

영역분할조건평균법에 근거한 난류에혼합화염내 난류운동에너지 생성에 관한 연구

임용훈** · 허강열**

Analysis of Flame Generated Turbulence for a Turbulent Premixed Flame with Zone Conditional Averaging

Yong Hoon Im^{*} and Kang Yul Huh^{**}

ABSTRACT

Mathematical formulation of the zone conditional two-fluid model is established to consider flame-generated turbulence in premixed turbulent combustion. The conditional statistics of major flow variables are investigated to understand the mechanism of flame generated turbulence. The flow field in burned zone shows substantially increased turbulent kinetic energy, which is highly anisotropic due to reaction kinematics across thin flamelets. The transverse component of rms velocities in burned zone become larger than axial component in the core of turbulent flame brush. The major source or sink terms of turbulent kinetic energy are the interfacial transfer by the mean reaction rate and the work terms by fluctuating pressure and velocity on a flame surface.

Key Words : Premixed turbulent flame, Zone conditional averaging, Flame generated turbulence, Direct Numerical Simulation.

1. 서론

난류반응유동에서는 난류유동과 화학반응 사이의 밀접한 상호작용으로 인하여 현상을 해석하는데 많은 어려움을 겪고 있으며 이러한 해석상의 어려움을 극복하기 위한 다양한 방법이 연구되어 왔다. 그 중에서 조건평균(Conditional averaging)을 이용한 방법은 비반응 난류유동 [1-4]에서 뿐만 아니라 난류반응유동 [5-9]에도 적용되어 난류연소 현상을 이해하는데 큰 기여

를 하고 있다. Damkohler 수가 매우 큰 반응유동에서는 급속화학반응 가정이 성립하게 되므로 예혼합연소의 경우 반응가스와 생성가스가 매우 얇은 화염에 의해서 분리되어 있는 양상으로 파악할 수 있다. 따라서 영역분할조건평균법을 이용한 해석이 기존의 질량가중평균법을 이용한 해석보다 난류에혼합연소 현상을 해석하는데 더 적합하다고 볼 수 있다.

Chen et al. [8]은 intermittency 함수를 이용한 two-fluid 모델을 제시하였는데 주름진 층류 화염에 대한 실험 결과와의 검증을 통해 모델의 타당성을 확인하였다. Spalding [10]은 두개의 서로 다른 영역에 작용하는 압력의 크기가 같다는 가정 하에 이상유동 해석에 적용된 모델을 근간으로 하여 난류반응유동 해석을 위한 two-fluid

* 포항공과대학교 기계공학과 대학원

† 연락처자, iyh@postech.ac.kr

** 포항공과대학교 기계공학과

모델을 제시하였다. Spalding의 two-fluid 모델에서는 임의의 위치에서 반응가스와 생성가스에 의해서 점유된 시간의 비로 정의되는 변수로서 각 영역의 영향을 반영 하였으며 부력반응유동에 적용하여 모델의 타당성을 검증하였다. [11] Markatos 와 Kosifaki [12]는 Spalding의 two-fluid 모델을 간단한 일차원 난류연소 문제에 적용하여 모델의 검증을 수행하였는데 연소반응을 화염 면에서의 질량천이로 처리하였다. Ljebgushi [13]는 연소반응을 간단한 Arrhenius 형태의 식으로 처리하여 난류에혼합연소 해석을 수행하였으며 실험 결과와의 비교를 통하여 제시된 two-fluid 모델이 정성적인 경향을 잘 예측하고 있음을 보였다.

난류반응유동에 있어 Damkohler 수가 충분히 큰 경우 난류는 화염의 근본 구조에는 영향을 미치지 못하지만 화염을 주름지게 하여 반응가스와 접촉면을 넓히고 연료와 공기의 혼합을 촉진 시킴으로써 연소율을 향상시킨다. 하지만 연소반응이 난류유동에 어떠한 영향을 끼치는 지에 대해서는 아직까지 명확한 규명이 이루어지지 않고 있다. 최근 들어 실험기법의 발달과 더불어 난류 화염내에서 측정이 가능해지고 난류반응유동에 대한 DNS 해석이 이루어지면서 연소로 인한 난류운동에너지 생성과 관련한 연구가 새로운 국면을 맞이하고 있다. 특히 연소로 인하여 생성되는 난류운동에너지가 반응가스에서의 열전달, 배기 가스의 생성 및 연소의 불안정성에 큰 영향을 끼치는 것으로 알려져 최근 환경문제와 관련하여 이에 대한 관심이 높아지고 있다.

