

# B-spline Curve Fitting 과 심플렉스법을 적용한 자동차 록업클러치 피스톤 형상최적설계에 관한 연구

김철<sup>†</sup>, 현석정\*, 손종호\*, 신세현\*

## Study of Shape Optimization for Automobile Lock-up Clutch Piston Design with B-spline Curve Fitting and Simplex Method

Choel Kim, Seokjeong Hyun, Jongho Son and Sehyun Shin

Key Words: B-spline Curve Fitting(B-스플라인 곡선맞춤), Simplex Method(심플렉스법), Shape Optimization(형상최적화), Torque Converter(토크컨버터), Finite Element Method(유한요소법), Adaptive Remeshing(순응 재격자법), Lock-up Clutch(록업클러치)

### Abstract

An efficient method is developed for the shape optimization of 2-D structures. The sequential linear programming is used for minimization problems. Selected set of master nodes are employed as design variables and assigned to move towards the normal direction. After adapting the nodes on the design boundary, the B-spline curves and mesh smoothing schemes are used to maintain the finite element in good quality. Finally, a numerical implementation of optimum design of an automobile torque converter piston subjected to pressure and centrifugal loads is presented. The results shows additional weight up to 13% may be saved after the shape optimization.

### 1. 서 론

자동차 설계에서 동력 성능 향상과 연비개선을 위한 경량화가 설계의 중요한 목표가 되고 있다.

최근 대부분의 자동차는 전륜구동시스템(FF)을 채택하고 있으며 자동차 중량 배분을 좌우하고 전체 중량의 약 20%~25%를 차지하는 엔진과 변속기의 경량화가 우선적으로 필요하다. 엔진은 점차 소형화 및 경량화되고 있으며, 엔진과 연결된 자동변속기의 토크컨버터(torque converter)는 대부분 록업(Lock-up)클러치를 장착하여 동력전달 효율은 많이 향상되었으나 구조는 더욱 복잡해지

고 중량이 증가하게 되어 변속기내에서 차지하는 공간도 커지게 되었다. 자동변속기의 소형화, 경량화 설계를 위해 토크컨버터를 초박형으로 설계할 필요가 있다. 이러한 설계 기술들은 선진 자동차 회사를 중심으로 연구가 이루어지고 있지만 국내의 초박형 토크컨버터에 대한 연구는 미비하다. 초박형 토크컨버터의 설계를 위해서는 토러스 형상의 편평화를 개선하고 유압에 의해 반복적인 하중을 받으면서 엔진으로부터 진동을 흡수하도록 록업클러치의 구조를 개선해야 한다. 이를 위해서는 록업클러치 설계 초기부터 부품의 강도를 만족하고 중량을 감소시키는 형상최적화를 적용할 필요가 있다.

형상최적화는 Zienkiewicz와 Campell<sup>1)</sup>이 순차선형법(SLP), 절점위치 감도해석(sensitivity analysis), 등매개변수(isoparametric) 유한요소를 이용하여 아치댐의 형상을 계산한 것이 최초이다. 형상최적화의 특징은 최적화 과정에서 구조물의 형상이 지속적으로 변하기 때문에 유한요소모델이 형상을 연속적, 자동적으로 재구성해야한다. 80년대까

† 경북대학교 기계공학부 교수

E-mail : kimchul@knu.ac.kr

TEL : (053)950-6586 FAX : (053)950-6550

\* 경북대학교 기계공학부

지 대부분의 연구는 형상설계변수로 유한요소모델의 모든 절점좌표를 설정하였으나 사용하는 유한요소법에 따라 형상최적화의 특징은 최적화 과정에서 구조물의 형상이 지속적으로 변하기 때문에 유한요소모델이 형상을 연속적, 자동적으로 재구성해야 한다. 유한요소모델의 모든 절점좌표를 형상설계변수로 설정하는 것이 보편적이었으나, 최적화 중간에 형상의 변화가 크면 유한요소가 변형되어 경계면 상의 응력값에 차이가 생겨 이것이 절점이동에 불안을 초래하기 쉽다. 따라서 유한요소모델에서 절점좌표를 직접적인 설계변수로 하지 않는 스플라인(spline) 곡선의 제어점(control point) 좌표를 설계변수로 취하는 방법이 Fleury<sup>2)</sup>에 의해 제안된 후 보편화되었다. 또 경계면의 정보와 순응격자정밀화기법(adaptive mesh refinement scheme)을 사용하여, 최적화 과정 중 경계면의 변형에 따른 격자를 자동으로 생성하는 방법이 Bennett과 Botkin<sup>3)</sup>의해 제시되어 설계형상최적화에 큰 발전을 가져왔다.

