손상저감을 위한 접촉부형상의 고찰

김형규† · 윤경호* · 강흥석* · 송기남* · 이영호*

A Study on the Contact Shape for Failure Mitigation

Hyung-Kyu Kim, Kyung-Ho Yoon, Heung-Seok Kang, Kee-Nam Song, Young-Ho Lee

Key Words : Contact Shape(접촉부 형상), Failure Mitigation(손상저감), Contact Traction(접촉트랙션), Internal Stress(내부응력)

Abstract

Method for contact failure mitigation is studied in this paper. The focus is laid on the contact shape that eventually influences the internal stresses. Contact mechanics is consulted within the frame of plane problem. Hertzian contact, rounded punch and uniform traction profiles are considered. Frictional as well as frictionless contact is also considered. As results, the higher traction profile induced by the rounded punch reveals the greatest among the considered shapes. Therefore, it is suggested to increase the edge radius as large as possible if a contact body of punch shape needs to be designed. It is also found that uniform traction cannot always provide the solution of contact failure mitigation.

1. 서 론

기계구조물의 접촉부위에서 발생하는 마멸 또는 피로균열 손상은 설계수명 이전에 기능 상실 또는 파단 등이 일어나게 하는 원인이 되므로 접촉손상에 대한 연구는 설계의 신뢰성 향상과 구조물의 안전성 제고를 도모하기 위해 매우 중요하다. 접촉손상의 저감을 위한 방안으로서, 마멸손상의 경우, 표면처리 또는 코팅에 의해 접촉면의 경도를 높이거나 적절한 윤활재를 사용하여 마찰계수를 낮추는 방법을 널리 이용하고 있으며 이것은 트라이볼로지(Tribology)의 중요한 분야이다. 한편 고체역학의 관점에서는, 외력에 의해 구조물에 발생하는 응력 또는 변형률을 분석함으로써 손상을 예측할 수 있고 이로부터 손상저감을 위한 방안을 도출할 수 있다.

접촉손상 분석을 위한 주 변수인 접촉 트랙션은 접촉부의 형상에 의존한다. 또한 물체 내부의 응력은 접촉 트랙션의 영향을 받으므로 결과적으로 접촉물체의 형상을 개선함으로써 접촉에 의한 손상을 효과적으로 억제할 수 있는 방안을 찾을 수 있다. 이를 설계에 적용하기 위해서는 각각의 접촉형상으로부터 기인하는 접촉 트랙션과 내부응력을 미리 알고 있어야 할 필요가 있다. 그러나 현실적으로 모든 기계구조물의 접촉부 형상을 분석할 수는 없으므로 몇가지 대표적 형상에 대한 응력해석 결과를 파악하고 이를 가이드라인으로 하여 실제 설계에 부합하는 최종형상을 도출하는 것이 효과적일 것이다.

이를 위하여 본 연구에서는 2 차원 접촉역학 이론을 이용하여 접촉부 형상의 변화에 따른 물체 내부응력의 변화를 고찰하였으며 이때 접촉트랙션으로는 헤르쯔 압력, 양단이 라운딩된 펀치에 의한 접촉트랙션 및 접촉 구간에서 균일한 압력을 갖는 경우를 고려하였다. 이때 접촉부의 크기, 접촉물체의 재질 및 접촉하중을 동일하게 하였으며 평면 탄성문제로 해석하였다. 고려한 헤르쯔 압력 및 양단이 라운딩된 펀치에 의한 접촉트랙션은 실제 접촉물체에서 대부분 발견할 수 있는 것이며 균일한 압력의 경우는 이 두 가지의 중간에 있는 예제 경우로 볼 수 있어 해석에 포함하였다. 해석결과로부터 물체 내부의 응력을 줄일 수 있는 접촉부 형상에 대해 토의하였다.