Ballai [14]은 화염이 벽에 의해서 구속된 경우와 구속되지 않은 조건에서 연소로 인하여 생성되는 난류운동에너지의 증가 원인을 실험 및 간단한 수학적 해석을 통하여 연구하였다. Furukawa [15]는 LDV 측정 기법을 이용하여 난류에혼합화염에서의 난류운동에너지를 측정하였는데 평균난류화염대(turbulent flame brush)의 중간 영역에서는 반경 방향의 난류운동성분이 급격하게 증가하는 반면 생성가스 영역에서는 난류운동에너지의 스펙트럼이 낮은 주파수쪽으로 이동하며 축 방향 난류운동성분이 전체 난류운동에너지 크기를 좌우하는 것으로 밝혀졌다. Zhang 과 Rutland [16] 그리고 Nishiki et al. [17]은 DNS 해석을 통하여 질량가중평균 된 난류운동에너지 지배방정식의 각 항의 크기 분포를 조사하였으며, 연소로 인하여 생성되는 난류운동에너지는 열발열비에 비례하여 증가하고 압력교란과 관련한 상관 항들이 연소로 인한 난류운동에너지의 증가에 큰 영향을 끼치는 것을 밝혀내었다.

본 연구에서는 기존의 질량가중평균법 대신 영역분할조건평균법을 적용하여 난류에혼합연소

현상을 해석하고자 하였다. 특히 연소로 인하여 생성 되는 난류운동에너지의 특성을 난류에혼합연소에 대한 DNS 결과에 근거하여 해석하고 영역분할평균법으로 유도되는 조건평균된 지배방정식의 타당성을 검증하고자 한다.

2. 영역분할조건평균법

영역분할조건평균을 구현하기 위해서 아래와 같이 Heaviside 함수를 도입하여 지표함수를 정의한다.

$$H_c(c; \mathbf{x}, t) = H(c - c^*) = \begin{cases} 1 & \text{if } c(\mathbf{x}, t) \geq c^* \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

여기서 c^* 는 두 가스영역을 나누는 경계면을 결정하는 값이고, 화염 면은 매우 큰 Damkohler 수가정 하에서 화염 안에 존재할 수 있는 확률이 무시 될 수 있을 정도로 얇다고 가정한다. 이러한 조건에서는 지표함수의 평균값과 Reynolds 평균된 반응진행변수 c 의 평균값이 근사적으로 같아지게 된다.

$$\langle H_c \rangle \approx \bar{c}. \quad (2)$$

또한 위의 성질로부터 임의의 변수 Φ 에 대해 다음과 같은 관계식들이 성립한다.

$$\langle H_c \Phi \rangle = \bar{c} \langle \Phi \rangle_h \quad (3)$$

$$\langle (1 - H_c) \Phi \rangle = (1 - \bar{c}) \langle \Phi \rangle_u \quad (4)$$

여기서 $\langle \Phi \rangle_u$ 와 $\langle \Phi \rangle_h$ 는 반응가스와 생성가스 영역에서 조건평균된 값을 각각 의미한다. 위에서 정의된 Heaviside 함수에 대한 지배방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial H_c}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla H_c = S_c \Sigma \quad (5)$$

여기서 변위속도 S_c 는 층류화염속도 S_L 와 같다고 가정하였으며 순간 화염면적 밀도는 아래 식으로 정의된다.

$$\Sigma = |\nabla c| \delta(c - c^*) \quad (6)$$

질량, 운동량, 그리고 난류운동에너지에 대한 영역분할조건평균된 지배방정식은 각 변수에 대한 순간 지배방정식에 반응가스영역에 대해서는 $(1-H)$, 생성가스영역에 대해서는 H 를 곱하여 Reynolds 평균을 함으로서 얻을 수 있다. 각 영역에 대하여 조건평균된 질량, 운동량, 그리고 난류운동 에너지에 대한 지배방정식은 부록에 나와 있는 바와 같다.

