

# 저 Mach 수 흐름에서 차분격자볼츠만법에 의한 유동소음의 직접계산

강호근<sup>†</sup> · 이영호<sup>\*</sup>

Direct Simulation of Flow Noise by the Lattice Boltzmann Method Based on Finite  
Difference for Low Mach Number Flow

Ho-Keun Kang and Young-Ho Lee

**Key Words :** Lattice Boltzmann Method (격자볼츠만법), Compressible Fluid (압축성유체), Flow  
Noise (유동소음), Mach Number (마하수)

## Abstract

In this study, 2D computations of the Aeolian tones for some obstacles (circular cylinder, square cylinder and NACA0012 airfoil) are simulated. First of all, we calculate the flow noise generated by a uniform flow around a two-dimensional circular cylinder at  $Re=150$  are simulated by applying the finite difference lattice Boltzmann method (FDLBM). The third-order-accurate up-wind scheme (UTOPIA) is used for the spatial derivatives, and the second-order-accurate Runge-Kutta scheme is applied for the time marching. The results show that we successively capture very small acoustic pressure fluctuation with the same frequency of the Karman vortex street compared with the pressure fluctuation around a circular cylinder. The propagation velocity of the acoustic waves shows that the points of peak pressure are biased upstream due to the Doppler effect in the uniform flow. For the downstream, on the other hand, it is faster. To investigate the effect of the lattice dependence, furthermore, simulations of the Aeolian tones at the low Reynolds number radiated by a square cylinder and a NACA0012 airfoil with a blunt trailing edge at high incidence are also investigated.

## 1. 서 론

과학기술의 발전으로 인한 풍요로운 생활을 하게 됨에 따라 환경문제들, 특히 소음으로 야기된 환경문제에 이전보다 더욱더 많은 관심을 가지게 되었다. 즉, 환경문제의 관심과 더불어 고속 교통 수송기관, 고성능 계산기의 냉각용 팬, 냉동공조 기기들의 덕트 및 유체기기 등으로부터 발생하는 유동소음 (flow noise)은 최근, 공학분야에서 중요한 문제로 대두되고 있으며, 그 발생원인이나 저감대책에 대하여 많은 관심이 증폭되고 있는 실정

이다. 이러한 것을 유체의 비정상 유동, 또는 유체와 물체의 간섭에 의하여 발생하는 공력음 (aerodynamic sounds)의 현상들로서 공학적으로 해결해야 할 문제들이 많으며, 이론 및 실험 뿐만 아니라 근년에 들어서는 수치해석 등을 통한 연구들도 수행되어져 왔다.

그렇지만, 최근 들어 계산기 성능의 비약적인 발달과 더불어 수치계산을 통하여 유동소음을 직접적으로 계산하기 위한 연구들도 활발하게 이루어지고 있다.

한편, 지금까지 Lattice Boltzmann Method (LBM)을 이용하여 유동소음을 직접적으로 계산하려는 시도는 국내·외적으로 극소수에 불과하다. 90년대 이후 유체의 흐름현상을 해석하는데 많은 연구가 진행되고 있는 LBM은 입자들의 거동을 통계적으로 모사하는 Boltzmann 식을 각각의 차분화된 공간격자와 단순화된 단위속도 벡터로 이산화하여(Fig. 1)