† 한국원자력연구소 경수로연료개발부
E-mail : hkkim1@kaeri.re.kr
TEL : (042)868-2111 FAX : (042)863-0565
* 한국원자력연구소 경수로연료개발부

2. 접촉해석 이론

2.1 접촉트랙션

Fig. 1 과 같이 두 개의 탄성체가 수직(P) 및 전단하중(Q)을 갖고 접촉하고 있는 평면문제의 경우 접촉면에 발생하는 트랙션은 다음과 같은 특이적분 방정식의 해로부터 구할 수 있다[1,2].

$$\frac{E^*}{2}\frac{dh(x)}{dx} = \frac{1}{\pi}\int_{-b}^{b}\frac{p(\eta)}{x-\eta}d\eta - \beta q(x)\,, \tag{1}$$

$$\frac{E^*}{2}\frac{dg(x)}{dx} = \frac{1}{\pi}\int_{-b}^{b}\frac{q(\eta)}{x-\eta}d\eta + \beta\, p(x) \tag{2}$$

여기서, ≤ b 는 접촉부의 경계를 나타내며, 접촉면에서의 수직 및 전단 트랙션을 각각 $p(x)$, $q(x)$, 그리고 $h(x)$, $g(x)$는 수직 및 전단 방향의 변위를 나타낸다. 또 E^* 및 β는 각각 두 접촉 물체의 상이한 탄성적 성질을 나타내는 복합 탄성 계수 및 Dunders 상수로서 평면 변형률의 경우에 다음과 같이 정의 된다.

$$\frac{1}{E^*} = \frac{(1-\nu_1^2)}{E_1} + \frac{(1-\nu_2^2)}{E_2} \tag{3}$$

$$\beta = \frac{1}{2}\left[\frac{\{(1-2\nu_1)/G_1\} - \{(1-2\nu_2)/G_2\}}{\{(1-\nu_1)/G_1\} + \{(1-\nu_2)/G_2\}}\right]. \tag{4}$$

여기서, 하첨자 1, 2 는 서로 다른 두 접촉 물체를 의미하며 ν는 프와송 비, 그리고 G 는 전단 강성 계수이다.

식 (1) 및 (2)는 couple 되어 있으나 두 접촉물체의 탄성 물성치가 동일하거나 유사할 경우 식 (4)로 표현된 β가 0 또는 0 에 근사한 값을 갖게 되므로 uncouple 된 방정식으로 하여 해를 구할 수 있다. 한편, 식 (1)의 $h(x)$는 접촉 수직하중이 가해질 때 접촉면에서 발생하는 탄성변형량을 의미하므로, 두 접촉물체가 수직하중에 의해 상호 투과할 수 있다고 가정하였을 때 접촉부에서 중첩되는 크기와 동일하며 따라서 접촉물체가 갖고 있는 원래의 끝단형상이 된다. 그러므로 접촉 트랙션이 접촉형상의 영향을 받게 되는 것이다.

2.2 내부응력

접촉물체 내부의 응력장에 대한 문제는 고전 탄성론에서 Boussinesq 문제 및 Cerruti 문제로 널리 알려져 있다[3]. 2 차원 문제에서는 특별히 Flamant 포텐셜과 Muskhelishvili 포텐셜을 이용하여 내부응력을 쉽게 구할 수 있으며 각각의 방법은 참고문헌 [1] 및 [2]에 잘 정리되어 있다. 본 연구에서는 접촉형상이 복잡해질 경우, 형상정의를 위한 수치적 방법의 용이한 적용을 위해 Flamant 포텐셜을 이용하는 방법을 사용하였으며 이를 간략히 정리하면 식 (5) ~ (7)과 같다.

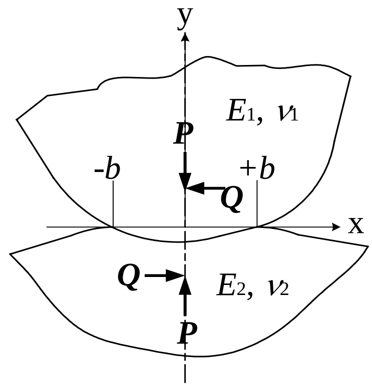


Fig. 1 Contact of elastic bodies.

$$\sigma_{xx} = -\frac{2}{\pi}\left(yP_3 + Q_4\right) \tag{5}$$

$$\sigma_{yy} = -\frac{2}{\pi}\left(y^3P_1 + y^2Q_2\right) \tag{6}$$

$$\tau_{xy} = -\frac{2}{\pi}\left(y^2P_2 + yQ_3\right) \tag{7}$$

여기서,

$$P_i = \int_{-b}^{b}\frac{p(\xi)(x-\xi)^{i-1}}{\left\{(x-\xi)^2 + y^2\right\}^2}d\xi\,,\quad Q_i = \int_{-b}^{b}\frac{q(\xi)(x-\xi)^{i-1}}{\left\{(x-\xi)^2 + y^2\right\}^2}d\xi$$

이며 $i = 1,2,3,4$ 이다.