조건평균된 질량, 운동량, 그리고 난류운동에너지 지배방정식에서는 닫힘 문제를 야기하는 항들이 발생하게 되는데 영역분할조건평균법을 이용한 수치해석 결과를 얻기 위해서는 다음과 같은 항들에 대한 모델링이 이루어져야 한다.

$$\begin{aligned} &\langle P \rangle_{sm}, \langle \mathbf{v} \rangle_{sm}, \langle \mathbf{v}' \cdot \mathbf{v}' \rangle_{sm}, \langle P' \mathbf{v}' \rangle_{sm}, \langle P' \mathbf{n}' \rangle_{sm}, \\ &\langle \mathbf{v}' \cdot \mathbf{n}' \rangle_{sm}, \langle P' \mathbf{v}' \cdot \mathbf{n}' \rangle_{sm}, \Sigma_f \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 아래 첨자 u, su는 반응가스 영역에서의 체적 및 표면 평균값들을 의미하며 생성가스 영역에 대해서는 b, sb로 표시된다. 영역분할조건평균법에서는 각 영역을 밀도가 일정한 비반응 유동으로 취급하므로 경계면에서의 표면평균과 관련한 항들을 제외하고는 비반응 유동에 대해서 적용되는 모델을 그대로 사용할 수 있는 장점이 있다.

3. 영역분할조건평균을 이용한 DNS 데이터해석

난류예혼합연소에 대한 Nishiki [18]의 DNS 결과를 이용하여 영역분할조건평균을 적용하여 얻어지는 주요 변수들의 평균값들과 닫힘 문제로 발생하는 항들의 통계적 거동에 대한 해석을 수행하였다. DNS는 균일한 난류유동장에서 전파되는 난류예혼합화염에 대하여 수행되었으며 입구조건을 적절하게 변경함으로써 완전 발달된 정상화염의 결과를 얻을 수 있었다. [18] DNS 수치해석의 계산 영역 및 구성과 운전조건은 그림 1과 Table1에 각각 나타내었다.

매우 얇은 반응영역에서는 변수들의 값들이 급격한 구배를 가지게 되는데 본 연구에서는 이를 적절하게 처리하기 위해서 표면평균의 개념을 도입하였다.

요동하는 임의의 변수 Φ 에 대하여 비조건평균값을 구하는 식은 아래와 같다.

$$\bar{\Phi} = \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} \Phi(t) dt. \quad (8)$$

조건체적 및 표면평균값을 구하는 식은 반응진행변수 c 를 척도로 하여 아래와 같이 주어진다.

$$\langle \Phi \rangle_c = \langle \Phi | c < c_u^* \rangle \quad (9)$$

$$\langle \Phi \rangle_c = \langle \Phi | c > c_b^* \rangle \quad (10)$$

$$\langle \Phi \rangle_{c_m} = \langle \Phi | c_u^* < c < c_m^* \rangle \quad (11)$$

$$\langle \Phi \rangle_{c_s} = \langle \Phi | c_b^* < c < c_s^* \rangle \quad (12)$$

여기서 c_u^* , c_m^* , c_b^* 그리고 c_s^* 는 조건체적 및 표면평균의 샘플링 범위를 결정짓는 경계 값을 의미한다. 민감도 조사 결과 조건평균된 값들은 경계 값들의 변화에 크게 민감하지 않은 것으로 나타났으며 본 연구에서 사용된 경계 값들이 Table 2에 나와 있다. 일반적으로 DNS의 시뮬레이션 시간이 변수의 평균값들의 시간독립성을 보장할 만큼 충분히 길지 않기 때문에 본 연구에서는 ergodic 이론과 등방난류조건에 근거하여 시간 및 공간평균을 동시에 취하여 조건평균된 값들을 구하였다. DNS 결과에 대해 조건평균값을 구하는 식은 아래와 같다.

$$\bar{\Phi} = \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} \langle \Phi(t) \rangle dt \quad (13)$$

$$\langle \Phi(t) \rangle = \frac{\sum_{i=1}^N \Phi}{N}. \quad (14)$$

4. 결과

그림 2는 시간변화에 따른 순간 화염면의 천이를 보여주고 있다. 그림에서 보는바와 같이 난류의 영향으로 인하여 화염면이 주름지게 되고 화염면의 위치도 시간에 따라 요동하고 있음을 볼 수 있다.

조건평균된 축 방향 속도성분의 평균난류화염대내에서의 분포가 그림 3에 나타나 있다. 반응가스영역에서의 조건체적 및 표면평균값은 평균

난류화염대의 선단부에서 약간의 차이를 보이다가 화염대의 말미에서는 거의 같은 값을 갖는 반면, 생성가스영역에서의 조건평균값들은 평균난류화염대내에서 그 차이가 갈수록 커지고 있음을 볼 수 있다.

