

# 초공동(超空洞) 하의 수중 주행체 캐비테이터 형상최적설계

최주호<sup>†</sup> • R. Grandhi<sup>\*</sup>

## Shape Optimization of Cavitator for a Supercavitating Projectile Underwater

JooHo Choi, Ramana V. Grandhi

**Key Words :** 초공동(Supercavitation), 형상최적설계(Shape Optimization), 캐비테이터(Cavitator)

### Abstract

When a projectile travels at high speed underwater, supercavitating flow arises, in which a huge cavity is generated behind the projectile so that only the nose, i.e., the cavitator, of the projectile is wetted, while the rest of it should be surrounded by the cavity. In that case, the projectile can achieve very high speed due to the reduced drag. Furthermore if the nose of the body is shaped properly, the attendant pressure drag can be maintained at a very low value, so that the overall drag is also reduced dramatically. In this study, shape optimization technique is employed to determine the optimum cavitator shape for minimum drag, given certain operating conditions. Shape optimization technique is also used to solve the potential flow problem for any given cavitator, which is a free boundary value problem having the cavity shape as unknown a priori. Analytical sensitivities are derived for various shape parameters in order to implement a gradient-based optimization algorithm. Simultaneous optimization technique is proposed for efficient cavitator shape optimization, in which the cavity and cavitator shape are determined in a single optimization routine.

### 1. 서론

초공동화(超空洞化, Supercavitation) 현상은 수중에서 어뢰와 같은 발사체가 고속으로 주행할 때 커다란 기포(bubble) 또는 공동(cavity)이 몸체의 머리에서 발생하여 몸체 전체를 뒤덮는 경우를 말한다. 이 경우 머리는 공동을 발생시키는 중요한 역할을 하는데 이를 캐비테이터(cavitator)라 한다. 초공동하에서는 주행체가 캐비테이터 만 물과 접촉할 뿐, 나머지는 사실상 공기(사실은 수증기) 속에서 주행하므로 물과의 마찰저항을 획기적으로 감소시키며 사실상 압력저항 만이 작용하게 되어, 주행체는 매우 작은 추진력으로 고속을 실현할 수 있다. 초공동 기술은 90년대 중반부터 큰 관심을 모으면서 최근 미국을 비롯한 많은 연구기관에서 이에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다.<sup>(1~3)</sup>

초공동이 가능하려면 최소한 주행속도가 어느 수준 이상은 되어야 하는데, 이로 인한 저항의 절대 크기는 적지않은 편이어서, 로켓 같은 높은 추진력의 엔진이 필요하다. 캐비테이터의 형상은 저항 크기에도 영향을 주므로, 이것의 설계는 공동의 발생과 저항 두가지 모두에 중요한 영향을 미친다. 따라서 본 연구에서는 몸체를 다 덮을 정도의 충분한 크기의 초공동을 발생시키면서 압력저항은 최소화하는 캐비테이터의 형상최적설계 문제를 고려하였다.

캐비테이터의 형상최적설계를 수행하려면 매 반복시 마다 초공동 유동(supercavitating flow)문제를 풀어야 하는데, 이것은 자유경계문제(Free boundary value problem)에 속한다. 즉 공동(cavity)의 형상이 미리 주어진 것이 아니고, 공동 경계에서 두개의 경계조건 - 하나는 유체가 공동내부로 들어올 수 없다는 유체 불침투(non-penetration) 조건, 다른 하나는 공동경계에서의 압력이 증기압(vapor pressure)과 같아야 한다는 조건 - 을 동시에 만족하도록 형상이 결정되어야 한다는 것이다. 이런

<sup>†</sup> 정회원, 한국항공대학교 항공우주 및 기계공학부

<sup>\*</sup> Dept. Mech. Matl. Engrg., Wright State University, Dayton, Ohio, USA.

