

다양한 회귀모델을 이용한 인공위성 플랫폼의 최적화

전용성[†] · 박정선^{**}

Optimization of Satellite Upper Platform Using the Various Regression Models

Yong-Sung Jeon, Jung-Sun Park

Key Words: Response Surface Method(반응표면법), Genetic Algorithm(유전자 알고리즘), Central Composite Method(중심합성 계획법), Satellite Structure(위성구조체)

Abstract

Satellite upper platform is optimized by response surface method which has non-gradient, semi-globol, discrete and fast convergency characteristics. Sampling points are extracted by design of experiments using Central Composite Method and Factorial Design. Also response surface is generated by the various regression functions. Structure analysis is executed with regard for static and dynamic environment in launching stage. As a result response surface method is superior to other optimization method with respect to optimum value and cost of computation time. Also a confidence is varified in the various regression models.

기호설명

- y_e : 실제함수
 y_a : 근사함수
 β : 회귀계수 벡터
 ε : 실험오차 벡터

1. 서론

기존의 구조 설계에서는 구조물의 각 부재치수나 재료의 특성 그리고 외부에서 가해지는 하중 등을 설계자의 과거 경험 등을 토대로 설계자의 주관에 따라 안전계수를 정하여 구조물의 설계를

수행하였다. 이는 구조물의 안정성에 대하여 납득할만한 이론적인 근거를 줄 수 없음을 말한다. 이를 극복하고자 최근의 많은 연구를 통해 구조설계시 확률분포를 갖는 변수들을 확률통계적으로 처리하여, 충분한 이론적인 근거 하에 구조설계를 할 수 있게 되었다. 이러한 확률 통계적 회귀분석의 한 방법인 반응표면법(Response Surface Method)은 1950년대에 Box와 Wilson[1]에 의해 통계학 분야에서 처음으로 개발된 이후 화학, 공학 등에서 널리 응용되었다. 1989년에 이르러서 Myer[2]의 D-optimal 계획법과 Taguchi의 실험계획법(Taguchi method)을 이용한 최적설계조건과, 강건설계, 다중설계 및 회귀모델의 적합성 검사, 혼합설계 등 1966년 이후부터 다루어졌던 모든 연구에 대하여 정리하여 물리학, 공학, 의학, 사회학, 생물학 등 다양한 분야에 반응표면법을 적용하였다.

본 연구에서는 인공위성 구조체의 구성요소인 플랫폼에 대하여 응력 및 고유진동수를 고려하여 최적설계를 수행하였다. 이를 위하여 구조해석

[†] 한국항공대학교 대학원

E-mail : guy1000@hanmail.net

TEL : (02)300-0059 FAX : (02)3158-3189

^{**} 회원, 한국항공대학교 항공우주 및 기계공학부

코드로 MSC/NASTRAN[3]을 사용하였으며 최적설계 프로그램은 중심합성법을 기반으로 하여 다양한 회귀모델에 의한 반응표면을 적용하였다. 또한 이 결과를 기존의 MFD, GA를 이용한 최적화 결과와 비교, 분석하여 반응표면법의 설계상의 장점 및 반응표면 생성 시 다양한 회귀모델에의 사용에 대한 신뢰성을 확인하였다.

2. 반응표면법

2.1 반응표면의 생성

반응표면법은 전체 설계공간에 걸쳐있는 여러 수치 값들이 복합적으로 작용함으로써 어떤 반응변수에 영향을 주고 있을 때 이들의 입력과 출력의 대응관계를 표현하는 반응표면을 생성하여 새로운 입력에 대한 근사적 결과를 얻어내는 실험계획법이다. 즉, 임의의 구조물에 대한 설계변수와 반응변수에 대한 물리적인 관계식을 근사화하여 특정 범위 내에서의 설계변수의 변화에 따른 반응변수의 결과를 예측할 수 있게 한다. 이때 얻어진 물리적 근사식을 반응표면(response surface)라 한다. 여기서 근사함수를 효과적이고 용이하게 하는 방법을 실험계획법이라 하는데 중심합성법(Central Composite Method), 요인설계법, 회전계획법, 심플렉스법 등이 있으며 본 연구에서는 중심합성법을 이용하여 반응표면을 생성하였다. 반응표면을 생성하는 과정에 있어 크게 고려되는 사항은 추출점의 선정 방식과 적절한 회귀모델을 사용하는 것이다. 일반적으로 사용되는 회귀모델로는 식(1)의 다항함수가 사용되며, 본 연구에서는 식(2)의 지수함수, 식(3)의 로그함수 및 식(4)의 삼각함수 등을 회귀모델의 생성에 적용해보았다. 또한 다항함수에 있어 흔히 사용되는 2차함수 이외에 그 영역을 3차 및 4차의 고차함수로 확대 적용시켜 보았다.