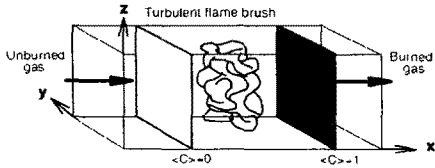


Fig 1: Configuration of direct numerical simulation for a premixed turbulent flame [18]

평균난류화염대내에서 조건체적 및 표면평균된 압력 값들의 거동이 그림 4에 나와 있다. 각 영역에서의 조건체적 및 표면평균된 압력 값들은 근사적으로 차이가 거의 없음을 볼 수 있다. 반응가스와 생성가스영역에서의 조건표면평균값들의

차이는 $\rho_v \tau (S_{lm}^* l_v)^2$ 의 관계식으로 나타낼 수 있는데, 평균난류화염대내에서 평균 인장 함수 l_v 가 단조 증가하는 경향을 보이므로 조건평균 압력 값들의 차이 역시 \bar{c} 에 비례하여 단조 증가하는 경향을 보이고 있다.

평균인장함수, 화염밀도함수, 그리고 평균반응물의 평균난류화염대내에서의 거동이 그림 5에 나타나 있다. 여기서 평균인장함수의 크기는 국부적인 화염밀도함수와 평균반응물로부터 구하였다.

반응가스와 생성가스 영역에서의 조건평균된 난류운동에너지 값의 평균난류화염대내에서의 거동이 그림 6에 나타나 있다. 반응가스영역에서 조건평균된 난류운동에너지 값은 평균난류화염대내에서 단조롭게 감소하고 있는데 반해, 생성가스영역에서 조건평균된 난류운동에너지는 급격하게 증가하고 있는 양상을 보여주고 있는데 \bar{c} 값이 0.9 근처에서 최대 값을 가진 이후 급격하게 감소하고 있음을 볼 수 있다. 이는 그림 9에서 보는 바와 같이 급격하게 증가하고 있는 난류소멸률과 밀접한 관련을 갖는 것으로 보인다.

평균난류화염대내에서의 생성가스 영역의 rms 난류응력성분의 거동이 그림 7에 나타나 있다. 생성가스영역 조건평균값들은 반경방향의 응력

성분이 축방향 응력성분보다 커지는 비등방성을 보이면서 급격하게 증가하고 있음을 알 수 있는데 이는 Furukawa [15]가 실험적으로 측정한 결과와도 일치한다. 난류화염대의 말미에 가서는 축방향 응력성분은 계속 증가하는 반면 반경방향의 응력성분은 급격하게 감소하는 경향을 보이고 있으며 반응이 완전하게 끝난 생성가스 영역에서는 축방향 응력성분이 반경방향 응력성분보다 큰 비등방성을 유지하면서 소멸해 나가고 있음을 볼 수 있다.

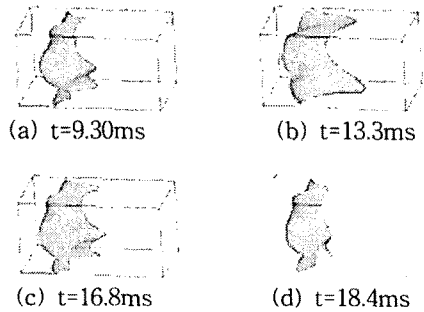


Fig. 2: Fluctuating wrinkled flame surfaces [18]

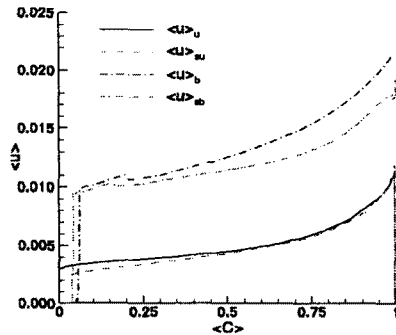


Fig. 3: Comparison of the axial components of volume and surface average conditional velocities in unburned and burned zone

연소로 인한 난류응력성분의 비등방성 정도를 알아보기 위하여 DNS 결과를 이용하여 평균난류화염대내에서의 AIM(Anisotropy Invariant Map)을 조사해보았다. 그림 8에서 보는 바와 같이 연소가 일어나기 이전에 등방성을 유지하고 있던 난류유동은 연소가 일어남에 따라 평균난류화염대내에서 비등방성을 갖는 난류유동으로 바뀌어 가는 것을 확인 할 수 있다.