점 때문에 초공동 유동 문제를 효과적으로 풀기 위해 많은 연구가 있어 왔다. 초기에는 해석적 이론을 이용한 연구가 많았고,<sup>(4,5)</sup> 컴퓨터를 이용한 연구가 뒤따랐다. 그러나 당시 이들 연구의 주 관심사는 공동의 생성 보다는 공동의 제거에 있었는데, 이는 공동이 프로펠러 등에 발생하면 그것이 파괴되면서 과도한 진동, 소음 및 피팅의 원인이 되기 때문이었다.<sup>(6-9)</sup> 반면에 본 연구는 큰 크기의 공동을 생성하기 위한 연구이며, 이는 비교적 최근에 되어서야 시작되었는데 대표적인 것으로 축대칭 유동에서 경계요소법을 활용하여 시행오차적으로 초공동의 형상을 구한 연구가 있다.<sup>(10)</sup>

본 연구에서는 초공동 유동문제의 해를 위해 이러한 시행오차적 방법 대신 동등한 형상최적화 문제로 변환하여 해를 구하였다. 이 경우 목적함수는 두개의 경계조건 중 하나를 선택, 그것의 불만족 정도로 정의하고 설계변수는 공동의 형상으로 하였다. 초공동 유동은 점성마찰이 거의 없으므로 포텐셜 유동으로 가정할 수 있는데, 이러한 문제의 해석을 위해서는 무한 영역을 자동으로 고려하는 경계요소법이 더 적합하다. 그러나 본 연구에서는 쉽게 구할 수 있는 상용 경계요소 소프트웨어가 없어서 유한요소 소프트웨어 ANSYS의 열전도 요소를 사용하였고, 이것과 포텐셜 유동간의 유사성을 이용하였다.

캐비테이터의 형상최적화는 이러한 초공동 유동해석을 상태방정식으로 하여 진행하게 되는데, 이렇게 되면 본 문제는 초공동 유동해석을 부 최적화 문제로 하는 다단계 최적화 문제가 된다. 이 경우 최적화를 위해 매우 많은 반복해석을 수행하는 문제가 있으므로, 두 최적화 문제를 하나의 최적화로 변환하여 동시 최적화(Simultaneous optimization)를 수행하였다. 즉 부 최적화의 목적함수를 제한조건으로 돌리고, 캐비테이터와 초공동 두 형상 모두를 한꺼번에 결정하는 것이다.

일반적으로 형상최적화 문제는 구배를 사용한 최적화 알고리즘으로 해를 구하는 것이 효과적인 것으로 알려져 있다. 이 경우 손쉽게 구배를 계산하는 방법으로 설계변수를 일일이 미소증분 시켜 차분을 계산하는 유한차분법(finite difference method, FDM)이 있으나, 이는 부정확하고 계산시간이 많이 소요될 뿐 아니라 잘못된 해로 수렴하기도 하여 되도록 피해야 한다. 대신 해석적으로 구배를 계산하는 공식을 유도하여 이를 활용하는 방안이 있으며 이를 설계민감도 해석(design sensitivity analysis)이라 하는데, 이 방법은 정확할 뿐 아니라 계산시간도 매우 적게 소요되어 본 연구에서는 이

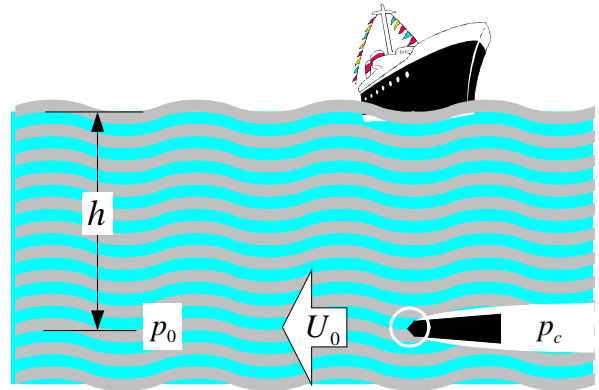


Fig.1. Projectile Underwater

방법을 사용하였다.

2 장에서는 초공동 유동 문제와 캐비테이터의 형상최적화 문제를 정의하였고, 초공동 유동 문제와 캐비테이터 형상최적화 수행결과는 3 장과 4 장에 각각 수록하였다. 마지막으로 토의 및 결론을 5 장에 보였다.

## 2. 문제정의

그림 1 과 같이 수중에서 물체가 속도  $U_0$  의 고속으로 주행하는 경우 물체의 머리부분에서 시작하는 매우 큰 공동, 즉 초공동이 발생한다. 이때 상류의 압력  $p_0$  는 물속 깊이  $h$ , 밀도  $\rho$  일때  $p_{atm} + \rho gh$  로 주어지며, 초공동 내의 압력은  $p_c$  로 표시한다. 그림에서 원 내의 머리부분이 캐비테이터로서 이것의 모양에 따라 초공동의 형상이 결정될 뿐 아니라 저항의 크기도 결정된다. 따라서 본 연구에서는 원하는 형상의 초공동을 생성하면서 저항을 최소화하는 캐비테이터의 형상을 결정하고자 한다. 이를 위해 초공동 유동문제에 대한 해를 먼저 구하고, 이어서 캐비테이터 최적화 문제의 해를 구한다.