<sup>†</sup> 경상대학교 기계항공공학부

E-mail : kang88@gaechuk.gsnu.ac.kr  
TEL : (055)640-3064 FAX : (055)640-3128

<sup>\*</sup> 한국해양대학교 기계·정보공학부

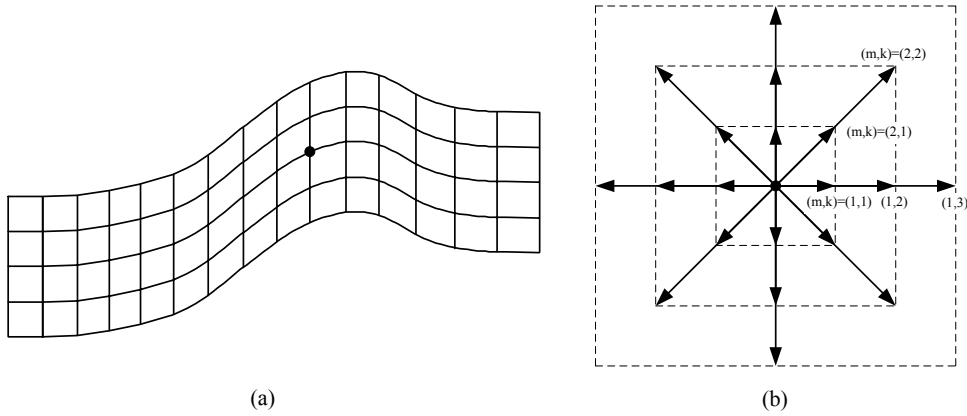


Fig. 1 Grid system in a body fitted curvilinear for a 2D21V model

유체로서의 거시적인 변수를 결정하여 흐름의 여러 물리적 파라메타들 (밀도, 속도 및 에너지)을 구하는 새로운 방식의 수치해석방법으로서, 기존의 Navier-Stokes 방정식을 직접적으로 이용하는 수치계산방법들과는 사뭇 다른 특징을 가지고 있다.

따라서, 본 연구에서는 이러한 차분방법에 기초한 격자볼츠만법 (FDLBM)을 도입한 2 차원 열·유체 모델을 적용하여 원형 실린더 주변에서 발생하는 유동소음 (Aeolian tone)의 발생 메커니즘을 확인하였다. 아울러 유동소음의 격자의존성을 검토하기 위한 방편으로서, 저 Reynolds 수 흐름을 갖는 직교자표계를 이용한 각주 (square cylinder) 및 NACA0012 를 사용하여 음파의 성질을 파악하였다.

## 2. 이론해석

이론해석을 위한 차분격자볼츠만법의 기본적인 모델은 이산화 BGK 방정식 (Bhatnager-Gross-Krook equation)을 수정한 형태로서 다음과 같은 속도분포함수  $f_i$ 를 이용한 형태를 갖고 있다.

$$\frac{\partial f_i(t, \mathbf{r})}{\partial t} + c_{i\alpha} \frac{\partial f_i(t, \mathbf{r})}{\partial r_\alpha} - \frac{Ac_{i\alpha}}{\phi} \frac{\partial}{\partial r_\alpha} [f_i(t, \mathbf{r}) - f_i^{eq}(t, \mathbf{r})] = -\frac{1}{\phi} [f_i(t, \mathbf{r}) - f_i^{eq}(t, \mathbf{r})] \quad (1)$$

여기서  $f_i^{eq}$ 는 국소평형분포함수 (local equilibrium distribution function)를 나타내며,  $\phi$ 는 1 timestep에서 입자가 평형상태에 도달할 때까지 걸리는 시간에 해당하며, 일반적으로 단일시간완화계수라 불린다.

