

가우시안 모노펄스를 이용하는 M-ary PPM 초광대역 다중접속시스템의 성능해석

곽재민^{0*}, 이성철^{*}, 조삼구^{*}, 조성준^{**}

* 전자부품연구원 SoC 연구센터

** 한국항공대학교 대학원 통신정보공학과

E-mail : kjm@keti.re.kr

Performance Analysis of M-ary PPM Ultra-wideband Multiple Access Systems Using Gaussian Monopulse

Jae-Min Kwak^{0*}, Sung-Chul Lee^{*}, Sarm-Goo Cho^{*}, and Sung-Joon Cho^{**}

* SoC Research Center, Korea Electronics Technology Institute

** Dept. of Telecomm. & Inform. Eng., Graduate School, Hankuk Aviation University

Abstract

In this paper we theoretically analyze the probability of error for M-ary pulse position modulation (PPM) ultra-wideband (UWB) multiple access system using Gaussian monopulse. The optimum detection of UWB signals using M-ary orthogonal PPM in additive white Gaussian noise (AWGN) and multiple access interference (MAI) is considered, then receiver signal to noise power ratio (SNR) and upper bound for the bit error rate (BER) are derived. Numerical results considering some practical parameters are presented.

Key words : PPM, Gaussian monopulse, UWB

I. 서론

최근들어 하드웨어 성능개선에 의해 스위칭 속도가 고속화 됨에 따라 UWB 통신 시스템의 실현 가능성이 구체화되면서 단거리 고속 무선통신 시스템을 저가로 구현할 수 있는 기술로 관심을 주목받고 있다[1]. 게다가 2002년 2월 미국의 FCC (Federal Communications Commission)에서 1st Report & Order를 승인함에 따라 UWB 기술을 이용하는 새로운 통신기기의 운용 및 상업적인 이용이 사실상 허가되어 UWB 통신 관련 기술과 제품들에 대한 관심은 더욱 증대되고 있다.

UWB 기술은 최소 500MHz의 대역폭을 가지거나 중심주파수의 20% 이상의 대역폭을 갖는 신호를 이용하는 기술로 정의된다 [2]. UWB는 전형적으로 수 나노초 이하의 극도로 좁은 시간폭의 펄스를 이용하여 무선 송신신호의 에너지를 DC에서 수 GHz까지 확산시켜 스펙트럼 밀도가 매우 낮아지는 특징을 가지고 있다. 연구초기에 UWB 통신기술은 사용자간에 고유의 TH(Time Hopping) 패턴을 할당하는 다중접속방식과 비트마다 펄스위치를 변조시키는 PPM 변조를 적용하는 방식으로 소개되었다

[3],[4]. 현재는 DS 방식 과 OFDM 기반의 다중대역을 이용하는 방식 등 다양한 형태의 UWB 통신방식이 소개되어, IEEE 802.15.3a 표준화 그룹에서 UWB 기술의 구체화를 위해 표준화를 진행하고 있다.

지금까지 연구된 UWB 다중접속시스템의 성능과 용량에 대한 논문들은 다음과 같다. [4]에서는 AWGN 채널에서 단일사용자가 존재하는 경우의 UWB 다중접속시스템의 성능을 분석하였다. [5],[6]에서는 Rectangular 펄스를 이용하는 M-ary PPM UWB 다중접속시스템의 용량을 정보 이론적인 측면에서 유도하였다. 지금까지 실질적인 Gaussian monopulse를 이용하는 M-ary PPM UWB 시스템의 성능분석에 대한 연구가 부족하므로, 본 논문에서는 Gaussian monopulse를 이용하는 M-ary PPM UWB 다중접속시스템의 BER 성능과 SNR, 처리이득, 사용자수, E_b/N_0 등의 파라미터들과의 관계식을 유도해보고 BER에 대한 Union bound를 구하여 성능을 비교해본다.

본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. II절에서는 UWB 다중접속 시스템 모델에 대해 설명하고, III절에서 Gaussian monopulse 형태를 고려한 시스템 SNR과 BER을 해석한다. IV절에서는 수치해석 결과를 논의하고 마지막으로 V절에서 결론을 내린다.