본 연구에서는 유한요소 격자유연화기법(mesh smoothing)과 요소절점을 통과하며 제어점에 의해서 형성되는 B-spline<sup>4,5)</sup> 곡선을 사용하여 형상최적화 과정 중 구조물 내부 및 경계면 유한요소의 과도한 변형을 방지하고 수렴성과 경계면의 유연함을 향상시키는 유한요소법에 근거한 이차원 형상최적화 프로그램을 개발하였다. 이를 사용하여 결과가 알려진 외팔보와 필렛(fillet)을 가진 판 구조물의 형상최적화를 통해서 본 프로그램의 신뢰도를 검증한 후, 자동차 자동변속기에 사용되는 토크컨버터의 록업클러치 피스톤 부품의 단면형상최적화를 수행하였다.

## 2. 형상최적화이론

### 2.1 최적화 알고리즘

비선형 최적화 문제의 효율적인 계산을 위해서 여러 가지 해석법들이 제안되었다.<sup>6)</sup>

본 논문에서는 목적함수와 구속조건을 설계점(design point)  $X^p$ 에서 Taylor급수 전개하여 선형항만을 취하는 근사계산을 하고, 순차선형계획법과 simplex method<sup>7)</sup>를 이용하여 절점좌표를 계산하는 방식을 취하였다. 근사화된 선형 목적함수 및 구속조건은 다음과 같다.

$$\text{Minimize } W = c + b^T X \tag{1}$$

Subject to

$$\begin{matrix} AX \geq d \\ X \geq 0 \end{matrix} \tag{2}$$

여기서,

$$c = W(X^p) - \nabla^T W(X^p) X^p \tag{3}$$

$$b^T = \left[ -\frac{\partial W(X^p)}{\partial X_1} \quad \dots \quad -\frac{\partial W(X^p)}{\partial X_n} \right] \tag{4}$$

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{\partial g_1(X^p)}{\partial X_1} & \dots & -\frac{\partial g_1(X^p)}{\partial X_n} \\ \vdots & & \vdots \\ -\frac{\partial g_m(X^p)}{\partial X_1} & \dots & -\frac{\partial g_m(X^p)}{\partial X_n} \end{bmatrix} \tag{5}$$

$$d = \begin{bmatrix} \nabla^T g_1(X^p) X^p - g_1(X^p) \\ \vdots \\ \nabla^T g_m(X^p) X^p - g_m(X^p) \end{bmatrix} \tag{6}$$

$$\nabla^T = \left[ \frac{\partial}{\partial X_1} \quad \dots \quad \frac{\partial}{\partial X_n} \right] \tag{7}$$

선형화된 목적함수 및 구속조건을 구하기 위해서는 식 (3)~(7)과 같이 각각의 설계변수에 대한 편미분이 필요한데, 이것은 계산상의 효율이 높은 준 이론적 민감도해석법<sup>8)</sup> (semi-analytical sensitivity analysis) 으로 수행되었다. Simplex법에 의한 형상최적화 문제는 수렴이 이루어질 때까지 설계변수가 업데이트 되면서 반복적으로 계산된다.

$$\phi = \left| \frac{\Delta V}{V_o} \right| = \left| \frac{V_o - V}{V_o} \right| \tag{8}$$

여기서,  $V_o$ ,  $V$ ,  $\phi$  는 각각 형상최적화 전의 초기 체적, 최적화 후의 체적, 체적 변동률 이며, 수렴조건은  $\phi < 0.01$ 이다.

### 2.2 Adaptive Remeshing 기법

#### 2.2.1 B-스플라인 곡선

일반적인 B-spline<sup>4,5)</sup>은 다음 식으로 정의된다.

$$P(u) = \sum_{i=0}^j N_{i,k}(u) P_i \quad (t_{k-1} \leq u \leq t_{n+1}) \tag{9a}$$

$$N_{i,k}(u) = \frac{(u-t_i)N_{i,k-1}(u)}{t_{i+k-1}-t_i} + \frac{(u-t_{i+k})N_{i+1,k-1}(u)}{t_{i+k}-t_{i+1}} \quad (9b)$$

$$N_{i,1}(u) = \begin{cases} 1 & t_i \leq u \leq t_{i+1} \\ 0 & \text{others} \end{cases} \quad (9c)$$