식 (5) ~ (7)로부터 내부응력을 엄밀해로 구할 수 있는 조건은 식 (1)과 (2)의 해인 트랙션 $p(x)$, $q(x)$가 포함된 P_i, Q_i (i = 1,2,3,4)가 적분가능하여야 한다는 것을 알 수 있다. 만일 적분가능하지 않을 경우에는 $p(x)$, $q(x)$를 접촉구간 내에서 분할하여 구간 선형(piecewise linear)의 함수로 전환한 다음 계산을 수행하는 수치적 방법이 필요하다.

3. 접촉형상에 따른 해석

3.1 예제 형상의 정의

접촉형상의 분류로는, 접촉물체 끝단의 아주 작은 일부가 접촉하게 되어 접촉물체의 크기에 비하여 접촉부의 크기를 무시할 수 있을 정도가 되어, 접촉물체를 반무한체로 가정할 수 있는 경우인 non-conformal 접촉과 반지름이 유사한 구멍과 축의 접촉처럼 접촉부의 크기를 무시할 수 없는 경우인 conformal 접촉으로 구분할 수 있다. 이와는 별도로, 원통과 평판의 접촉에서처럼, 접촉부

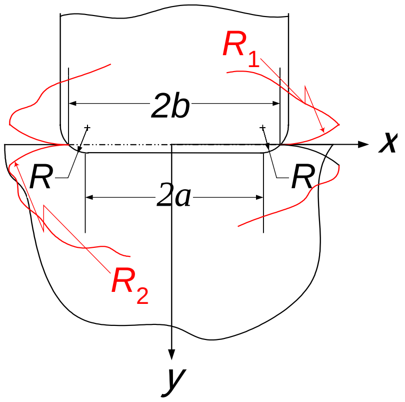


Fig. 2 Contact configuration of cylinders (radii: R_1, R_2) and rounded punch (edge radius: R).

의 크기가 하중에 의존하는 경우인 incomplete 접촉과, 사각펀치와 평판의 접촉의 경우와 같이, 접촉부의 크기가 하중과 무관한 경우인 complete 접촉으로 분류할 수도 있다.

접촉역학에서는 기본적인 접촉형상으로서 원통(또는 구)과 원통(또는 구), 또는 원통(또는 구)과 평판의 접촉인 헤르쯔(Hertz) 접촉과 사각펀치와 평판의 접촉을 고려하고 있다. 원통형(또는 구형)의 접촉은 베어링, 로울러 등의 기계요소가 사용되는 구조물에서 많이 나타나는 접촉형상으로 볼 수 있을 뿐 아니라, 접촉면을 미시적으로 관찰할 때 표면의 미세한 돌기부도 이와 같이 가정할 수 있으므로 그 응용성이 매우 크다. 사각펀치의 접촉은 키이나 치차의 접촉형상과 유사하므로 응용범위가 원통형 못지 않게 넓다고 할 수 있다.

그러나 모서리가 직각인 사각펀치와 평판의 접촉은 이론적으로만 가능할 뿐 실제로는 모서리에 모따기 가공이 되어 있는 경우가 대부분이며 이때의 모따기 형상으로서 라운딩이나 챔퍼링(chamfering)이 주로 사용되므로 이를 고려한 접촉형상을 고려하여야 한다. 라운딩이나 챔퍼링이 사용된 사각펀치에 의한 접촉에서는 모서리가 직각인 사각펀치에 의해 접촉 경계에서 발생하는 무한대의 트랙션 크기를 0 으로 할 뿐 아니라 최대 트랙션의 값도 현저히 줄일 수 있다[4,5].

이에 따라 본 연구에서는 원통형의 접촉과 양단이 라운딩된 사각펀치에 의해 발생하는 접촉 트랙션을 예제로 선택하였으며 이와 함께 접촉구간에서 일정한 크기를 갖는 트랙션을 고려하였다. 이때 향후에 계산될 내부응력에 대한 상호 비교에서 타당성을 갖도록 하기 위하여, 모든 경우에, 접촉 하중 및 접촉부의 크기를 동일하게 하였다. Fig. 2 에는 본 연구에서 고려하고 있는 원통형 및 라운딩 펀치의 접촉형상을 보여준다.