II. UWB 시스템 모델

TH 다중접속방식의 UWB 송신기 출력신호 $s_{tr}^{(k)}(t)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$s_{tr}^{(k)}(t) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} A^{(k)} p_{tr}(t - jT_f - c_j^{(k)}T_c - d_{[j/N_p]}^{(k)}) \quad (1)$$

여기서, $p_{tr}(t)$ 은 송신파형이고 k 는 사용자 인덱스이다. T_f 는 프레임 시간 구간, $A^{(k)} = \sqrt{E_p}$, $c_j^{(k)}$ 와 $d_{[j/N_p]}^{(k)}$, N_p 는 각각 사용자 k 의 TH 시퀀스, PPM 변조를 위한 시간천이를 나타내며, 기호 $[q]$ 는 q 의 정수부를 의미한다.. PPM 시간천이 $d_j^{(k)} \in \{\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_M\}$ 에 대해 $\delta_1 = 0 < \delta_2 = T_c/M < \dots < \delta_M = T_c(M-1)/M$ 이라고 가정한다. 따라서 k 번째 송신기로부터의 송신신호는 서로 다른 시간 위치로 천이된 다수의 펄스들로 구성되게 된다. k 번째 송신기로부터 수신된 신호의 표현식은 다음과 같다.

$$s_{rec}^{(k)}(t) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} A^{(k)} p_{rec}(t - jT_f - c_j^{(k)}T_c - d_{[j/N_p]}^{(k)}) \quad (2)$$

이때, $p_{rec}(t)$ 는 k 번째 송신기로부터 수신된 시간 폭 T_p 인 펄스파형이다. UWB 다중접속시스템에 N_u 명의 동시사용자가 통신중이라 가정하면, 전체 수신신호는 다음과 같이 주어진다.

$$r(t) = \sum_{k=1}^{N_u} s_{rec}^{(k)}(t - \tau^{(k)}) + n(t) \quad (3)$$

여기서, $\tau^{(k)}$ 는 사용자 k 로부터의 지연시간이고 $n(t)$ 는 양측 전력스펙트럼밀도가 $N_0/2$ 인 AWGN을 나타낸다. 위의 수식(2), (3)에서, $c_j^{(k)}T_c$ 는 $[0, T_c, 2T_c, \dots, (N_h-1)T_c]$ 범위에서 일양분포하는 iid 이산 랜덤변수로서 $N_h = T_f/T_c$ 이고, $d_{[j/N_p]}^{(k)}$ 도 $[0, T_c/M, 2T_c/M, \dots, (M-1)T_c/M]$ 의 범위에서 일양분포하는 iid (independently, identically distributed) 이산 랜덤변수이며, $\tau^{(k)}$ 는 프레임구간 $[0, T_f]$ 범위에서 일양분포하는 연속 랜덤변수로 가정할 수 있다.

일반적으로 M, N_p, N_h 는 시스템 설계 파라미터이다. 이 파라미터들의 특정 값들은 요구되는 시스템 성능과 구현에 따라 달라질 수 있다. 본 논문에서는 하나의 UWB 심볼에 대한 N_p 를 1로 가정하여 해석을 간소화 하였으며, 이에 따라 심볼 시간폭 $T_s = T_f$ 이다.

다음절에서의 성능해석을 위해 이용되는 중요한 함수로서 $p_{rec}(t)$ 의 상관함수 $h(\tau)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$h(\tau) = \int_0^{T_f} p_{rec}(t)p_{rec}(t-\tau)dt \quad (4)$$

위의 수식에서 기호 τ 는 사용자 1과 사용자 k 의 수신신호 지연 시간차를 의미하며, 아래와 같이 주어진다.

$$\tau = (c_j^{(k)} - c_j^{(l)})T_c + (d_j^{(k)} - d_j^{(l)}) + (\tau^{(k)} - \tau^{(l)}) \quad (5)$$

τ 의 확률밀도함수는 식(5)를 구성하는 여섯개의 독립적인 랜덤변수들의 확률밀도함수들을 컨벌루션하여 구해지며, 존재 범위는 $[-(2T_f - T_c/M), 2T_f - T_c/M]$ 가 된다.

본 논문에서는 아래의 그림과 같은 AWGN 환경에서의 단일사용자 M-ary 직교 PPM에 대한 최적 수신기를 고려하며, 수신기가 사용자 1의 수신신호에 완벽히 동기되어 있다고 가정한다.

