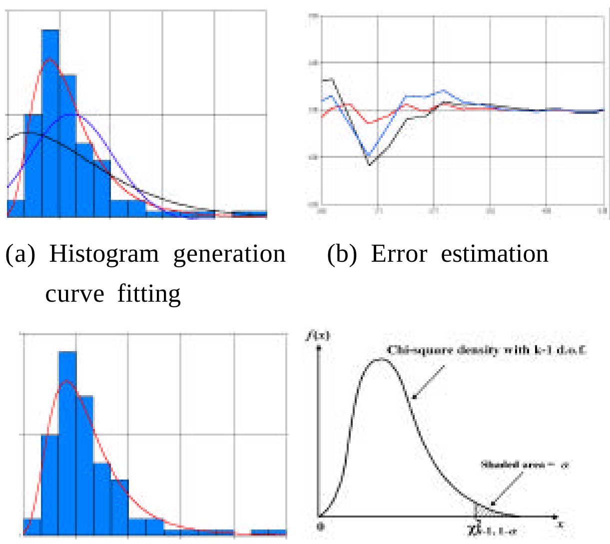



Fig. 3 PDF change analysis procedure




(a) Histogram generation curve fitting (b) Error estimation

(c) Determination of PDF (d) Goodness of fit test

Fig. 4 PDF derivation and goodness of fit test

**Table 1** Analysis matrix for PDF change

| No | a/t | a/c | C | Pipe/ Plate |
|---|---|---|---|---|
| 1 | LN* | LN | LN | Pipe |
| 2 | Exp.* | Exp. | | |
| 3 | Weibull | Weibull | | |
| 4 | Uni.* | Uni. | | |
| 5 | LN | LN | Normal | |
| 6 | Exp. | Exp. | | |
| 7 | Weibull | Weibull | | |
| 8 | Uni. | Uni. | | |
| 9 | LN | Exp. | LN | |
| 10 | | Weibull | | |
| 11 | | Uni. | | |
| 12 | LN | LN | LN | Plate |
| 13 | Exp. | Exp. | | |
| 14 | Weibull | Weibull | | |
| 15 | Uni. | Uni. | | |

* LN(Lognormal), Exp.(Exponential), Uni.(Uniform)

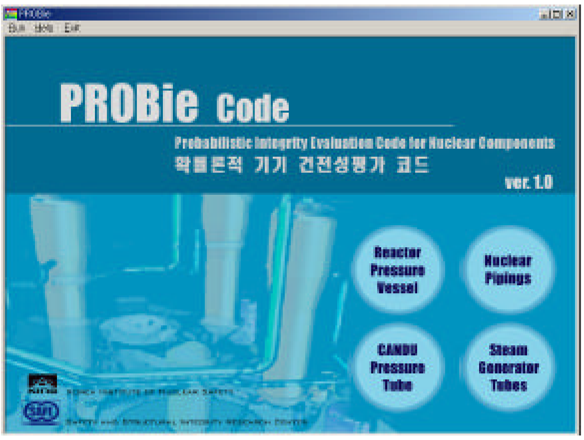



Fig. 5 Main screen of developed code for PDF change analysis

## 3. 결함분포의 상관관계 분석

### 3.1 확률분포 변화 해석

초기결함과 가동중 발생하는 결함의 상관관계를 분석하기 위해 결함의 형상비, 깊이비, 균열진전계수 및 구조물의 형태에 따라 Table 1과 같이 15가지 경우에 대한 해석을 수행하여 그 결과를 분석하였다. 확률론적 해석에 필요한 많은 반복