여기서  $N_{i,k}(u)$ ,  $P_i$ ,  $t_i$ ,  $k$ 는 각각 블렌딩함수, 제어점, 매듭값(knot value)과 B-스플라인의 차수이다. 처음 및 마지막 제어점을 통과하는 비주기적 B-스플라인 곡선을 사용하기 위한 비주기적 매듭값은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$t_i = \begin{cases} 0 & 0 \leq i < k \\ i-k+1 & k \leq i \leq n \\ n-k+2 & n < i \leq n+k \end{cases} \quad (10)$$

Fig.1은 여섯 개의 주어진 유한요소절점을 이용하여 B-스플라인 곡선을 생성하는 것을 나타낸다.<sup>4)</sup> 주어진 절점의 좌표벡터를  $D$ , 블렌딩 함수 행렬을  $N$ , 제어점의 좌표벡터를  $B$ 라고 할 때 그 관계는 식 (9a)로부터 다음과 같이 표현된다.

$$D = NB \quad (11a)$$

$$B = N^{-1} D \quad (11b)$$

식 (11)로부터 얻은 제어점을 식(9a)에 대입하면 절점을 지나는 임의의 B-스플라인 곡선을 정의할 수 있다.

경계면 상에 있는 모든 절점좌표 값을 설계변수로 사용할 경우 계산시간이 길어지고 경계면에 불연속면이 생기기 쉬운 단점들이 있다.<sup>6)</sup> 따라서 B-스플라인 곡선을 이용해 경계면의 형상을 적절히 보정하는 방법이 적극적으로 사용되고 있다. B-스플라인을 이용해서 경계면의 형상을 표시하기 위해서는 우선 구조물의 경계면 상의 절점 중 데이터 점으로 이용할 주절점(master node)을 선택해야 한다.



Fig. 1 Construction of a B-spline curve from nodal points

본 논문에서는 경계선 상에 위치한 모든 절점들을 한 칸씩 건너뛰는 규칙적인 방식으로 주절점을 선택하였다. 주절점으로 선택된 절점은 순차선형계획법 및 simplex법에 의해 얻어진 새로운 절점좌표로 직접 이동이 된다. 경계요소의 변형을 줄이기 위해서 중간절점들을 B-스플라인 상으로 이동시킬 때 이웃한 두 개의 주절점들까지 거리가 동일한 지점으로 이동하도록 하였다. 이렇게 해서 경계선상의 모든 절점들을 B-스플라인에 의해 만들어진 연속적인 경계면을 따라서 위치시킬 수 있다. Fig. 2는 경계면의 법선 방향으로 먼저 이동한 주절점들이 형성한 B-스플라인 곡선상으로 나머지 중간절점들이 이동하는 것을 도시하고 있다.

2.2.2 유한요소최적화

형상 최적화가 진행됨에 따라서 절점의 이동에 따른 외부형상의 지속적인 변화를 가지고 오고 이것은 내부에 있는 유한요소의 변형을 일으킨다. 최적화된 형상을 만들기 위해서는 유한요소법에 의한 정확한 계산의 결과가 매우 중요하므로 지속적인 격자의 변형방지 및 균질화가 필요하다. 요소의 변형량 측정 및 격자 균질화는 자코비안을 이용한 Hyun<sup>9,10)</sup>등의 격자균질화 방식을 이용하여 수행하였다.