3.2 접촉 트랙션의 계산

원통형의 접촉일 경우, 잘 알려져 있는 헤르쯔 압력분포를 나타내며 이때 수직트랙션($p(x)$)과 접촉 구간의 크기(b)는 다음의 수식으로 표현된다[1].

$$p(x) = p_o\sqrt{1-(x/b)^2} \tag{8}$$

$$b = \sqrt{\frac{4P}{\pi E^* k}} \tag{9}$$

여기서 $p_o = 2P/(\mathrm{p}b)$, $k = (R_1 + R_2)/R_1R_2$ 이며 R_1, R_2 는 각각 물체 1 과 2 의 반지름을 의미한다.

한편 중앙 평탄부 길이가 $2a$ 이고, 양단 모서리가 반지름 R 로 라운딩된 펀치(Fig. 2)에 의한 접촉 수직트랙션은 다음의 수식으로 표현된다[6].

$$\frac{b\,p(\phi)}{P} = -\frac{2/\pi}{\pi - 2\phi_o - \sin 2\phi_o}\Big\{(\pi - 2\phi_o)\cos\phi + \ln\left(\left|\frac{\sin(\phi+\phi_o)}{\sin(\phi-\phi_o)}\right|^{\sin\phi}\left|\tan\frac{\phi+\phi_o}{2}\tan\frac{\phi-\phi_o}{2}\right|^{\sin\phi_o}\right)\Big\} \tag{10}$$

여기서 $b = a/\sin\phi_o$, $y = a\sin\phi/\sin\phi_o$ 이다.

한편, 접촉구간의 크기 b 는 접촉구간 내의 트랙션 적분 값이 하중과 동일하여야 한다는 조건으로부터 유도된 다음 식을 이용하여 구할 수 있다.

$$\frac{PR}{a^2E^*} = \frac{\pi - 2\phi_o}{4\sin^2\phi_o} - \frac{\cot\phi_o}{2} \tag{11}$$

여기서 a 는 라운딩 펀치의 중앙부에 있는 평탄부 길이의 반(1/2)이다.

접촉구간 내의 트랙션이 균일할 경우에는 $p(x) = p$ (constant) = $P/2b$ 가 되며 접촉 수직하중 P 를 동일하게 하였으므로 헤르쯔 압력의 p_o 와 비교하여 다음의 크기를 갖게 된다.

$$\frac{p(x)}{p_o} = \frac{p}{p_o} = \frac{\pi}{4}. \tag{12}$$

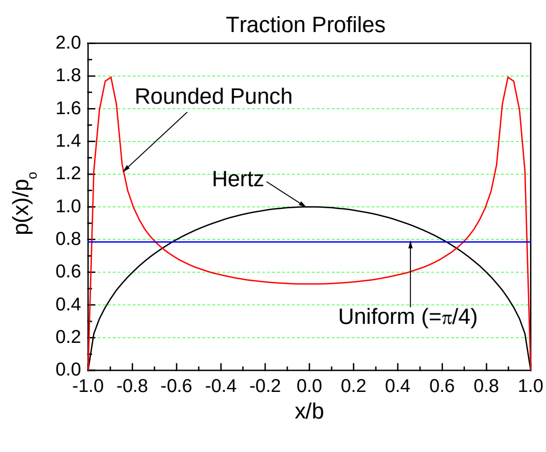


Fig. 3 Contact tractions in the present study.

Fig. 3 에 나타낸 각각의 접촉 트랙션의 형상으로부터 접촉구간과 접촉하중을 동일하게 하였을 때 라운딩 펀치에 의한 최대 트랙션의 크기가 가장 커지는 것을 알 수 있다. 그러나 접촉부 중앙에서는 라운딩 펀치의 경우에 가장 작은 트랙션을 보여주고 있다. 따라서 전단하중(Q)이 마찰력(μP; μ는 정지마찰계수)과 같은 전미끄럼(gross sliding)인 경우에는, 접촉면에서 나타나는 마멸손상에서 원통형 접촉일 때에는 접촉부 중앙에서, 그리고 라운딩 펀치 접촉에서는 접촉 경계부근에서 마멸이 가장 심할 것으로 예상할 수 있다. 물론, 전단하중이 마찰력보다 작은 부분미끄럼(partial slip) 상태에서는 전단하중의 증가에 따라 미끄럼 영역이 접촉 경계로부터 접촉부 내부로 확장되므로 원통형 접촉에서도 접촉 경계부근에서 마멸이 발생한다[2].