**Table 2** Analysis result for PDF change

| No | a/t PDF | mean (Para1) | STD (Para2) | a/c PDF | mean (Para1) | STD (Para2) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | LN | 0.119 | 0.083 | LN | 0.108 | 0.055 |
| 2 | Exp. | 0.143 | N.A. | Exp. | 0.120 | N.A.* |
| 3 | Beta | 0.432 | 1.243 | Beta | 0.512 | 1.952 |
| 4 | Uni. | 0.505 | N.A. | Uni. | 0.503 | N.A. |
| 5 | LN | 0.114 | 0.079 | LN | 0.109 | 0.055 |
| 6 | Exp. | 0.145 | N.A. | Exp. | 0.122 | N.A. |
| 7 | Beta | 0.433 | 1.237 | Beta | 0.528 | 2.585 |
| 8 | Uni. | 0.505 | N.A. | Uni. | 0.506 | N.A. |
| 9 | LN | 0.119 | 0.079 | Exp. | 0.116 | N.A. |
| 10 | LN | 0.114 | 0.068 | Beta | 0.598 | 4.143 |
| 11 | LN | 0.105 | 0.063 | Uni. | 0.508 | N.A. |
| 12 | LN | 0.113 | 0.075 | LN | 0.110 | 0.057 |
| 13 | Exp. | 0.119 | N.A. | Exp. | 0.113 | N.A. |
| 14 | Beta | 0.437 | 1.104 | Beta | 0.509 | 2.305 |
| 15 | Uni. | 0.505 | N.A. | Uni. | 0.503 | N.A. |

계산과 결과의 처리를 위해서 개발된 내부 개발코드인 PROBie 코드를 사용하였다. 해석에 사용된 코드의 초기화면은 Fig. 5에 수록하였다. PROBie 코드에 사용된 몬테카를로 시뮬레이션 및 해석 모듈의 검증에는 PRAISE Code[15]와 FORM[6]의 방법을 사용하였으며, 세부 내용은 선행연구[13]에 수록하였다.

### 3.2확률분포 변화 예측결과

수명기간동안의 피로균열성장을 고려하여 계산된 수명말기의 확률분포를 Table 2에 나타내었다. 배관, 평판에 수명기간중 발생하는 결함의 분포는 균열진전계수의 분포보다는 초기결함의 깊이비와 형상비에 따라 결정되었다. 대수정규분포, 지수분포, 와이블 분포, 균일분포의 모든 경우에 있어 가동초기 결함의 분포와 동일하게 나타났다. Table 1에서 주어진 Weibull분포는 첫 번째 모수(parameter)가 1보다 작고, 두 번째 모수가 1 이상인 Beta분포로 표현이 가능하여 Table 2에는 Beta분포로 나타내었다. 그러나 균열진전계수가 $10^{-9}$ m/cycle 이상으로 매우 큰 경우나 피로균열진전 한계값(Threshold stress intensity factor;$\Delta K_{th}$) 초과하는 하중의 횟수가 충분히 커서 균열의

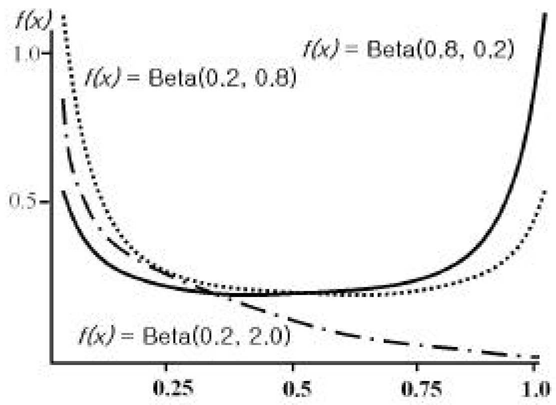



Fig. 6 Various shape of Beta distribution

관통확률 또는 파손확률이 $10^{-2}$ 이상인 경우는 초기결함의 분포에 상관없이 Beta분포를 형태를 갖는 것으로 나타났다. Beta 분포의 다양한 형태를 Fig. 6에 나타내었다. 그러나 실제 사용되는 일반적인 steel의 피로균열진전계수 $10^{-10}$m/cycle 이하이며, 배관이나 구조물의 파손확률이 $10^{-8}$에서 $10^{-3}$인 점을 고려하면 가동중 발생한 결함의 분포와 초기결함의 분포형태는 일치한다고 할 수 있다. 따라서 가동중 검출된 결함의 분포로부터 유도된 확률분포의 형태는 와 초기결함의 분포형태를 가정할 수 있다고 할 수 있다. 그러나 부식이나 수소화물에 의한 균열진전이 함께 발생하는 경우에 대해서는 추가적인 연구가 필요하다.