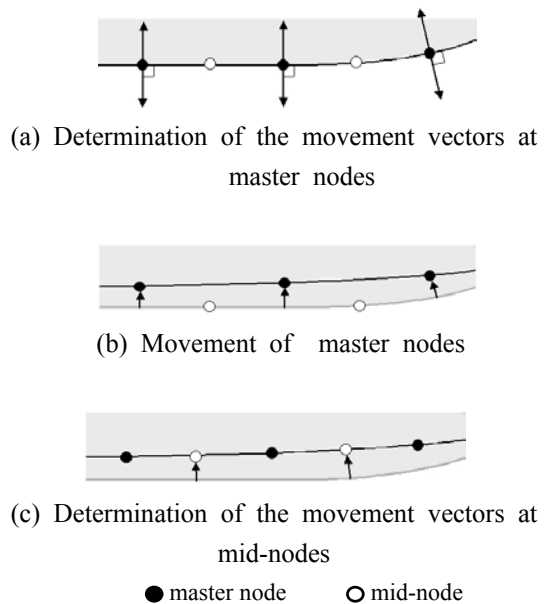


Fig. 2 Procedure to determine a new design boundary

### 3. 형상최적화 적용 및 계산결과

#### 3.1 정확도검증

##### 3.1.1 외팔보(Cantilever)

형상최적화 프로그램의 정확도 검증을 위해 Fig. 3(a)와 같은 외팔보(300mm × 30mm)에 경계 조건 및 끝단 하중을 가하고 보의 상하면상의 절점들의 좌표를 설계변수로 하여 형상최적화를 수행하였다. 평면 응력조건으로 계산을 수행하였으며, 구속조건으로 최대 허용 미세스 등가응력을 1.8 MPa로 유지하면서 체적을 최소화하게 하였다. Fig.3(b)의 최적화 형상의 결과는 알려진 형상으로 수렴했으며, 체적이 초기 9,000.0mm<sup>3</sup>에서 형상최적화 후 6,396.0mm<sup>3</sup>로, 약 28.9% 감소하였다.

Fig. 4는 형상최적화 진행 중 체적과 점 A에서의 미세스 등가응력을 나타내고 있다.

##### 3.1.2 필렛(Fillet)

필렛의 초기 형상, 하중 및 경계조건은 Fig. 5(a)에 나타내었으며 구속조건으로 최대허용 미세스 등가응력을 4.5 MPa로 두고 체적을 최소화하도록 A와 B사이의 경계면상의 절점들의 좌표를 설계변수로 하였다. 평면 응력조건으로 계산한 결과 초기 체적 15,525.0mm<sup>3</sup>에서 14,168.0mm<sup>3</sup>로 약 8.7% 감소하였으며 19번의 반복계산만에 최대 허용응력에 수렴하였다. 최적화된 형상<sup>11)</sup>은 Fig. 5(b)에 나타내었으며 체적 변화와 C점에서의 미세스 응력의 수렴과정은 Fig. 6에 나타내었다.

#### 3.2 토크컨버터 피스톤

자동차용 토크 컨버터 피스톤(torque converter piston)은 원판의 형태로 자동변속기 내에서 동력 전달기능을 하는 매우 중요한 부품이다. 피스톤의 내부면에 걸리는 유압과 회전에 따른 원심력을 하중으로 고려하였다. 댐퍼클러치 작동시 접촉으로 인해 토크컨버터의 프론트 커버상에서 발생하는 충격력 등은 고려되지 않았다.

Fig. 8은 유한요소해석 및 형상최적화 계산을 위해 설정된 경계 조건을 보여주고 있다. 그림에서 볼 수 있듯이 프론트 커버의 접촉부위(B와 C 사이)는 축방향의 변위를, 스플라인 허브에 접촉하는 부분(A와 F 사이)은 수평방향의 변위를 각각 고정하였다. 주어진 하중으로는 E와 F사이의

아랫면에 균등한 압력을 주었으며 원심력을 위한 회전속도는 2000rpm으로 설정하였다.

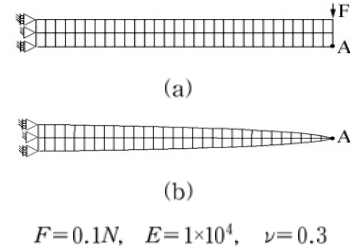


Fig. 3 Shape optimization of a cantilever under a tip load

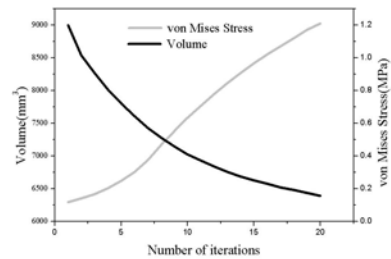
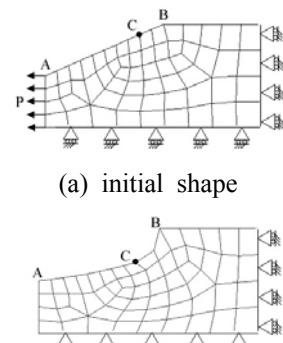


Fig. 4 Volume and von Mises stress history



(b) final optimized shape

$P=5MPa, E=1 \times 10^4, \nu=0.3$

Fig. 5 Shape optimization of a fillet

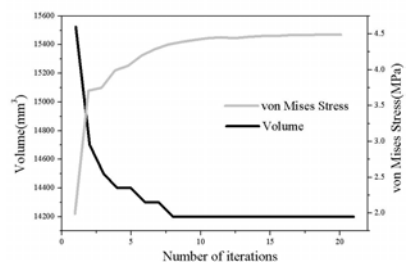


Fig. 6 Volume and von Mises stress history

형상 최적화를 위한 구속조건으로 디스크 외면에 위치한 A에서 B까지의 절점들과 내면에 위치한 E에서 F까지의 절점들의 미세스 등가응력이 설정된 범위 내에 속하도록 조절하면서 최적화된 형상을 갖도록 하였다. 단, 댐퍼클러치 작동시 접촉이 일어나는 부위(B에서 C사이)와 제품 구조상의 형상 왜곡이 허용되지 않는 부위(C에서 D사이)의 절점들은 형상최적화에서 제외 하였다.