$$y_i = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i \leq j}^k \beta_{ij} x_i x_j \quad (1)$$

$$y_i = e^{(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2)} \quad (2)$$

$$y_i = \log_e(\beta_0 x_i^{\beta_1}) \quad (3)$$

$$y_i = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i \sin\left(\frac{\pi i}{2} + x_i\right) \quad (4)$$

회귀상수를 구하기 위해 회귀함수를 식(5)와 같은 행렬식으로 표현하여 최소자승법(least

square method)을 사용하여 식(6)~(8)과 같이 구한다.

$$y_a = X\beta \quad (5)$$

$$L = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \varepsilon' \varepsilon = (y_e - X\beta)'(y_e - X\beta) = y_e' y_e - 2\beta' X' y_e + \beta' X' X \beta \quad (6)$$

$$\left. \frac{\partial L}{\partial \beta} \right|_b = -2X' y_e + 2X' X \beta = 0 \quad (7)$$

$$\therefore b = (X' X)^{-1} X' y_e \quad (8)$$

2.2 반응표면에 의한 최적화

최적화의 과정을 간단히 살펴보면 우선 설계변수의 전체 도메인에서 회귀모델에 의한 반응표면을 생성하여 최적점을 찾고 이 최적점을 중심점으로 하여 적절한 흥미영역의 범위를 재 설정한 후 다시 회귀모델을 생성하여 최적화를 수행한다. 이러한 과정이 반복이 되다 적절한 수렴조건에 따라 프로그램은 정지하게 된다. 또한 반응표면 생성후의 최적화 과정에서 이동제한계수(move limit parameter)와 함께 신뢰구간(confidence interval)을 적용하여 최적해의 정확성을 높이도록 하였다.

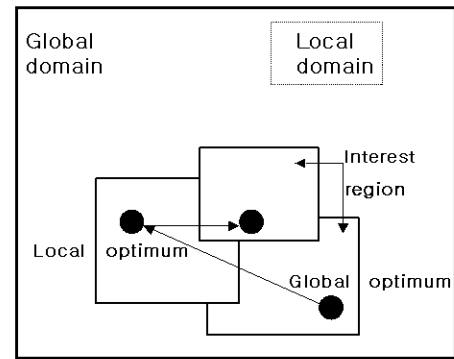


Fig. 1 Optimization process

3. 최적화 프로그램의 검증

3.1 Three-bar truss의 최적화

본 프로그램의 검증을 위하여 이미 다양한 방법으로 최적화가 수행된 Three-bar truss에 대하여 최적화를 수행하고 그 결과를 기존의 최적화 방법인 MFD 및 GA로 수행된 최적값과 비교 분석하였으며, 다양한 회귀함수로 생성된 반응표면에 의한 최적화 값들도 비교 분석하였다.

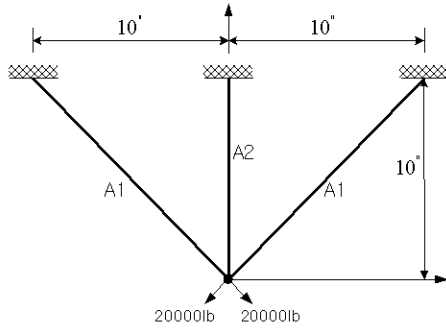


Fig. 2 Three-bar truss structure

설계변수는 트러스 각각의 무게이며, 목적함수는 트러스 전체 무게이다. 제한조건은 주어진 하중 하에서의 최대 허용 응력이다. 해석적 방법으로 부재의 면적에 따른 응력과 무게의 식을 유도한 후 물성치 등을 적절히 조정하여 다음과 같은 최적화 문제를 도출하였다.

$$\text{목적함수 : weight} = \gamma_1 A_1 + \gamma_2 A_2 \quad (9)$$

제한조건 :

$$G_1 = \frac{2 A_1 + \sqrt{2} A_2}{2 A_1 (A_1 + \sqrt{2} A_2)} - 1 \leq 0 \quad (10)$$

$$G_2 = \frac{1}{2(A_1 + \sqrt{2} A_2)} - 1 \leq 0 \quad (11)$$

$$0.1 \leq A_i \leq 5.0 \quad (i=1,2)$$

$$(\gamma_1, \gamma_2 : 2\sqrt{2} \text{ (lb/in}^3\text{)}, 1.0 \text{ (lb/in}^3\text{)})$$