3.3 내부응력의 계산

식 (5) ~ (7)에서 적분기호 내의 트랙션 함수 $p(x)$, $q(x)$를 제외하면 적분의 엄밀해가 존재하며, $p(x)$, $q(x)$가 헤르쯔 압력인 경우에 대해서도 엄밀해가 구해져 있다[7]. 그러나 트랙션의 형태가 식 (10)과 같은 경우에는 엄밀해를 구하는 것이 불가능하다. 본 연구에서는 식 (5) ~ (7)의 적분을 수행하기 위해 식 (10)을 접촉구간 내에서 78 등분하여 구간 선형함수로 하였다. 해석방법의 동일한 적용을 위하여 헤르쯔 압력의 경우에도 동일한 등분으로 하여 내부응력 계산을 위한 적분을 수행하였으며, 이때의 구간 선형함수를 이용한 해석결과와 엄밀해를 비교하여 Fig. 4 에 나타내었다. 엄밀해를 나타내는 실선과 본 연구에서 사용한 해석결과인 점들이 잘 일치함을 확인할 수 있었으므로 해석방법의 타당성은 충분하다고 판단된다.

Figs. 5 ~ 7 에는 접촉면에 마찰이 없는 경우, 각각 헤르쯔 압력, 라운딩 펀치에 의한 트랙션 및 균일한 트랙션에 의해 계산된 물체 내부의 응력을 보여 준다. 이때 표시된 응력값은 헤르쯔 압력의 최대값인 p_o에 의해 정규화한 것이다. Figs. 5 ~ 7 은

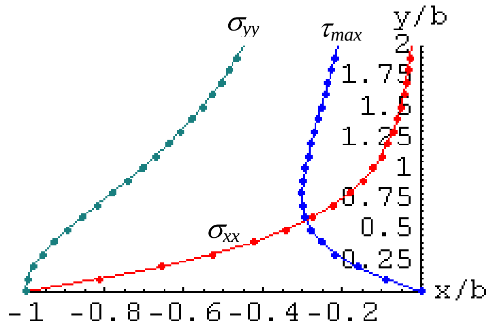


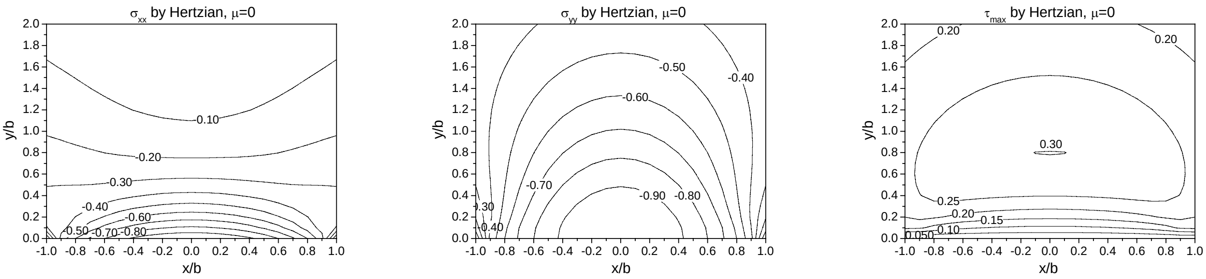
Fig. 4 Verification of piecewise linear function and relevant analysis method (internal stresses by Hertzian contact along the centerline of the contact).

전단 트랙션이 존재하지 않는 경우이므로 내부 응력장은 접촉부 중심에서 좌우 대칭이 되는 형태가 된다. 또, σ_{xx}, σ_{yy} 는 항상 압축응력이 되고 접촉면으로 접근할수록(y $\rightarrow$ 0) 크기가 증가하는 것을 알 수 있다. 한편 트랙션의 형상에 따라 헤르쯔 압력인 경우에는 접촉부의 중앙에서, 그리고 라운딩 펀치의 경우에는 접촉경계 부분에서 응력이 증가하는 것을 알 수 있다. 균일한 트랙션인 경우에 발생하는 내부응력장은 그 형태가 헤르쯔 압력인 경우와 유사하나 응력값이 더 작게 된다는 것을 알 수 있다.