각 영역에서의 조건체적평균된 난류소멸률의

평균난류화염대내에서의 거동이 그림 9에 나와 있다. 반응가스영역의 조건평균값의 거동은 비반응 난류유동장에서의 감쇠난류의 전형을 보여주는 반면 생성가스영역의 조건평균값들은 화염대 내에서 급격히 증가하는 경향을 보이고 있다.

그림 10에서는 영역분할조건평균된 난류운동에너지 지배방정식에 대한 budgets을 나타내었는데, 연소에 의한 경계천이항 V 가 생성가스 영역에서의 급격한 난류운동에너지 증가에 주된 원인으로 작용하고 있음을 볼 수 있다. 반응가스 영역에서도 경계천이항 V 는 대류유속의 유입 항과 평형을 이루는 역할을 하고 있다. 그림 10(b)에서 보듯이 IV항은 평균난류화염대의 전반부에서는 거의 영향을 끼치지 못하고 있지만 화염대의 말미로 감에 따라 상쇄 항으로서 신체 budgets에 큰 영향을 끼치고 있음을 알 수 있다.

5. 결론

본 연구에서는 난류예혼합화염 해석을 위하여 영역분할조건평균을 이용한 two-fluid 모델의 개발을 수행하였으며 유도된 조건평균지배방정식의 타당성을 조사하기 위하여 난류예혼합연소 DNS 해석 결과를 이용하여 주요 변수의 조건평균값들의 특성에 대하여 연구하였다. Two-fluid 모델의 지배방정식은 각 영역에서 조건체적평균된 항들과 경계천이를 기술하는 조건표면평균된 항들로 이루어져 있는데 경계면에서의 조건표면평균항이 연소로 생성되는 난류운동에너지와 밀접한 인관을 갖는다는 것을 확인할 수 있었다. DNS 결과를 이용하여 난류운동에너지에 대한 조건평균지배방정식의 budgets을 해석해 본 결과 평균반응율과 조건표면평균된 난류운동에너지의 곱으로 이루어진 항과 화염표면에서 속도와 압력교란의 곱으로 이루어진 상관 항이 연소로 인한 난류운동에너지 생성에 지배적인 영향을 끼치는 것으로 밝혀졌다.

후 기

본 연구는 연소기술연구센터(CERC)의 도움으로 이루어졌습니다. 관계자 여러분께 감사드립니다.

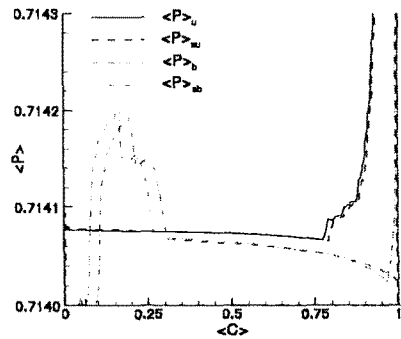


Fig. 4: Comparison of volume and surface average conditional pressure in unburned and burned zone

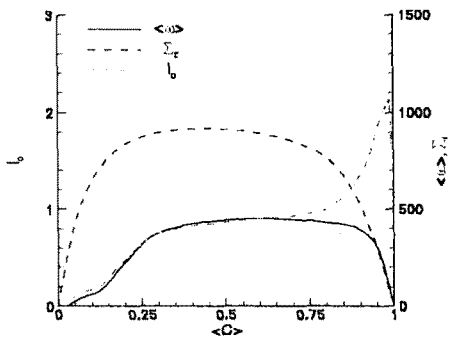


Fig 5: Profiles of mean stretch factor, flame surface density and mean reaction rate

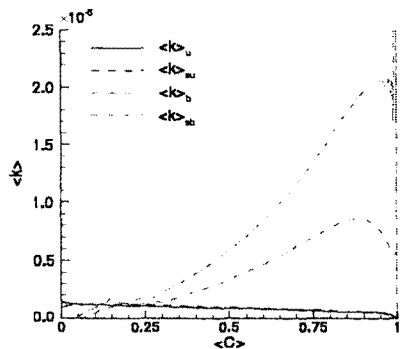


Fig 6: Volume and surface average conditional turbulent kinetic energy in unburned and burned zone