γ_i, A_i : 각 트러스의 비중량, 단면적)

Table 1 Three-bar truss optimization result I

	initial	중심 합성법	요인 설계법	GA	MFD
weight(lb)	3.828	2.626	2.628	2.639	2.633
A_1 (in ²)	1.000	0.790	0.784	0.788	0.799
A_2 (in ²)	1.000	0.390	0.406	0.407	0.372
G_1	-0.299	0.005	0.005	0.002	0.003
G_2	-0.793	-0.255	-0.254	-0.633	-0.623

Table 1은 중심합성법에 의한 반응표면을 이용한 최적화의 결과와 요인설계 및 MFD, GA 방법을 이용한 최적화 결과들의 비교 값이다. 중심합성법에 의한 반응표면을 이용한 최적화의 경우 목적함수인 무게가 2.626(lb)으로 수렴을 하였으

며 그 결과는 기존의 다른 최적화 방법에 의한 무게보다 더 향상된 값을 가짐을 알 수 있다.

Table 2 Three-bar truss optimization result II

	weight	A_1	A_2	iteration
initial	3.8280	1.0000	1.0000	-
2차함수	2.6263	0.7905	0.3903	19
3차함수	2.6258	0.7837	0.4098	26
4차함수	2.6265	0.7850	0.4062	13
지수함수	2.6255	0.7837	0.4084	28
로그함수	2.6230	0.7909	0.3857	40
삼각함수	2.6243	0.7856	0.4020	24

또한 Table 2는 고차 및 다양한 회귀함수에 의해 생성된 반응표면을 이용한 최적화 결과들의 비교 값이다. 최적화 결과, 로그 회귀함수를 이용한 최적화 경우 40번의 iteration을 거친 반복 수행으로 무게가 2.6230(lb)으로 수렴을 하였다. 그 결과는 다른 회귀함수를 사용한 반응표면법의 최적화 값과 비교하였을 때 조금 더 향상된 값에 도달하였음을 알 수 있다. 또한 iteration에 있어서는 4차 회귀함수를 사용한 경우 가장 빨리 최적값으로 수렴함을 알 수 있다.

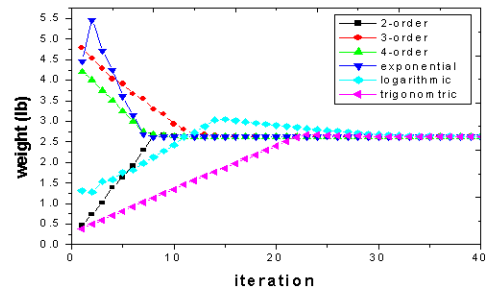


Fig. 3 Convergence History of Weight

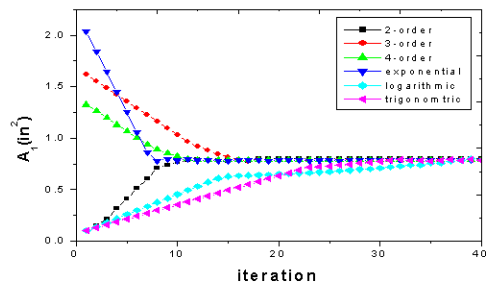


Fig. 4 Convergence History of A_1

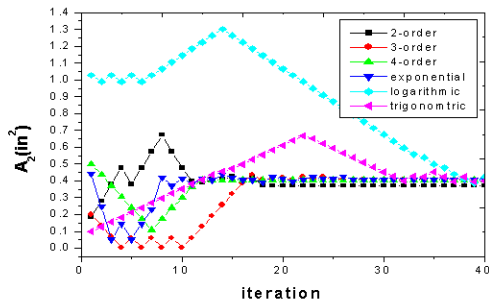


Fig. 5 Convergence History of A_2

Fig. 3은 다양한 회귀함수에 대한 목적함수 값의 변화를 보여주며, Fig.4와 Fig.5는 부재의 단면적의 변화를 나타내고 있다.

4. 인공위성 구조체의 최적화

4.1 인공위성 플랫폼의 최적화

본 연구에서는 인공위성 구조체 중에서 upper platform에 대해 중심합성법에 의해 생성된 반응표면을 이용하여 최적화를 수행하고, 그 결과를 기존의 다른 다양한 방법의 최적화 결과와 비교하였다. 또한 다양한 회귀 함수에 의해 생성된 반응표면을 이용하여 최적화를 수행하였으며, 그 결과들을 각각 비교하였다.