국소평형분포함수는 압축성 모델의 경우, 유속

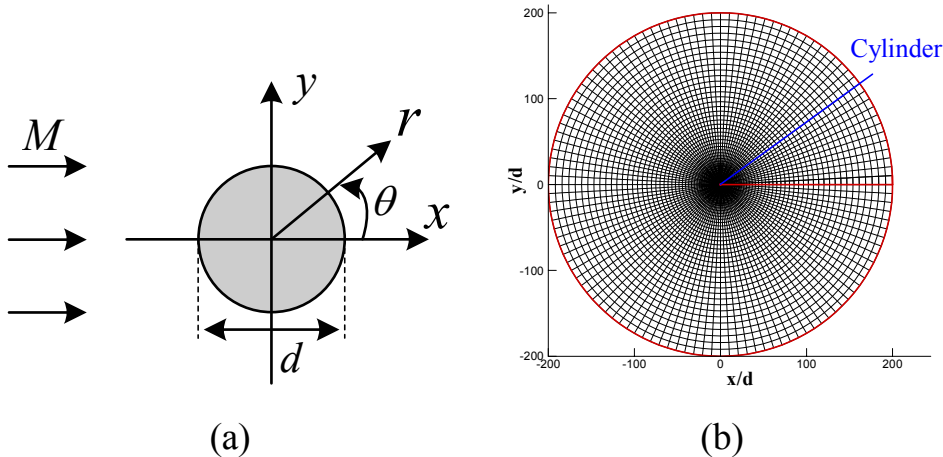
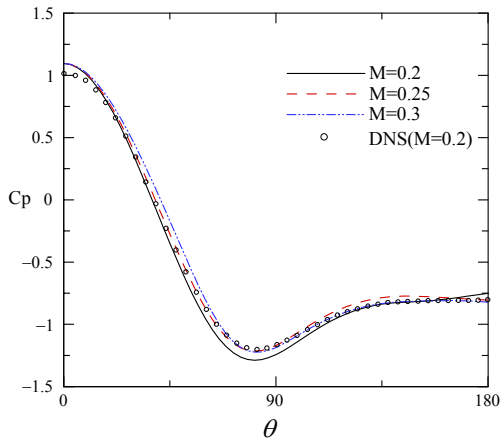


Fig. 2 Schematic diagram of the flow field (a) and computational mesh for flow past a circular cylinder (b)



**Fig. 3 Time averaged pressure coefficient Cp at M=0.2, 0.25, 0.3 and DNS**

u 에 관해 3 차항까지 전개한 다음식이 이용된다.

$$f_i^{eq} = F_i \rho \left[ 1 - 2Bc_{i\alpha}u_\alpha + 2B^2(c_{i\alpha}u_\alpha) + Bu^2 - \frac{4}{3}B^3(c_{i\alpha}u_\alpha) - 2B^2c_{i\alpha}u_\alpha u^2 \right] \quad (2)$$

여기서  $c_i$  는  $i$  방향에 대한 입자의 속도를 나타내며,  $F_i$  및  $B$  는 거시적 흐름의 지배방정식을 도출할 때에 필요로하는 유체의 밀도, 운동량 및 에너지의 조건으로부터 결정된다.

한편, 각 격자점에서 유체의 밀도, 운동량 및 에너지는 다음과 같이 표현된다.

$$\rho = \sum_i f_i = \sum_i f_i^{eq} \quad (3)$$

$$\rho u = \sum_i c_i f_i = \sum_i c_i f_i^{eq} \quad (4)$$

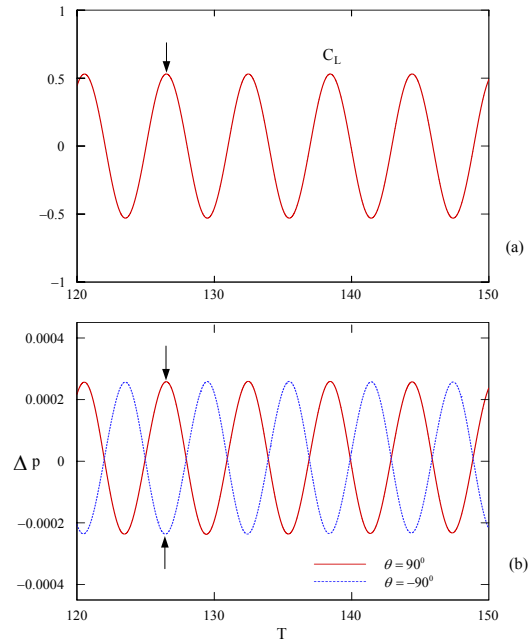
$$\rho e = \sum_i \frac{1}{2} c_i^2 f_i - \frac{1}{2} \rho u^2 = \sum_i \frac{1}{2} c_i^2 f_i^{eq} - \frac{1}{2} \rho u^2 \quad (5)$$

식(3)~(5)에서 정의된 물리량은 분포함수와 국소 평형분포함수에서 정의하고 있는 것이며, 이러한 물리량은 입자들이 충돌 (collision)할 때에 보존되는 것을 의미한다.