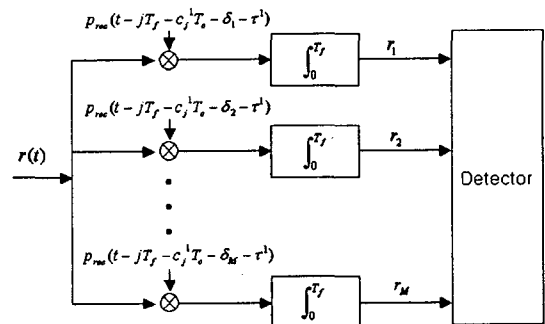


그림 1. AWGN 환경에서의 최적수신기

그림 1에서 수신신호 $r(t)$ 는 M 개의 상관기를 통과하여 $t = T_f$ 에서 샘플링되고 검파기는 샘플링된 M 개의 상관기 출력중 최대치를 나타내는 상관기에 대응되는 신호가 송신된 것으로 판정한다[7].

III. 성능해석

성능해석에서 수신파형 $p_{rec}(t)$ 은 수신기에서 미리 알고 있으며 다음과 같은 Gaussian monopulse 형태를 갖는다고 가정한다[8].

$$p_{rec}(t) = A_G [1 - (\frac{t}{\sigma} - 3.5)^2] \cdot \exp[-0.5(\frac{t}{\sigma} - 3.5)^2] \quad (6)$$

여기서, A_G 는 $p_{rec}(t)$ 의 에너지를 정규화시키기 위한 정규화계수이고, 펄스폭 T_p 는 Gaussian monopulse의 에너지 99.99%를 포함하도록 7σ 로 가정한다. Gaussian monopulse $p_{rec}(t)$ 의 에너지를 계산하면 다음과 같다.

$$E_p = \int_0^{T_p} p_{rec}(t)^2 dt \approx 1.3291\sigma A_G^2 \quad (7)$$

따라서, Gaussian monopulse 의 에너지 정규화 계수 A_G 는 다음과 같다.

$$A_G \approx \frac{1}{\sqrt{1.3291\sigma}} \quad (8)$$

Gaussian monopulse 를 고려한 식 (4) 의 상관함수 $h(\tau)$ 는 τ 의 범위에 따라 아래의 식으로 유도된다.

$$h_{left}(\tau) = \int_0^{\tau} p_{rec}(t)p_{rec}(t-\tau)dt, \quad -T_p \leq \tau \leq 0 \quad (9a)$$

$$= \frac{625}{13293\sigma^4} \left[\begin{array}{l} (-658\sigma^4 - 290\tau\sigma^3 - 14\tau^2\sigma^2 + 2\tau^3\sigma) \\ \cdot \exp\left(-\frac{49\sigma^2 + 2\tau^2 + 14\sigma\tau}{4\sigma^2}\right) \\ + (12\sigma^4\sqrt{\pi} - 12\sqrt{\pi}\tau^2\sigma^2 + \tau^4\sqrt{\pi}) \\ \cdot \operatorname{erf}\left(\frac{7\sigma + \tau}{2\sigma}\right) \cdot \exp\left(-\frac{\tau^2}{4\sigma^2}\right) \end{array} \right]$$

$$h_{right}(\tau) = \int_{\tau}^{T_p} p_{rec}(t)p_{rec}(t-\tau)dt, \quad 0 \leq \tau \leq T_p \quad (9b)$$

$$= \frac{625}{13293\sigma^4} \left[\begin{array}{l} (-658\sigma^4 + 290\tau\sigma^3 - 14\tau^2\sigma^2 - 2\tau^3\sigma) \\ \cdot \exp\left(-\frac{49\sigma^2 + 2\tau^2 - 14\sigma\tau}{4\sigma^2}\right) \\ + (12\sigma^4\sqrt{\pi} - 12\sqrt{\pi}\tau^2\sigma^2 + \tau^4\sqrt{\pi}) \\ \cdot \operatorname{erf}\left(\frac{7\sigma - \tau}{2\sigma}\right) \cdot \exp\left(-\frac{\tau^2}{4\sigma^2}\right) \end{array} \right]$$

식(6) 과 (9)로부터, Gaussian monopulse $p_{rec}(t)$ 와 상관함수 $h(\tau)$ 를 구하여 그림 2 에 나타내었다.