Figs. 5 ~ 7 각각의 (c)에는 물체의 손상을 분석하기 위한 변수로서 τ_{max} 를 계산하여 함께 나타내고 있다. 이때 τ_{max} 는 2 차원 Mohr 원에서 최대 및 최소 주응력 차이의 반(1/2)으로서 Tresca 항복조건에 사용되는 기준값이다. 계산 결과, τ_{max} 가 가장 크게 되는($\tau_{max}|^{max}$) 트랙션은 라운딩 펀치에 의한 것이었으며 균일 트랙션에 의한 $\tau_{max}|^{max}$ 가 가장 작았다. 즉 $\tau_{max}|^{max}/p_o$ = 0.26 (균일 트랙션), 0.35 (헤르쯔 압력), 0.45 (라운딩 펀치)의 순으로 나타났다. 한편 라운딩 펀치의 경우에는 양 접촉 경계의 접촉면에서 가까운 곳에서 $\tau_{max}|^{max}$ 가 최대로 되나, 헤르쯔 압력 및 균일 트랙션의 경우에는 접촉부 중앙위치에서 접촉면 내부로 떨어진 곳에서 $\tau_{max}|^{max}$ 가 발생함을 알 수 있다.

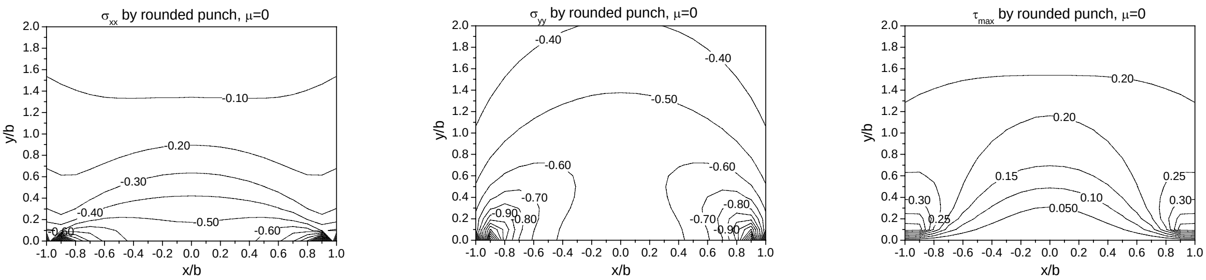
Fig. 8 ~ 10 에는 수직 트랙션 $p(x)$에 더하여 전단 트랙션 $q(x)$가 작용할 때의 내부응력을 구한 것이며 역시 헤르쯔 압력의 최대값인 p_o 에 의해 정규화하여 나타내었다. 이때 전단 트랙션은 전미끄럼인 경우로 생각하여 $q(x) = \mu p(x)$로 하고 정지마찰계수 μ = 0.3 으로 하였다. 전단 트랙션이 부가적으로 작용하게 되면 내부응력장 형태가 전단 트랙션의 작용 방향으로 치우치는 현상이 발생하며 이것을 Fig. 8 ~ 10 에 잘 보여주고 있다. 또한 모든 응력값은 전단 트랙션이 부가됨으로 인해 증가하였다.

그러나 $\tau_{max}|^{max}$ 의 크기는 $\tau_{max}|^{max}/p_o$ = 0.36 (헤르쯔 압력), 0.42 (균일 트랙션), 0.6 (라운딩 펀치)의 순으로서 전단 트랙션이 없는 경우와 다르게 나타났다. 또한 각각의 경우에서 $\tau_{max}|^{max}$ 가 발생한 위치는 전단 트랙션이 없는 경우에 비해 접촉면에 가까워짐을 알 수 있었다. 전단 트랙션이 존재할 경우 헤르쯔 압력의 경우에 비해 균일 트랙션에서 더 큰 $\tau_{max}|^{max}$ 가 발생한 이유는 접촉부 경계에서의 불연속적인 트랙션 형태 때문인 것으로 사료된다. 이러한 결과로부터 접촉 경계 및 그 부근에서 높은 트랙션을 발생시키는 접촉형상은 물체의 손상을 빨리 가져올 수 있으므로 펀치형상의 접촉물체를 설계할 경우 라운딩 반지름의 크기를 가능한 크게하는 것이 손상저감을 위해 바람직할 것으로 판단된다.