초공동 유동을 위한 해석문제 정의는 그림 2 와 같으며, 축대칭, 비점성 정상상태 유동으로 가정하였다. 캐비테이터는 원판으로 원점에 고정되고, 유

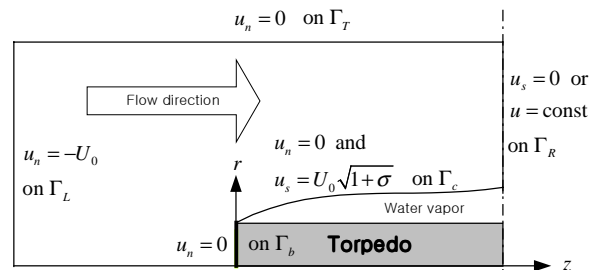


Fig.2. Supercavitating Flow Analysis Conditions

체가 좌에서 우로 흐르는 것으로 하였다. 공동의 형상은 공동이 닫혀지는 끝 부분에서 난류유동이나 재진입 제트 현상도 발생하는 등 매우 복잡한 유동을 보이지만, 이를 여러가지 방법으로 단순화하여 고려할 수 있는데, 본 연구에서는 가장 단순한 Ryabushinskii 모델을 적용하였다.<sup>(11)</sup> 이는 공동의 시작부분과 닫히는 부분이 최대 직경을 기준으로 좌우대칭이라고 가정하는 것이며, 이 경우 그림에서 보는 것 같이 공동의 좌측 영역만 고려하면 된다. 무한 유동경계는 충분히 큰 길이와 반경의 유한영역으로 대체 고려하였다. 유동의 해석은 Laplace 방정식을 만족하는 유동 포텐셜  $u$  에 의해 기술할 수 있으며, 좌측단 경계조건은 수직 유속  $u_n$  이  $-U_0$ , 우측단은 접선 유속  $u_s$  가 0, 그리고 나머지 모든 경계에서는 유체 불침투 조건, 즉  $u_n = 0$  으로 주어진다. 초공동 경계  $\Gamma_c$  에서는 조건이 하나 추가되는데, 이곳의 압력은 공동압과 같아야 하는 조건이다. 압력은 유선 상에서 적용되는 베르누이 정리에 의해 계산이 가능한데, 이에 의하면

$$p = p_0 + \frac{1}{2} \rho (U_0^2 - u_s^2) \quad (1)$$

이것이 공동 경계에서는  $p_c$  와 같아야 한다. 이를 정리하면

$$u_s = U_0 \sqrt{1 + \sigma} \quad \text{on } \Gamma_c \quad (2)$$

여기서  $\sigma$  는 캐비테이션수(cavitation number)라 하며

$$\sigma = \frac{p_0 - p_c}{\frac{1}{2} \rho U_0^2} \quad (3)$$

로 정의된다. 공동경계에서 두개의 조건 - 유체 불침투 조건과 압력조건 - 이 부여되어 있으며 이들을 모두 만족하도록 공동경계의 형상이 결정되어야 한다. 본 연구에서는 이를 동등 최적화 문제로 고려하는데, 이를 위해 목적함수는 다음과 같이 공동경계에서  $p_c$  와의 압력차로 정의한다.

$$\Psi = \int_{\Gamma_c} (p - p_c)^2 r ds \quad (4)$$

여기서 반경  $r$  은 축대칭 문제이기 때문에 포함되었다. 그렇게 되면 유동문제는 통상의 경계치 문제가 되며, 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} u_n &= 0 \quad \text{on } \Gamma_b, \quad u_n = 0 \quad \text{on } \Gamma_c \\ u &= 0 \quad \text{on } \Gamma_R, \quad u_n = 0 \quad \text{on } \Gamma_T \\ u_n &= -U_0 \quad \text{on } \Gamma_L \end{aligned} \quad (5)$$

따라서 초공동 유동문제는 경계치 문제 (5)를 만족하면서 식(4)로 정의된 목적함수를 최소화하는 형상  $\Gamma_c$  를 찾는 문제가 된다.