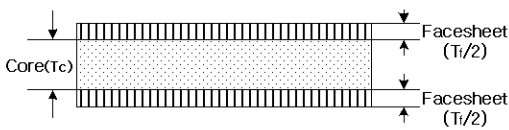


Fig. 6 Three-ply composite material

하니콤 샌드위치 구조물로 되어있는 인공위성 플랫폼은 Fig.6에서와 같이 3층 적층구조 (facesheet/core/facesheet)로 되어있다. 본 연구에서 사용한 하니콤 판은 z방향으로 10g와 측면 X, Y, 45° 방향으로 3.5g의 동하중을 받도록 하였으며, 고유진동수를 고려하여 동해석을 수행하였다. 하니콤 판의 facesheet 및 코어의 재료와 물성치는 Table 3에 나타나 있다. 하니콤 판의 유한요소 모델은 Fig. 7에서 보는 것과 같으며 유한요소 해석시 양끝 모서리에 있는 절점의 모든 자유도를 구속하였다. 베어링 응력이 발생하는 6각형의 모서리 부분에서 축방향 응력을 뽑아 내었다.

Table 3 Material property

	Upper platform	
	Facesheet	Core
Material	2024-T81 Al	3.1pcf-5052 Al
E (psi)	10.5e6	
E ₁ (psi)		1.0
E ₂ (psi)		1.0
G ₁₂ (psi)		1.0
G _{1z} (psi)		45.0e3
G _{2z} (psi)		22.0e3
ν	0.33	
ν ₁₂		0.001
γ (lb _f /in ³)	0.110	0.00179

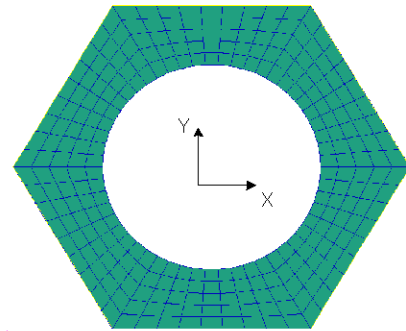


Fig. 7 Upper platform model

하니콤 위성 플랫폼의 최적설계에서 설계변수는 facesheet의 두께(T_f)와 코어의 두께(T_c)로 설정하였으며 목적 함수는 플랫폼의 무게로 설정하였다. 따라서 platform의 최적화를 정식화하면 식 (12)~식(15)와 같으며 제한조건의 수치들은 Table 4에 나타내었다.

$$\text{Minimize : } OBJ = \sum_{i=1}^{NF} \sum_{j=1}^{NJ} r_i A_i \quad (12)$$

Subject to :

$$\frac{\sigma_f}{(\sigma_f)_y} - 1 \leq 0 \quad (13)$$

$$\frac{\sigma_b}{(\sigma_b)_y} - 1 \leq 0 \quad (14)$$

$$1 - \frac{f}{f_u} \leq 0 \quad (15)$$

Table 4 Upper platform constraints

	Stress(Psi)		Freq.(Hz)	Thickness(in)	
	Yield Stress	Bearing Stress	f	T _f	T _c
Min.	-56,000	-48,695	75.0	0.028	0.6
Max.	56,000	48,695		0.2	1.3

반응표면 생성을 위한 추출점은 변수의 개수가 2개로 적기 때문에 중심합성법과 3^k요인설계법을 이용하였으며 그 결과를 GA를 이용한 최적화 값과 비교하였다.

Table. 5 Platform optimization result I

		중심 합성법	요인 설계법	GA
Iteration		18	19	430
FEM analysis		162	171	2150
Weight (lb)		38.034	38.326	38.354
Freq. (Hz)		78.388	80.010	86.325
Design Variables (in)	T _f	0.026	0.028	0.028
	T _c	0.998	0.951	1.031

중심합성법 및 요인설계법에 의한 반응표면을 이용한 최적화 결과와 GA를 이용한 결과가 Table 5에서와 같이 나타났다. 중심합성법을 이용한 최적화 결과 목적함수의 값이 38.034(lb)로 다른 값과 비교해 보았을 때 조금 더 향상되었음을 알 수 있다. 또한 전역최적화 방법인 GA에 의한 결과와 비교해 보았을 때 유전자 알고리즘이 430번의 세대를 거쳐 2150번의 유한요소 해석을 수행한 반면에 반응표면법은 18번의 반복수행을 거치는 동안 162번의 유한요소 해석을 함으로써 13배 이상의 계산시간이 단축되었으며 해석의 결과에 있어서도 좀더 좋은 값이 도출되었다.