### 3. 수치계산 방법

흐르는 유체중에 물체가 놓여있는 경우, 흐름과 물체의 간섭에 의한 유동소음이 발생한다. 이러한 대표적인 예로서, 유체와 원주의 간섭에 의한 Aeolian 음이 발생하며, 이러한 현상은 Karman 와열의 발생과 밀접한 관계가 있는 것으로 알려져있다.

흐름장의 계산대상으로서 Fig. 2 과 같이 2 차원



**Fig. 4 Lift force acting on the cylinder (a) and time history of the sound pressure (b). M=0.2, Re=150. Arrows indicate at T=127.**

원주 주위의 흐름을 생각한다. 계산에서 원주중심을 원점으로 한 극좌표를 이용하고, 전 계산영역은 원주 직경의 400 배를 설정하였다.

초기조건으로서 전방원방으로부터는 일정 유속의 유입속도를 설정하며, 일정유속에 기초한  $Re = U_0 d / \nu$  와 같이 정의된다. 여기서  $\nu$  는 동점성계수를 의미한다. 또한 격자점수는  $r \times \theta = 201 \times 121$  을 설정하였으며, 내부에너지  $e$  를 변화시킴으로서 유체의 음속을 조정하여 Mach 수  $M$  을 변경하는 방법이 이용되었다.

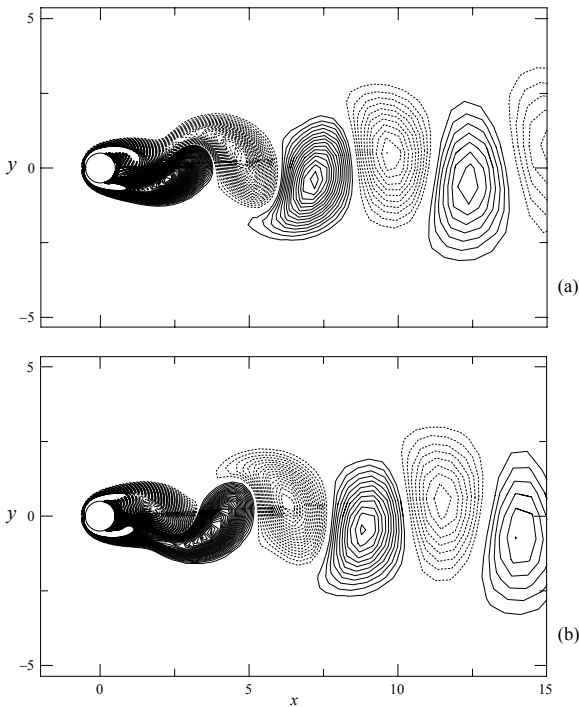
한편, 시간의 이산화는 2 차정도의 Runge-Kutta 및 공간의 이산화로서 대류항을 3 차정도의 Upwind 스킴 (UTOPIA)을 적용하였다. 경계조건으로서 물체표면에서는 점착조건 및 단열조건을 주었으며, 외부경계로부터 수치적 반사를 제거하기 위하여 실린더로부터 충분히 떨어져 있도록 계산조건을 설정하였다.

한편, 격자의 의존성을 검토하기 위하여, 흐르는 유체중에 각주 및 NACA0012 를 설정하여 Aeolian 음의 발생현상을 조사하였다. 기타 모든 물리적 조건들은 Fig. 2 에서 설명한 경우와 같게 설정하여 수치계산을 행하였다.

### 4. 계산결과 및 고찰

#### 4.1 Aeolian tone

일정 유속중에 실린더로부터 방출되는 유체음의



**Fig. 5 Time propagation of a vorticity field.  $M=0.2$ ,  $Re=150$ . (a)  $T=127$ . (b)  $T=132$ .**

직접계산은 식(1)을 이용하여 계산되었다.