캐비테이터 형상 최적화를 위해서는 압력저항을 계산해야 하는데, 이것 보다는 이것을 면적으로 나눈 저항계수를 더 많이 사용하며, 이는 다음과 같이 주어진다.

$$C_d = (1 + \sigma) - 2 \int_{\Gamma_b} u_s^2 n_z r ds \quad (6)$$

여기서  $\Gamma_b$  는 캐비테이터 경계,  $n_z$  는 단위수직벡터의 축방향성분을 나타낸다. 따라서 캐비테이터 형상 최적화는 초공동 유동을 만족하면서 식(6)으로 정의된 목적함수를 최소화하는 형상  $\Gamma_b$  를 찾는 문제가 된다. 단, 여기서는 공동의 길이나 직경이 제한조건으로 주어진다. 이 최적화 문제는 다단계 문제인데 초공동 유동해석을 부 최적화 단계에서 수행해야 한다. 그러나 본 연구에서는 목적함수 (4)를 등식제한조건으로 돌리고 설계형상을  $\Gamma_b$  와  $\Gamma_c$  를 한꺼번에 결정함으로써 통상의 최적화처럼 해를 구하였다.

### 3. 초공동 유동해석

초공동 유동해석은 앞선 언급한 바와 같이 동등 최적화 문제로 바꾸어 해를 구할 수 있다. 이 경우 캐비테이터 형상은 미리 주어지는데, 이를 단위반경의 원판으로 하였다. 설계변수는 그림 3 과 같이 일정간격의 높이 변수  $c_1, c_2, \dots, c_{nc}$  에 의해 표현되는 B-스플라인 함수와 공동의 길이  $l_c$  로 정의할 수 있다. 이렇게 되면 주어진 속도(또는

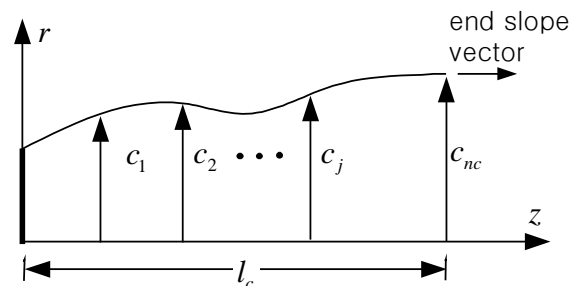


Fig.3. Modeling of the Cavity Shape

캐비테이션 수)와 주어진 캐비테이터 하에서 최적화 결과 설계변수, 즉 공동의 형상이 결정되는 것이다. 그러나 본 연구에서는 공동의 길이를 오히려 주어진 값으로 바꾸고, 대신 캐비테이션 수를 결정하는 것으로 하였는데, 이는 다 문헌(12)에서 그렇게 하였고 본 연구를 그것과 비교하기 위한 것으로서 단순히 수치적 측면의 고려이다. 최적화 측면에서는 설계변수 개수의 변화가 없으므로 상관이 없다.

최적화는 공동길이를 5 로 하고,  $c_1 - c_5$  5 개의 높이변수에 대해 수행하였고, 최적화 과정 중 구배는 민감도 공식을 이용하여 계산하였고, 형상이