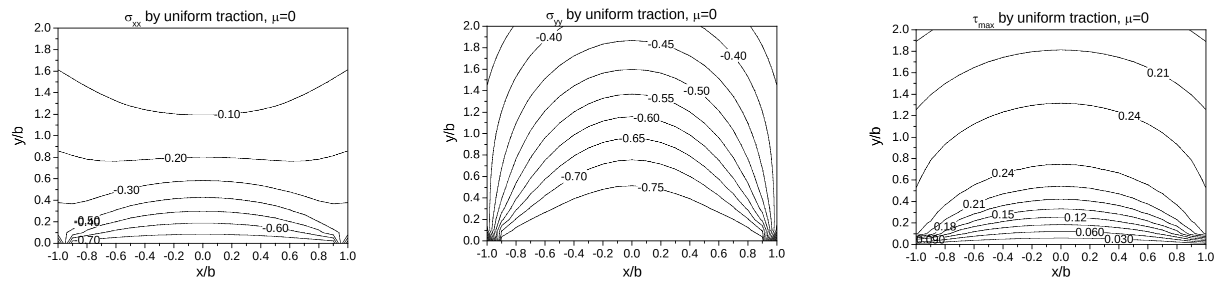
(a) σ_{xx}, Hertzian (b) σ_{yy}, Hertzian (c) τ_{max}, Hertzian

Fig. 5 Internal stresses induced by Hertzian contact without friction.



(a) σ_{xx}, Rounded Punch (b) σ_{yy}, Rounded Punch (c) τ_{max}, Rounded Punch

Fig. 6 Internal stresses induced by rounded punch contact without friction.



(a) σ_{xx}, Uniform (b) σ_{yy}, Uniform (c) τ_{max}, Uniform

Fig. 7 Internal stresses induced by uniform traction without friction.

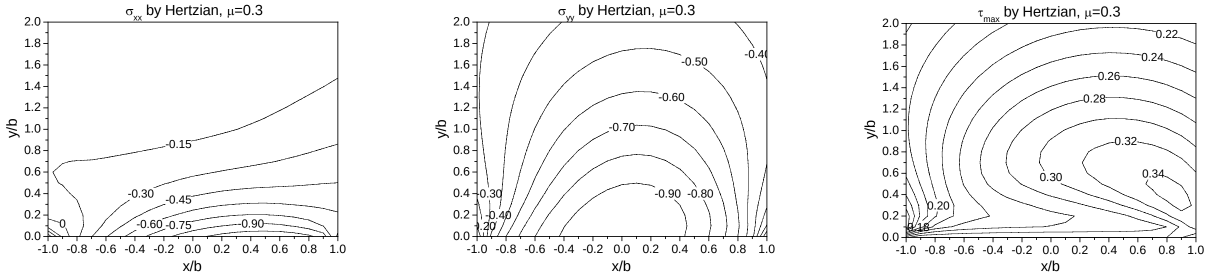
4. 결 론

본 논문에서는 접촉물체의 손상저감을 위한 접촉형상을 도출하기 위하여 원통형 및 라운딩 펀치에 의한 접촉 트랙션, 그리고 균일한 트랙션에 의해 물체 내부에 발생하는 응력을 2 차원 접촉역학 이론을 이용하여 분석하였으며 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

(1) 라운딩 펀치에 의한 접촉 트랙션으로부터 발생하는 τ_{max} 가 가장 크게 나타났다. 따라서 손상저감을 위하여 접촉 경계 부근에서 높은 값을 갖는 트랙션의 형상은 바람직하지 않은 것으로 판단된다.