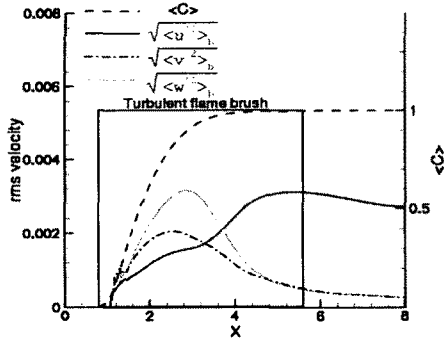
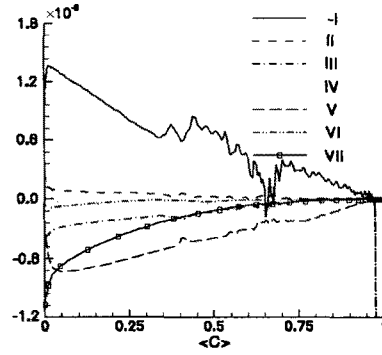


Fig 7: Three components of conditional rms velocities in burned zone



(a) Unburned zone

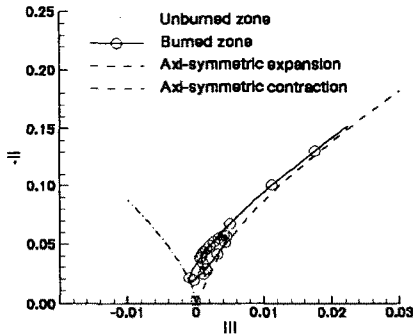
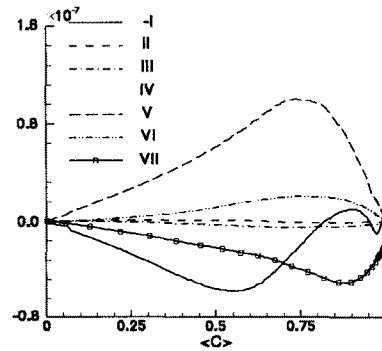


Fig 8: AIM of turbulent flow field in unburned and burned zone



(b) Burned zone

Fig 10: Budgets for the zone conditional conservation equations of turbulent kinetic energy in unburned and burned zone

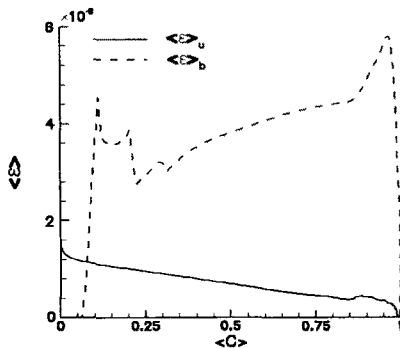


Fig 9: Volume average conditional dissipation rates of turbulent kinetic energy in unburned and burned zone