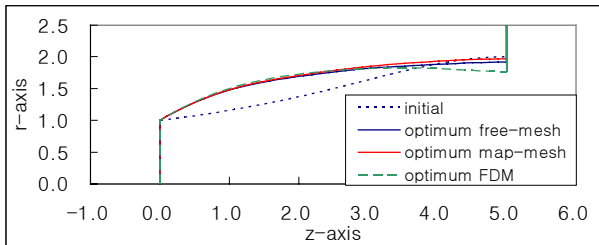


Fig.4. Initial and Optimum Shapes of Cavity in Supercavitating Flow

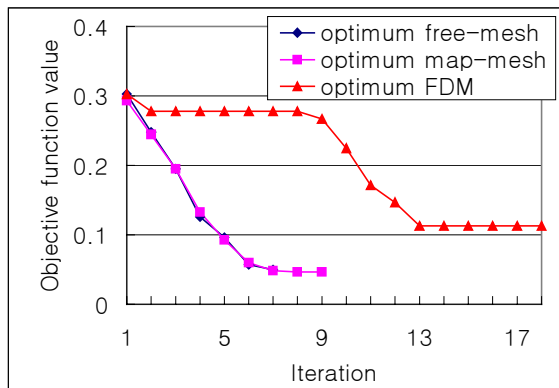


Fig.5. Objective Function History in Supercavitating Flow

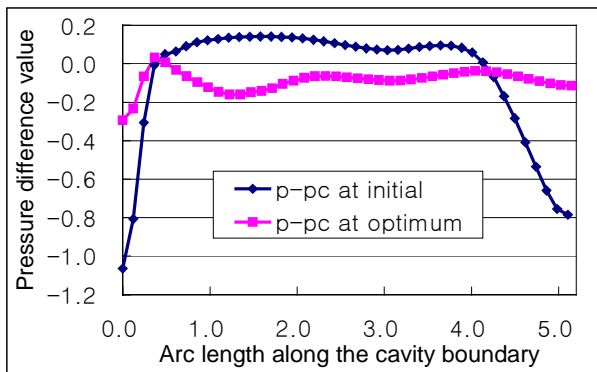


Fig.6. Pressure Difference at Initial and Optimum Stages of Supercavitating Flow

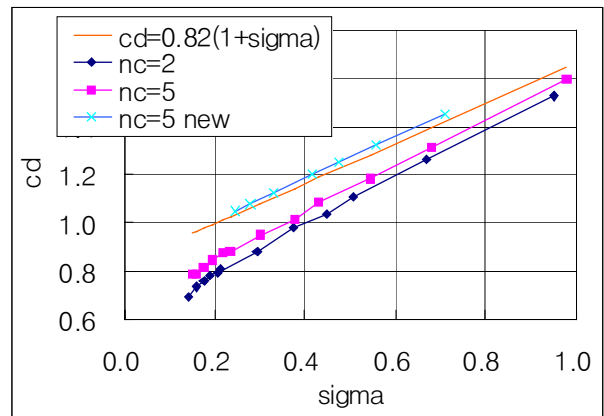


Fig.7. Comparison Between Theoretical and Numerical Results

계속 변하므로 자동으로 생성되는 자유메시와 수작업이 필요한 맵 메시 두가지를 가지고 각각 최적화를 해 보았다. 또한 유한차분법을 이용하여 구배를 계산한 최적화도 같이 수행해 보았다. 그 결과 최적형상을 그림 4 에, 목적함수의 최적화 이력을 그림 5 에 보였는데, 예상한 바와 같이 유한차분법이 더 많은 횟수에도 불구하고 최적화 까지도달 못하였다. 또한 자유메시나 맵메시 모두 유사한 결과를 보이고 있어 굳이 맵메시를 활용치 않아도 됨을 알 수 있었다. 그림 6 은 공동경계에서 최적화 전후의 압력차이의 분포를 보인 것으로 최적화 결과 압력차가 대체로 0 으로 수렴하였다.

다양한 공동길이에 대해 각각 최적화를 수행, 해당 캐비테이션 수와 저항계수를 구하고, 이론치와 비교하였다. 공동길이는 1.5 에서 10 까지, 그리고 이들 각각에 대해 높이 설계변수의 개수는 2 에서 5 개 까지 늘려가면 해를 구했고 그 결과를 그림 7 에 보였다. 그 결과 본 해와 이론치의 경향이 유사하며, 설계변수 개수를 늘리면 점점 이론치에 근접함을 알 수 있었다. 그래서 이번에는 단순히 설계변수를 늘리는 대신, 형상변화가 급격한 공동 시작부에 보다 많은 설계변수를 배치하여 해를 구했는데, 그 결과를 이론치와 거의 같은 결과를 얻을 수 있었다.

#### 4. 캐비테이터 형상 최적설계

캐비테이터의 형상설계를 위해 형상을 그림 8 과 같이 유리(rational) 2 차원 커브로 표현하였는데, 이는 다음과 같은 식으로 나타난다.

$$\mathbf{x}(\eta) = \frac{(1-\eta)^2 \mathbf{x}_1 w_1 + 2\eta(1-\eta) \mathbf{x}_2 w_2 + \eta^2 \mathbf{x}_3 w_3}{(1-\eta)^2 w_1 + 2\eta(1-\eta) w_2 + \eta^2 w_3} \quad (7)$$

여기서  $\mathbf{x}_1 = (-b_1, 0)$ ,  $\mathbf{x}_2 = (-b_1, b_2)$ ,  $\mathbf{x}_3 = (0, 1)$ ,

$w_1 = 1$ , and  $w_3 = 1$  로서  $\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_3$  은 제어점을,  $w_1 - w_3$  은 각 점의 가중치를 나타낸다. 설계변수는  $b_1$ ,  $b_2$  및 가중치  $w_2$  로 정하였다. 목적함수는 식 (6)으로 나타난 저항계수, 제한조건은 식 (4)로 나타난 압력차 값을 0 로 하는 것, 설계변수는 캐비테이터와 공동 두 경계의 설계변수로 하였다. 또한 원하는 공동의 길이를 제한조건으로 추가하는 것은 이미 주어졌으므로 자동으로 만족하고 있으며, 대신 본 문제에서는 캐비테이션 수 까지 주어진 값으로 해야 해가 성립된다.