또 기하학적인 구속조건으로 디스크 두께가 지나치게 얇아지는 것을 막기 위해서 0.6mm 이상으로 유지하도록 구속하였다.

형상최적화를 위해서 유압 하중만 고려할 때는 허용응력의 범위를 13~35 MPa로, 유압과 원심력을 동시에 고려할 때는 그 범위를 50~70 MPa로 각각 설정하여 최적화를 수행하였다.

Fig. 9 는 형상 최적화 적용유무에 따른 미세스 응력분포를 보여주고 있는데 압력만을 하중으로 설정했을 경우 최대 미세스 응력은 73.02 MPa에서 62.32 MPa로 감소하였으며 최대 축 방향 변형량은 0.1242 mm에서 0.1134 mm로 감소하였다.

또 유압과 원심력을 모두 하중으로 작용했을 경우에는 최대 미세스 응력은 127.24 MPa에서 80.05 MPa로 감소하였으며 최대 축 방향 변형량은 0.2413 mm에서 0.2359 mm로 감소하였다.

Fig. 10 에서 보는 바와 같이 압력만을 하중으로 작용한 경우의 최적화된 형상의 체적은 268,867.7 mm<sup>3</sup>이며, 압력과 원심력을 모두 하중으로 작용한 경우의 최종 형상 체적은 256,257.7 mm<sup>3</sup>로서 초기체적 295,577.3mm<sup>3</sup>보다 각각 9.03%와 13.3%씩 감소하였다.

#### 4. 결론

유한요소법, 격자유연화 기법, CAD의 B-스플라인 곡선, 순차선형법, 심플렉스법 등의 기법을 결합하여 개발된 본 2차원 형상최적화 프로그램은 정확도, 수렴성, 경계요소의 과도변형방지, 계산 시간, 사용의 용이함 등에서 향상된 성능을 보였다. 형상최적화 중 지속적으로 변하는 구조물의 형상을 자동으로 재구성하고 설계변수를 업데이트하는 효율적인 기법을 개발하고 적용한 결과 굴곡이 많은 비교적 복잡한 단면을 가진 토크컨버터 피스톤의 경우, B-스플라인의 채택으로 피스톤의 굴곡부가 최적화과정 중에 완만한 곡면을

나타내면서 변하였고, 중량을 최대 13%이상 절감할 수 있는 설계 형상 대안을 제시할 수 있었다.