참고문헌

- [1] Schneider, G. M. et al., " Velocity Measurement in a Processing Jet Flow Using a Three Dimensional LDA Systems," Exp. In Fluids, Vol. 23, Issue 2, pp. 89-98, 1997
- [2] Koso, T., Noshino, Y., Senoo, Y., " Study on the Nature of Turbulent Intermittency Using LDA with Selective Seeding," Trans. JSME, Vol. 55, No. 511, pp. 631-639, 1989
- [3] Adrian, R. J., Ditter, J. L., " Local Flow Structures Defined by Kinematic Events in Isotropic Turbulence," 11. Symposium on Turbulence, 1989
- [4] Osaka, H., Mochizuki, S., and Sato, T., " Turbulent Structure of a Plane Wall Jet Disturbed by a Circular Cylinder," Trans. JSME, Vol. 55, No. 517, pp. 2694-2701, 1989
- [5] Klimenko, A. Y. and Bilger, R. W., " Conditional Moment Closure for Turbulent Combustion," Prog. in Engrgy and Comb. Sci., Vol. 25, pp. 595-687, 1999
- [6] Roomina, M. R. and Bilger, R. W., " Conditional Moment Closure Prediction of a Turbulent Methane Air Jet Flame," Comb and Flame, Vol. 125, Issue 3, pp. 1176-1195, 2001
- [7] Kim, S. H., Huh, K. Y. and Tao, L., "Application of the Elliptic Conditional Moment Closure Model to a Two-Dimensional Nonpremixed Methanol Bluff-Body Flame," Comb. and Flame, Vol. 120, Issue 1-2, pp. 75-90, 2000
- [8] Chen, J. Y., Lumley, J. E. and Gouldin, F. C., " Modeling of Wrinkled Laminar Flames with Intermittency and Conditional Statistics," 21th Symp. (International) on Combustion, pp. 1483-1491, 1986
- [9] Swaminathan, N. and Bilger, R. W., " Assessment of Combustion Submodels for Turbulent Nonpremixed Hydrocarbon Flames," Comb. and Flame, Vol. 116, Issue 4, pp. 519-545, 1999
- [10] Spalding, D. B., "The Two-Fluid Model of Turbulence Applied to Combustion Phenomena," AIAA Journal, Vol. 24, No. 6, pp. 876-88
- [11] Spalding, D. B., " A Turbulence Model for Buoyant and Combusting Flows," Int. Jour. Numerical Methods in Eng., Vol. 24, pp. 1-23, 1987
- [12] Markatos, N. C. and Kotsifaki, C. A., " One-Dimensional, Two-Fluid Modeling of Turbulent Premixed Flames," Appl. Math. Modeling, Vol. 18, pp. 646-657, 1994
- [13] Llegbusi, O. J., " On Two-Fluid Model of Turbulent Combustion Phenomena," Proc. of the ASME Heat Transfer Division, pp. 55-75, 1996
- [14] Ballal, D. R., " Studies of Turbulent Flow-Flame Interaction," AIAA Journal, Vol. 24, No. 7, pp. 1148-1154, 1985
- [15] Furukawa, J., "Investigation of Flame Generated Turbulence in a Large-Scale and Low-Intensity Turbulent Premixed Flame with a 3-Element Electrostatic Probe and a 2-D LDV," Comb. Sci. and Tech., Vol. 154, pp. 163-178, 2000
- [16] Zhang, S. and Rutland, C. J., " Premixed Flame Effects on Turbulence and Press-related Terms," Comb. and Flame, Vol. 102, pp. 447-461, 1995
- [17] Nishiki, S., Hasegawa, T., Borghi, R. and Himeno, R., " Modeling of Flame Generated Turbulence Based on DNS database," Twenty-Ninth Symposium (International) on Combustion, The Combustion Institute, Pittsburgh, 2002, P.2017.
- [18] Nishiki, S., DNS and Modeling of Turbulent Premixed Combustion, Ph.D. Thesis, Nagoya Institute of Technology (January 2003)

부 록

Zone conditioned governing equations of mass, momentum, and turbulent kinetic energy

Continuity:

$$\frac{\partial}{\partial t}[(1-\bar{c})\rho_u] + \underbrace{\nabla \cdot [(1-\bar{c})\rho_u \langle \mathbf{v} \rangle_u]}_i = \underbrace{-\langle \rho S_{L,u} \rangle_{su}}_{ii} \Sigma_f \quad (\text{A1})$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{c}\rho_h) + \underbrace{\nabla \cdot (\bar{c}\rho_h \langle \mathbf{v} \rangle_h)}_i = \underbrace{\langle \rho S_{L,h} \rangle_{sh}}_{ii} \Sigma_f \quad (\text{A2})$$

Momentum:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}[(1-\bar{c})\rho_u \langle \mathbf{v} \rangle_u] + \underbrace{\nabla \cdot [(1-\bar{c})\rho_u \langle \mathbf{v} \rangle_u \langle \mathbf{v} \rangle_u]}_i \\ &= -\underbrace{\nabla \cdot [(1-\bar{c})\rho_u \langle \mathbf{v}'\mathbf{v}' \rangle_u]}_{ii} - \underbrace{(1-\bar{c})\langle \nabla P \rangle_u}_{iii} \\ & \underbrace{-\rho_u S_{L,u} \langle \mathbf{v} \rangle_{su}}_{iv} \Sigma_f \end{aligned} \quad (\text{A3})$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\bar{c}\rho_h \langle \mathbf{v} \rangle_h) + \underbrace{\nabla \cdot (\bar{c}\rho_h \langle \mathbf{v} \rangle_h \langle \mathbf{v} \rangle_h)}_i \\ &= -\underbrace{\nabla \cdot (\bar{c}\rho_h \langle \mathbf{v}'\mathbf{v}' \rangle_h)}_{ii} - \underbrace{\bar{c}\langle \nabla P \rangle_h}_{iii} + \underbrace{\rho_h S_{L,h} \langle \mathbf{v} \rangle_{sh}}_{iv} \Sigma_f \end{aligned} \quad (\text{A4})$$