공동의 높이설계변수를 3 개로 하고, 길이를 5, 캐비테이션 수를 0.2로 한 경우에 대해 최적화 형상을 그림 9, 공동경계에서의 압력차를 그림 10에 보였다. 또한 초기 대비 최적화 결과를 표 1에 보였는데, 여기서  $cobj$  는 식(4)로 나타난 압력차 값을 나타낸다. 목적함수인 저항계수  $cd$  가 초기 대비 증가하였지만, 이는 초기 형상에서 아직 초공동형상이 제대로 결정되어 있지 않았기 때문이며, 최적해는 압력차  $cobj$  가 0 으로 수렴된 초공동형상이 결정된 상태에서 최소화함을 구현한 결과임을 알 수 있다.

본 경우에 대해서도 다양한 길이 조건에서의 최적해를 구하여 그림 11에 수록하였는데, 이에 의하면 공동의 길이가 증가할수록 캐비테이터 형상은 점점 납작한 원판 쪽으로 변화함을 보이고 있다.

5. 토의 및 결론

본 연구에서는 초공동 유동문제와 함께 캐비테이터의 형상최적설계를 위해 효과적인 최적화 기법이 제시되었다. 초공동 유동에서 미지의 공동형상을 결정하는 문제는 동등한 최적화 문제로 변환

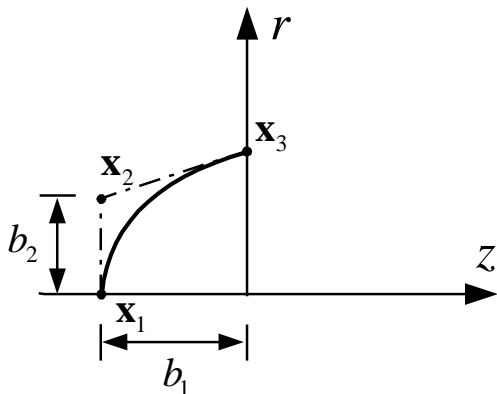


Fig.8. Shape of the Cavitator

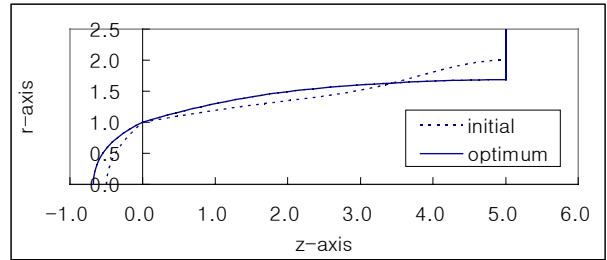


Fig.9. Initial and Optimum Shapes in Simultaneous Optimization

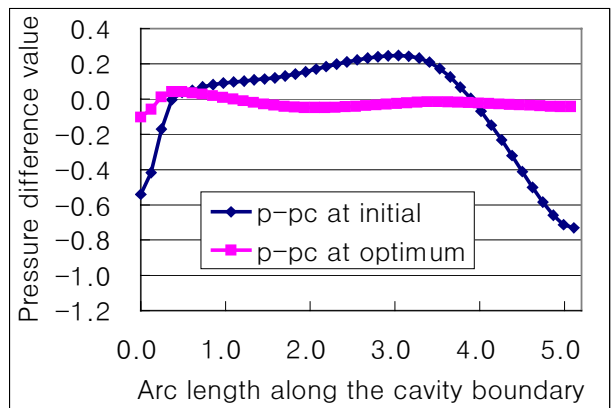


Fig.10. Pressure Difference at Initial and Optimum Stages of Simultaneous

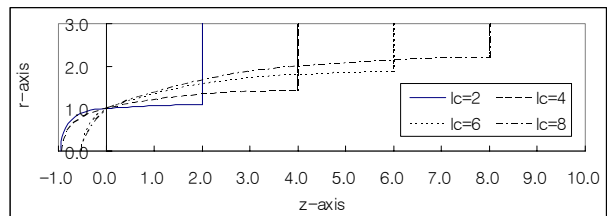


Fig.11. Cavitator and Cavity Shapes for Different Cavity Lengths

Table 1. Iteration Summary of Cavitator Optimization Problem

design parameter	initial	optimum
b1	0.5000	0.7214
b2	0.5000	0.6490
w2	1.0000	1.0017
c1	1.3000	1.4290
c2	1.6000	1.5983
c3	2.0000	1.6595
cobj	0.3029	0.0314
cd	0.4285	0.4366
# iter		19
# cost eval		48