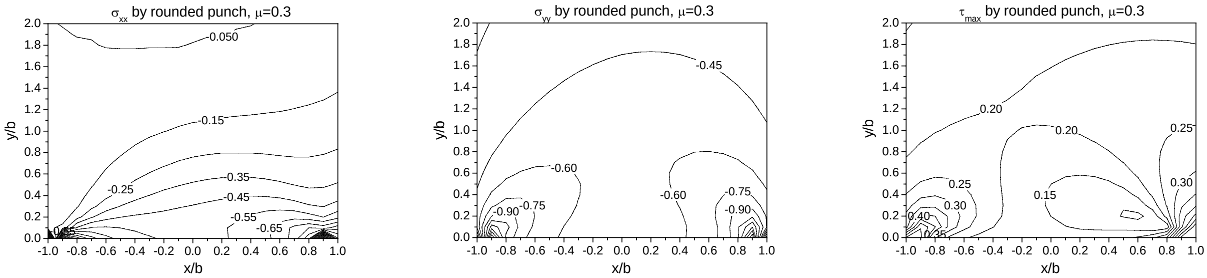
(2) 따라서 사각펀치 형태의 접촉물체 설계가 필요할 경우 가능한 모서리 라운딩의 반지름을 크게하는 것이 손상 저감을 위한 방법이 된다.

(3) 균일 트랙션이라 하더라도 전단 트랙션이 부가될 경우 헤르쯔 압력에 의한 내부응력보다 더 큰 $\tau_{max}|^{max}$ 를 발생시킬 수 있다. 일반적으로 접촉손상은 전단 트랙션을 필수적으로 수반하므로, 트랙션을 균일하게 하는 것이 손상을 저감하는 방안이 되지는 않는다.



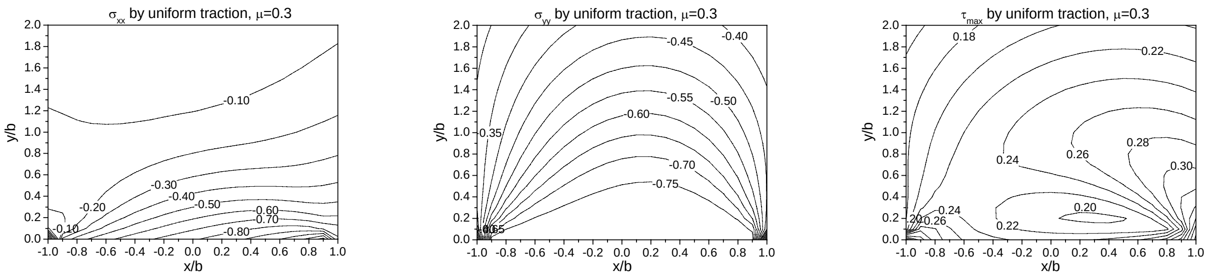
(a) σ_{xx}, Hertzian (b) σ_{yy}, Hertzian (c) τ_{max}, Hertzian

Fig. 8 Internal stresses induced by Hertzian contact with friction (μ = 0.3).



(a) σ_{xx}, Rounded Punch (b) σ_{yy}, Rounded Punch (c) τ_{max}, Rounded Punch

Fig. 9 Internal stresses induced by rounded punch contact with friction (μ = 0.3).



(a) σ_{xx}, Uniform (b) σ_{yy}, Uniform (c) τ_{max}, Uniform

Fig. 10 Internal stresses induced by uniform traction with friction (μ = 0.3).

후 기

본 연구는 과학기술부의 원자력 연구개발 사업의 일환으로 수행되었음.

참고문헌

(1) Johnson, K.L., 1989, *Contact Mechanics*, Cambridge Univ. Press, Great Britain.

(2) Hills D.A., Nowell, D. and Sackfield A., 1993, *Mechanics of Elastic Contacts*, Butterworth Heinemann, Great Britain.

(3) Fung, Y.C., 1965, *Foundations of Solid Mechanics*, Prentice-Hall Inc., USA.

(4) Kim, H.-K., 2000, "Influence of corner rounding in punch contact," *The 1st Meeting of Materials and Fracture Division of KSME*, pp. 21-26.

(5) Kim, H.-K., Kang, H.-S., Yoon, K.-H., Song, K.-N., 2001, "Analysis of contact tractions influenced by edge machining," *Proc. KSME*, Nov., pp. 389-395.

(6) Ciavarella, M., Hills, D. A. and Monno, G., 1998, "The Influence of Rounded Edges on Indentation by a Flat Punch," *Proc. Instn. Mech. Engrs*., Vol. 212, Part C, pp. 319~328.

(7) Smith, J.O. and Liu, C.K., 1953, "Stresses due to tangential and normal loads on an elastic solid with application to some contact problems," *J. Appl. Mech*. Vol. 20, pp. 157~166.