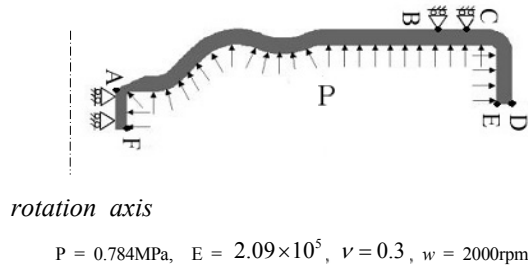


Fig. 7 Load and boundary conditions

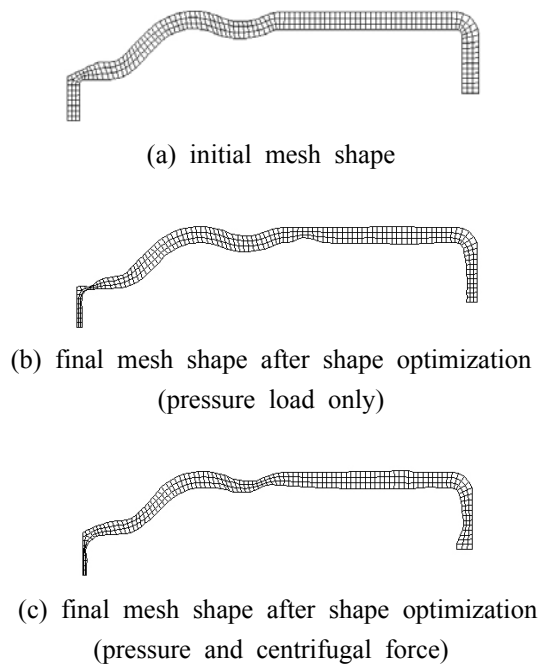
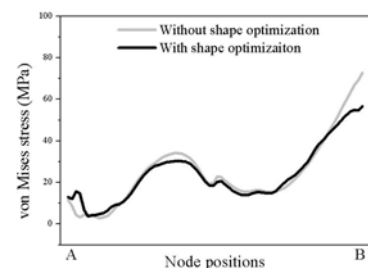
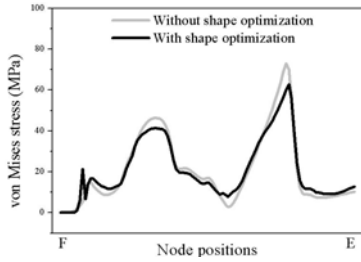


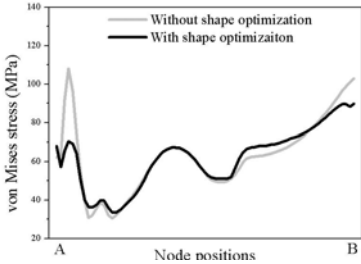
Fig. 8 Finite element meshes before and after shape optimization



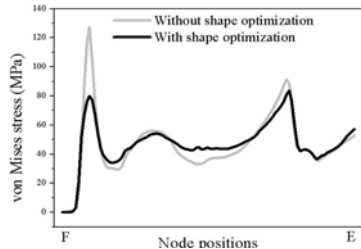
(a) von Mises stress distributions between A and B (pressure load only)



(b) von Mises stress distributions between E and F (pressure load only)

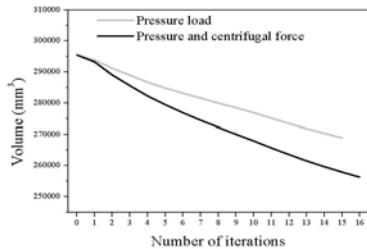


(c) von Mises stress distributions between A and B (pressure and centrifugal force)



(d) von Mises stress distributions between E and F (pressure and centrifugal force)

**Fig. 9** von Mises stress distributions along the specified surfaces



**Fig. 10** History of volume changes

후 기

본 연구는 과학기술부 한국과학기술재단 지정 계명대학교 저공해 자동차부품 개발센터의 지원에 의한 것입니다.

참고문헌

- (1) O. C. Zienkiewicz and J. S. Campbell, 1973, "Shape optimization and sequential linear programming", In Optimum Structural Design, (Ed.) R. H. Gallagher and O. C. Zeinkeiwicz, John Wiley, pp.109-126.
- (2) C. Fluery and B. Braibant, 1986, "Structural optimization: A new dual method using mixed variables", Int. J. Num. Meth. Engrg., Vol.23, pp.409-428
- (3) J. A. Bennett and M. E. Botkin, 1985, "Structural shape optimization with geometric problem description and adaptive mesh refinement", AIAA J., Vol.23, No.3, pp.458-464
- (4) D. F. Rogers and J. A. Adams, 1990, "Mathematical Elements for computer Graphics", 2nd ed., Mcgraw-Hill, pp.346-351
- (5) V. B. Anand, 1993, "Computer Graphics and Geometric Modeling for Engineers", John Wiley, pp.254-276
- (6) Y. Ding, 1986, "Shape optimization of structures : A literature survey", Computers & Structures, Vol.24, pp.985-1004
- (7) W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling and B. P. Flannery, 1992, "Numerical recipes in fortran", Cambridge University Press, pp.423-435
- (8) E. Atrek, R. H. Gallagher, K. M. Ragsdell and O. C. Zienkiewicz, 1984, "New directions in optimum structural design", John Wiley & Sons Ltd, pp.139-166
- (9) S. Hyun and L.-E. Lindgren, 1998, "Proceedings of NUMIFORM '98 the 6th International Conference on Numerical Methods in Industrial Forming Process", pp.109-114
- (10) S. Hyun and L.-E. Lindgren, 2001, "Smoothing and adaptive remeshing scheme for graded element", Communications in numerical methods in engineering, Vol.17, pp.1-17
- (11) S. D. Rajan and A. D. Belegundu, 1988, "Shape Optimal Design Using Fictious Loads", AIAA J., Vol.27, No.1, pp.102-107