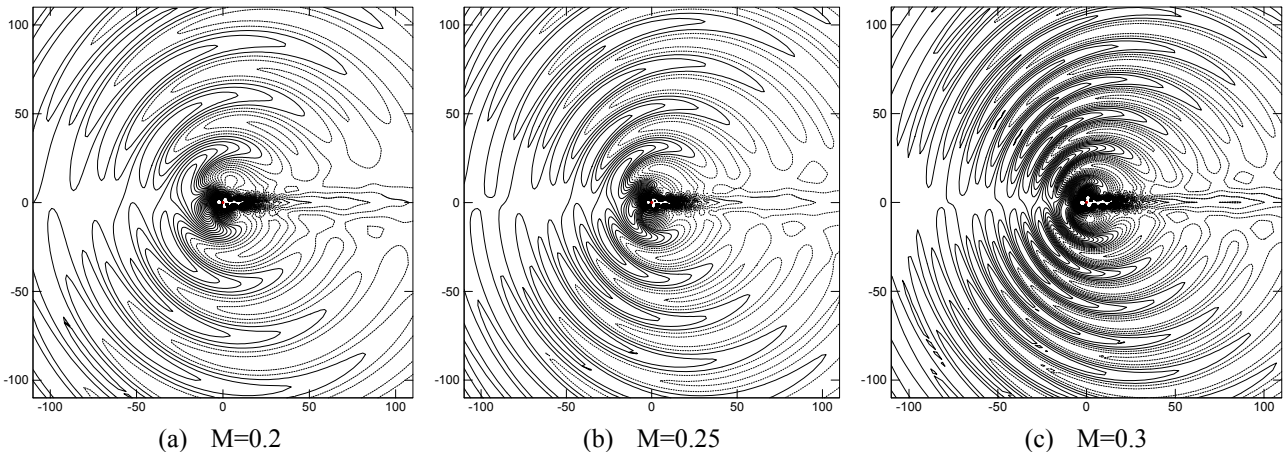
Fig. 3에서 Fig. 6은  $Re=150$ 에서, Karman 와열이 충분히 발생했을 때의 계산결과들을 나타내고 있다. Fig. 3은 3개의 다른 Mach 수 ( $M=0.2, 0.25$  및  $0.3$ )에 대해 원주표면의 각도  $0 \leq \theta \leq \pi$ 의 범위 안에서의 변동하고 있는 압력계수  $C_p$ 의 변화를 DNS의 결과와 함께 나타내고 있다. 그림에서 알 수 있듯이 압력계수  $C_p$ 는 각각의 Mach 수에 의해 크게 영향을 받지 않는다는 것을 알 수가 있으며, 같은 조건의 DNS 결과와 매우 잘 일치함을 알 수가 있다.

한편, 실린더 근방의 흐름구조를 조사하기 위하여, 무차원 시간의 흐름에 따른 실린더 표면에 작용하는 양력  $C_L$  과 압력변동이 Fig. 4에 나타나 있다. Fig. 4(b)는 원주직경  $d=50$ 와  $\theta=90^\circ$  및  $-90^\circ$ 에서 측정된 압력파의 시간변동을 보여주고 있다. 무차원시간  $T(=Ut/d)=120 \sim 150$ 에 있어서 Fig. 4(a)의 양력계수  $C_L$ 과 비교할 때,  $\Delta p$ 의 변동주기가  $C_L$ 의 변동주기와 같은 주기로 진동하고 있는 것을 알 수가 있다 (Fig. 4(a), (b)에서 화살표). 즉, 무차원시간  $T=127$ 에 있어서  $C_L$ 의 최고치는 압력변동  $\Delta p_{\theta=\pm 90}$ 을 나타내는 Fig. 4(b)의 (+) 및 (-) 값과 일치하고 있다. 이 경우,  $S_t = fd/U$ 와 같이 정의된 Strouhal 수는  $0.177$ 이었으며, 이러한 것은  $Re=150$ 에서 실험 및 DNS의 결과와 매우 일치함을 보였다.

Fig. 5는  $T=127$  및  $132$ 에서 vorticity line을 보여주고 있다. Vortex는 실린더의 상부로부터 shedding되는 것을 알 수가 있으며, 실린더 뒤에서는 vortex가 실린더 후류쪽으로 갈수록 점점 약해지는 것을 알 수가 있다.