균열진전계수의 분포는 결함 분포형태의 평균값과 표준편차에 영향을 미치는 것으로 나타났다. 또한 해석시 사용된 균열 형상의 평균값을 이용하여 결정론적인 해석을 수행한 결과와 확률론적 해석을 통하여 얻어진 균열의 형상의 평균값을 비교하면 확률론적 해석을 통해 얻어진 균열의 형상이 큰 것으로 나타났다.

## 4. 결론

본 연구에서는 수명기간중 검출된 결함의 확률분포와 초기결함분포의 상관관계를 분석하기 위한 연구로 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 피로하중을 받는 구조물에 발생하는 초기결함의 분포는 수명기간중 검출된 결함의 분포와 일치하였다.

(2) 재료물성치인 피로균열진전계수의 분포는 초기결함의 확률분포보다는 평균값과 표준편차에 영향을 미치는 것으로 나타났다.

(3) 확률론적 해석을 통해서 얻어진 결함 깊이의 평균값은 결정론적 해석을 통해서 얻어진 값보다 크게 나타났다.

## 참고문헌

(1) Patrick D.T.O'Connor, 1997, "Practical Reliability Engineering," John Wiley & Sons, 3rd Edition

(2) Bloom, J.M., 1984, "Probabilistic Fracture Mechanics - A State of the Art," ASME Pressure Vessel and Piping, Symposium on advances in probabilistic structural analysis, Vol. 92, pp.1-19

(3) Becher, P.E., Pedersen, A., 1974, "Application of Statistical Linear Elastic Fracture Mechanics to Pressure Vessel Reliability Analysis," Nuclear Engineering and Design, Vol. 17.

(4) Jouris, G.M., Shaffer, D.H., 1978, "Use of probability with Linear Elastic Fracture Mechanics in studying brittle fracture in pressure vessels," International Journal of Pressure Vessel and Piping, Vol. 6.

(5) USNRC, 1975, "Reactor Safety Study : An Assessment of Accident Risks in U.S. Commercial Nuclear Power Plants," Report No. WASH-1400 (NUREG-75/014).

(6) Ditlevesn, O., Madsen, H.O., 1996, "Structural Reliability Methods," John Wiley & Sons, Inc.

(7) Walker, J.R., 1990, "A Probabilistic Approach to Leak-Before-Break in CANDU Pressure Tubes," International Journal of Pressure Vessel and Piping, Vol. 43, pp.229-239.

(8) Rubinstein, R.Y., 1981, "Simulation and Monte Carlo Method," John Wiley & Sons. Inc.

(9) Khaleel, M.A., Chapman, O.J.V., Harris, D.O., Simonen, F.A., 1999, "Flaw size distribution and flaw existence frequencies in nuclear piping," Proceeding of ASME Pressure Vessel and Piping conference, Vol. 386, pp.127-144.

(10) Paris, P.C., Erdogan, F., 1963, "A Critical Analysis of Crack Propagation Laws," Transaction

of ASME, Vol. D85, pp. 528-534.
(11) Newman, J.C., Raju, I.S., 1980, "Stress Intensity Factors for Internal Surface Cracks in Cylindrical Pressure Vessels," Transaction of the ASME, Vol. 102.
(12) Sang-Log Kwak, Joon-Seong Lee, Young-Jin Kim and Youn-Won Park, 2002, "Integrity Assessment of Sharp Flaw in CANDU Pressure Tube Using Probabilistic Fracture Mechanics," Journal of KSME vol. 26, no. 4, pp. 653-659.
(13) Joon-Seong Lee, Sang-Log, Kwak and Young-Jin Kim, 2001, "Application of Probabilistic Fracture Mechanics Technique Using Monte Carlo Simulation," Journal of KSPE vol. 18, no. 10, pp. 154-160.
(14) A.M. Law, W.D. Kelton, 1991, "Simulation Modeling and Analysis," 2nd Edition.
(15) Harris, D.O., Dedhia, D.D. and Lu, S.C., 1992, "PRAISE: A Probabilistic Fracture Mechanics Computer Code for Piping Reliability Analysis," NUREG/CR-5864.