Table. 6 Platform optimization result II

	Iteration	Weight (lb)	Freq. (Hz)	Design Variables (in)	
				T _f	T _c
2차함수	18	38.034	78.388	0.026	0.998
3차함수	25	38.557	74.276	0.028	0.869
4차함수	13	38.821	77.270	0.029	0.858
로그함수	30	39.316	75.392	0.030	0.846
삼각함수	20	38.872	75.871	0.028	0.900

또한 Table 6은 고차 및 다양한 회귀함수에 의해 생성된 반응표면을 이용한 최적화 결과들의 비교값이다. 최적화 결과 2차 함수를 이용한 최적화의 경우 18번의 반복수행을 거쳐 무게가 38.034(lb)으로 수렴하였으며 그 결과는 다른 회

귀함수를 사용한 반응표면법의 최적화 결과와 비교해 보았을 때 조금 더 향상된 값을 확인할 수 있다. 또한 수렴속도에 있어서는 4차 회귀함수를 사용한 경우 가장 빨리 최적값으로 수렴하였다.

4. 결 론

본 연구에서는 최근 많은 연구가 진행중인 반응표면법을 이용한 최적화 프로그램을 작성한 후 검증에 위하여 여러 가지 기법으로 최적화가 수행된 3-bar 트러스 구조물의 최적화를 수행하였고 인공위성 하니컴 플랫폼에 대한 최적화를 수행하였다. 또한 중심합성법을 이용한 반응표면을 생성하는데 있어 기존의 흔히 사용되는 2차 다항식의 회귀함수에 국한되지 않고 고차 및 다양한 회귀함수를 사용하여 반응표면을 생성하여 최적화를 수행하였다. 수행결과 기존의 최적화 기법인 MFD 및 GA기법과 비교를 해 보았을 때 우수한 최적해에 도출하였음을 확인하였으며, 다양한 회귀함수에 의한 반응표면법의 최적값들을 비교함으로써 그 신뢰성을 확인할 수 있었다. 이로써 반응표면법의 구조 최적설계에 대한 효용성 및 다양한 회귀함수를 이용한 반응표면의 생성에 대한 신뢰성을 확인할 수 있었다. 이를 바탕으로 차후 추진될 규격부재에 대한 이산 최적화가 심도있게 지속적으로 진행될 것이다.

참고문헌

- 1) Box, G. and Wilson, K., 1951, "On The Experimental Attainment of Optimum Condition," *Journal of Royal Statistical Society, Ser. B, Vol. 13*, pp. 1-45.
- 2) Myers, R., Khuri, A. and Carter, W., "Response Surface Methodology: 1966-1998," *Technometrics*, Vol. 31, No. 2, 1989, pp. 137-157.
- 3) MSC, 1999, MSC/NASTRAN User's Guide.
- 4) Myers, R. and Montgomery, D. C., 1995, *Response Surface Methodology - Process and Product Optimization Using Designed*

Experiments, John Wiley & Sons.

- 5) Vanderplaats, G. N., 1999, *DOT Users Manual Version 5.0*, Vanderplaats Research & development, Inc, PP.44~60. Hill,
- 6) W. and Hunter, W., 1966, "A Review of Response Surface Methodology: A Literature Survey," *Technometrics*, Vol. 8, No. 4, November, pp. 571-590.
- 7) G.N.Vanderplaats, 1984, *Numerical Optimization Techniques for Engineering Design*, MacGraw-Hill, Inc.
- 8) Anne Broudiscou, Riccardo Leardi and Roger Phan-Tan-Luu, 1996, "Genetic Algorithm as a Tool for Selection of D-optimal Design," *Chemometrics and Intelligent Laboratory System* 35, pp.105-116
- 9) Box, G.E.P and Hunter, J.S. , 1957, "Multifactor experimental designs for exploring response surface", *Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 28, No. 28. pp. 195-247.
- 10) Melih Papila and Raphael T.Haftka, 2001, "University and Response Surface Approximation," *AIAA-2001-1680* "
- 11) Li, G. and Grandhi, R., 2000, "Accuracy and Efficiency Improvement of Response Surface Methodology for Multidisciplinary Design Optimizaion," *AIAA 2000-4715*.