Fig. 6은 원주주위로부터 발생하여 퍼져나가는 음압의 분포를 보여주고 있다. 무차원시간  $T=132$ 에 있어서 각각의 Mach 수에서 압력분포  $\Delta p_{step}$ 를 나타내고 있으며, 원주후방에서 주기적인 Karman 와가 발생하는 것을 알 수가 있다. 그림에서 알 수 있듯이 원주를 중심으로 상하 교대로 (+)와 (-)의 압력파가 전파하고 있으며, 마하수가 증가함에 따라 전파되는 음파의 거리  $\Delta r$ 가 점점 작아지는 것을 확인할 수가 있다.

4.2 유동소음의 격자의존성 검토



**Fig. 6 Contours of sound pressure at three different Mach numbers.  $T=132$ .  $Re=150$ . Solid lines: positive, dotted: negative.**

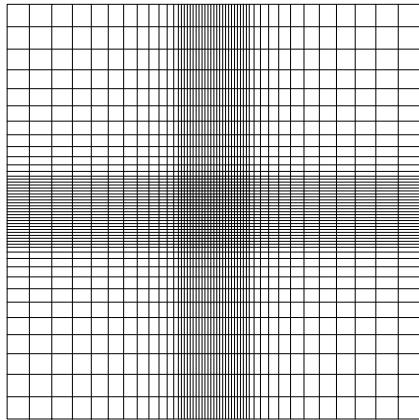


Fig. 7 Calculation mesh

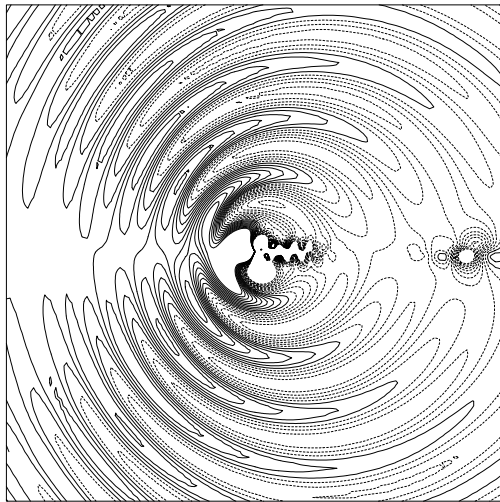


Fig. 8 Acoustic pressure distribution around square cylinder for  $M=0.3$ ,  $Re=200$  at  $T=142$ .

4.2.1 Square cylinder

유동소음의 격자에 대한 의존성을 검토하기 위해, Fig. 7 과 같이 2 차원 직교좌표를 이용한 각주 주위의 흐름장을 고려해 동심원 형태의 음파가 발생하가를 조사하였다. 각주 한 변의 길이를 대표 길이  $L$ 로 하여 전 계산영역은 각주의 200 배를 주었다.

Fig. 8 은 Mach 수  $M = 0.3$  ( $U = 0.2, e = 0.222$ ) 에 있어서의 음압의 분포를 나타내고 있다. 음파가 동심원 형태로 전파하는 것을 확인할 수가 있다. 즉, 격자의 형상은 음파의 발생에 관계가 없음을 확인할 수가 있어, 음파의 전파는 등방적 성질 (isotropic characteristic)을 가지고 있는 것을 알 수가 있다.

4.2.2 NACA0012

Figs. 9 와 10 은  $M = 0.2$  및  $Re = 200$ 에서 영각

$14^\circ$  를 갖고 있는 NACA0012 주위의 흐름장을 나타내고 있다. 이 경우, 익현의 중앙위 부분의 이탈된 상부전단층에 의해 발생된 vortex shedding 이 성장하는 것을 보여주며(Fig. 10), airfoil 상하를 따라 압력파가 전파하는 것을 알 수가 있다(Fig. 9). 또한, Fig. 9로부터 음파는 각주의 경우와 같이 격자의 형상에 관계없이 등방성을 가지고 있다는 것을 알 수가 있다.