하여 해결하였고, 캐비테이터 형상설계 시에 나타나는 다단계 최적화 문제는 초공동 유동에서 고려하는 목적함수를 제한조건으로 바꾸고 캐비테이터와 공동의 형상을 한꺼번에 최적화 함으로써 해결

하였다. 지면 제약상 상세한 것을 보이지 않았지만 구배의 계산을 위해 해석적으로 유도된 민감도 공식을 사용함으로써 계산의 정확도와 효율을 높였고, 이를 최적화에서 유한차분법과 비교함으로써 입증하였다. 또한 형상최적설계에서 유한요소법의 단점이 형상 변화시 메시를 같이 변화시키기 위해 불편한 수작업이 요구되는 맵메시 사용이 필수였는데, 본 연구에서는 자유메시를 가지고도 이와 동일한 수렴성을 보임으로써, 훨씬 편한 형상 최적화가 가능하게 되었다.

여러가지 조건에서 초공동 유동해석을 실시한 결과 원하는 수준에 근접하기 위해서는 설계변수를 형상이 급격히 변화하는 부위에 보다 많이 배치하는 것이 중요함을 알았다. 본 연구에서는 최적화 결과 그것을 깨닫고 이를 위해 인위적으로 설계변수 위치를 재조정하였는데, 향후의 연구방향은 이것이 자동으로 결정되는 것을 연구할 예정이다. 아울러서 초공동의 형상을 보다 실제에 가깝게 비대칭, 재진입 제트 현상까지 포함하여 고려하는 것도 나아갈 방향이다.

### 참고문헌

- (1) Ng, Kam W., "Overview And Future Research Directions Of Undersea Weapon Design & Optimization," 9th AIAA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization, September 2002, Atlanta, Georgia.
- (2) Kirschner, I.N. et al., "Supercavitation Research and Development," report from Applied Research Laboratory at the Pennsylvania State University (ARL/PSU).
- (3) RTO LECTURE SERIES 005, Supercavitating Flows, RTO-EN-010, Research And Technology Organisation, 2002.
- (4) Brennen, C., "A numerical solution of axisymmetric cavity flows," Journal of Fluid Mechanics, 1969, Vol.37(4), pp.671-688.
- (5) Chou, Y.S., "Axisymmetric cavity flows past slender bodies of revolution," J Hydronautics, 1974, Vol.8(1).
- (6) Pellone, C. and Rowe, A., "Supercavitating hydrofoils in non-linear theory," Third International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics, Paris, France, Basin d'essais des Carenes, 1981.
- (7) Uhlman, J.S., "The surface singularity method applied to partially cavitating hydrofoils," Ph.D. Thesis, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, 1983.
- (8) Fine, N.E., "Nonlinear analysis of cavitating propellers in non-uniform flow," Ph.D., Thesis, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, 1992.
- (9) Kinnas, S.A. and Fine, N.E., "Non-linear analysis of

- the flow around partially or super-cavitating hydrofoils by a potential based panel method," Proceedings of the IABEM-90 Symposium on, "Non-steady Flow of Water at High Speeds," Leningrad, "NAUKA" Publishing House, 1990.
- (10) Kirschner, I.N., Kring, D.C., Stokes, A.W., Fine, N.E., and Uhlman, J.S., "Supercavitating projectiles in axisymmetric subsonic liquid flows," American Society of Mechanical Engineers, Fluids Engineering Division (Publication) FED, v 210, 1995, pp.75-93.
  - (11) Logvinovich, G.V., Hydrodynamics of free-boundary flows, translated from Russian, Israel program for scientific translations, Jerusalem 1972.
  - (12) Uhlman, J.S., "A Note on the Development of a Nonlinear Axisymmetric Reentrant Jet Cavitation Model," paper submitted, 2002.