Turbulent kinetic energy:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}[(1-\bar{c})\rho_u \frac{\langle \mathbf{v}' \cdot \mathbf{v}' \rangle_u}{2}] + \underbrace{\nabla \cdot [(1-\bar{c})\rho_u \langle \mathbf{v} \rangle_u \frac{\langle \mathbf{v}' \cdot \mathbf{v}' \rangle_u}{2}]}_i \\ &= -\underbrace{\nabla \cdot [(1-\bar{c})\rho_u \frac{\langle \mathbf{v}'\mathbf{v}' \cdot \mathbf{v}' \rangle_u}{2}]}_{ii} - \underbrace{(1-\bar{c})\rho_u \langle \mathbf{v}'\mathbf{v}' \rangle_u : \nabla \langle \mathbf{v} \rangle_u}_{iii} \\ & \underbrace{(1-\bar{c})\langle (\mathbf{v} \cdot \nabla P)_u - \langle \mathbf{v} \rangle_u \cdot \langle \nabla P \rangle_u \rangle}_{iv} - \underbrace{\rho_u S_{L,u}^0 \langle \alpha \rangle \frac{\langle \mathbf{v}' \cdot \mathbf{v}' \rangle_{su}}{2}}_{v} \Sigma_f \\ & \underbrace{-\rho_u S_{L,u}^0 \langle \alpha \rangle \frac{1}{2} \langle (\mathbf{v} \rangle_{su} - \langle \mathbf{v} \rangle_u) \cdot (\langle \mathbf{v} \rangle_{su} - \langle \mathbf{v} \rangle_u)}_{vi} \Sigma_f \\ & \underbrace{+(1-\bar{c})\langle \tau' : (\nabla \mathbf{v})' \rangle_u}_{vii} \end{aligned} \quad (\text{A5})$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left[\underbrace{\bar{c}\rho_h \frac{\langle \mathbf{v}' \cdot \mathbf{v}' \rangle_h}{2}}_i \right] + \underbrace{\nabla \cdot \left[\bar{c}\rho_h \langle \mathbf{v} \rangle_h \frac{\langle \mathbf{v}' \cdot \mathbf{v}' \rangle_h}{2} \right]}_i = \\ & -\underbrace{\nabla \cdot \left[\bar{c}\rho_h \frac{\langle \mathbf{v}'\mathbf{v}' \cdot \mathbf{v}' \rangle_h}{2} \right]}_{ii} - \underbrace{\bar{c}\rho_h \langle \mathbf{v}'\mathbf{v}' \rangle_h : \nabla \langle \mathbf{v} \rangle_h}_{iii} \\ & \underbrace{-\bar{c}\langle (\mathbf{v} \cdot \nabla P)_h - \langle \mathbf{v} \rangle_h \cdot \langle \nabla P \rangle_h \rangle}_{iv} + \underbrace{\rho_h S_{L,h}^0 \langle \alpha \rangle \frac{\langle \mathbf{v}' \cdot \mathbf{v}' \rangle_{sh}}{2}}_{v} \Sigma_f \\ & \underbrace{+\rho_h S_{L,h}^0 \langle \alpha \rangle \frac{1}{2} \langle (\mathbf{v} \rangle_{sh} - \langle \mathbf{v} \rangle_h) \cdot (\langle \mathbf{v} \rangle_{sh} - \langle \mathbf{v} \rangle_h)}_{vi} \Sigma_f \\ & \underbrace{+\bar{c}\langle \tau' : (\nabla \mathbf{v})' \rangle_h}_{vii} \end{aligned} \quad (\text{A6})$$

Table 1. Simulation conditions of DNS

ρ_u / ρ_b	T_o	U_L	e_L	u' / U_L
7.53	2260K	0.6 m/s	0.217mm	0.88
l_i / e_L	Re_{li}			
15.9	95.5			

T_o : adiabatic temp. e_L : flamelet thickness

l_i : integral length scale U_L : laminar flame speed

Table 2. Criteria for conditional averaging

	Volume average	Surface average
Unburned zone	$c \leq 0.001$	$0.001 \leq c \leq 0.005$
Burned zone	$c \geq 0.999$	$0.995 \leq c \leq 0.999$