5. 결론

차분격자볼츠만의 2 차원 열·유체 모델 및 극좌표를 갖는 2 차원 원주 주위의 흐름장으로부터 발생하는 유체음 (Aeolian tone)을 직접적으로 계산하여 음파의 발생 현상을 성공적으로 모사하였다.

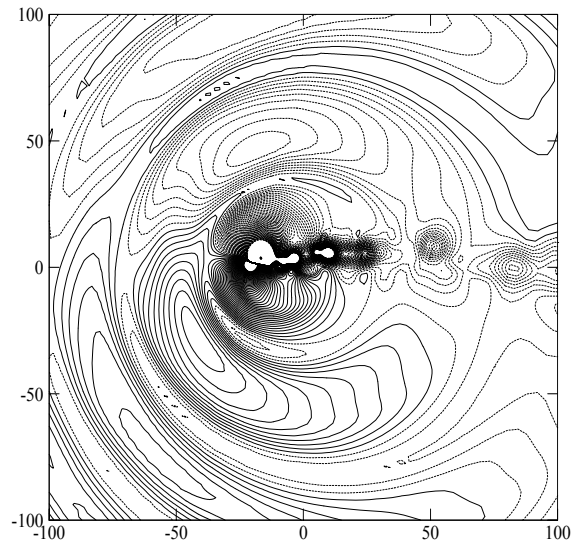


Fig. 9 Contours sound pressure past a NACA0012 airfoil at 14 deg angle of attack.  $T=156$ ,  $Re=200$ ,  $M=0.2$

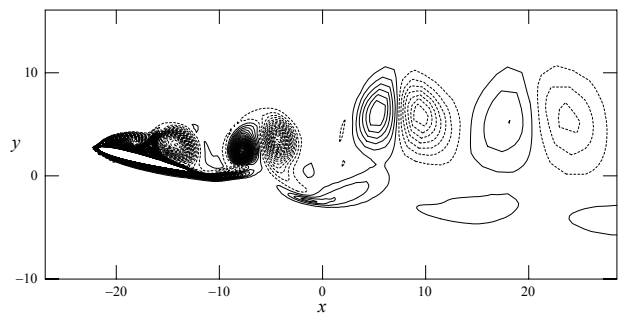


Fig. 10 Vorticity contours for a two-dimensional flow past a NACA0012 airfoil at 14 deg angle of attack.  $T=156$ ,  $Re=200$ .

또한, 격자의 의존성을 조사하기 위해, 직교좌표를 이용한 각주 및 NACA0012 를 이용하여, 음파의 발생현상이 조사되었다. 이에 따라 음파는 격자의 형상에 관계가 없으며, 등방적 성질(isotropic characteristic)을 가지고 있음을 확인할 수 있었다.

### 참고문헌

- (1) Mei, R. and Shyy, W., 1998, "On the Finite Difference-based Lattice Boltzmann Method in Curvilinear Coordinates", *Journal of Computational Physics*, Vol. 143, pp. 426~448.
- (2) Alexander, F.J., Chen, S. and Sterling, D.J., 1993, "Lattice Boltzmann Thermodynamics," *Physical Review E*, Vol. 47, pp. 2249~2252.
- (3) Inoue, O. and Hatakeyama, N., 2002, "Sound Generation by a Two-dimensional Circular Cylinder in a Uniform Flow," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 471, pp. 285~314.
- (4) Shen, W.Z. and Sorensen, J.N., 1999, "Comment on the Aeroacoustic Formulation of Hardin and Pope," *AIAA Journal*, Vol. 37, No.1.
- (5) Pointsof, T. and Lele, S.K., 1992, "Boundary Conditions for Direct Simulation of Compressible Viscous Flows," *Journal of Computational Physics*, Vol. 101, pp. 104~129.
- (6) Chen, Y. and Doolen, G.D., 1998, "Lattice Boltzmann Method for Fluid Flows," *Annual Review Fluid Mechanics*, Vol. 30, pp. 329~364.