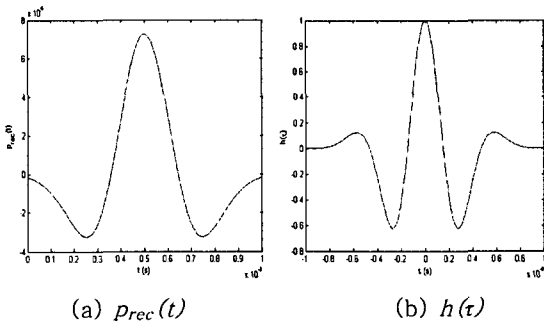


그림 2. Gaussian monopulse, $p_{rec}(t)$ 와 상관함수 $h(\tau)$, ($T_p = 1\text{ns}$)

식(9)에서 $h_{left}(\tau)$ and $h_{right}(\tau)$ 는 서로 대칭이므로 $h(\tau)$ 의 평균과 분산은 다음과 같이 표현된다.

$$E[h(\tau)] = 2 \int_0^{T_p} h(\tau) f_r(\tau) d\tau \quad (10)$$

$$\sigma_h^2 = 2 \int_0^{T_p} (h(\tau) - E[h(\tau)])^2 f_r(\tau) d\tau \quad (11)$$

$$= E[h^2(\tau)] - (E[h(\tau)])^2$$

여기서, $f_r(\tau)$ 는 랜덤변수 τ 의 확률밀도함수이다. 식 (10)과 (11)은 간소화된 closed form 으로 풀 수 없으므로 본 논문에서는 우선 6 개의 랜덤변수 ($c_j^{(k)} T_c$, $c_j^{(1)} T_c$, $d_j^{(k)}$, $d_j^{(1)}$, $\tau^{(k)}$, $\tau^{(1)}$) 에 대한 샘플들을 각각 10^6 개 발생시키고 이를 더하여 랜덤

샘플 τ 를 만들어 식(12)와 (13)에 대입시켜 평균을 취하여 구해내었다.

샘플링 시간에서의 수신기 상관기 출력 r_i 는 다음과 같다.

$$r_i = \begin{cases} A^{(i)} + N_M + N, & i = 1 \\ N_M + N, & i \neq 1 \end{cases} \quad (12)$$

여기서, N_M 과 N 은 각각 다중접속간섭(MAI) 성분과 AWGN 성분을 나타낸다. 다중접속간섭 성분 N_M 과 분산 σ_M^2 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$N_M = \sum_{k=2}^{N_u} A^{(k)} h(\tau) \quad (13)$$

$$\sigma_M^2 = \sum_{k=2}^{N_u} (A^{(k)})^2 \sigma_h^2 \quad (14)$$

이때, σ_h^2 은 $h(\tau)$ 의 분산이다. 엄밀히 말해서, 다중접속간섭 성분 N_M 은 가우스 랜덤변수가 아니지만, 충분히 많은 수의 동시사용자가 존재한다고 가정하면, 중심극한정리에 의하여 N_M 을 확률밀도함수가 가우시안 분포인 랜덤변수로 근사화시킬 수 있다 [7]. 따라서 수신기 상관출력 r_i 의 확률밀도함수는 다음과 같이 주어진다.

$$f_r(r_i) = \begin{cases} \text{Normal}(A^{(i)} + E[N_M], \sigma_M^2 + N_0/2) & \text{signal} \\ \text{Normal}(E[N_M], \sigma_M^2 + N_0/2) & \text{no signal} \end{cases} \quad (15)$$

위의 식에서, $\text{Normal}(x, y^2)$ 는 평균이 x 이고 분산이 y^2 인 가우스 확률밀도 함수를 나타낸다. $A^{(1)} = A^{(k)} = \sqrt{E_p}$ 인 완벽한 전력제어상태를 가정한다면 AWGN 과 다중접속간섭을 고려한 상관기 출력의 신호전력대 잡음전력비 (SNR)를 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\text{SNR} = \frac{E_p}{(N_u - 1)E_p\sigma_h^2 + N_0/2} = \frac{1}{(N_u - 1)\sigma_h^2 + 1/(\text{SNR}_0)} \quad (16)$$

여기서, $\text{SNR}_0 = 2E_p / N_0 = 2E_s / N_0 = 2kE_b / N_0$ 이다.

M-ary 직교 PPM 시스템에 대한 심볼오율은 아래와 같이 구할 수 있다.

$$P_e = 1 - P(r_1 > r_2, r_0 > r_3, \dots, r_0 > r_M). \quad (17)$$

위식은 다음과 같은 적분형으로 다시 표현된다 [7].

$$P_e = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty \{1 - [1 - Q(y)]\}^{M-1} \exp\left(-\frac{(y - \sqrt{\text{SNR}})^2}{2}\right) dy \quad (18)$$

이때, $Q(x) = \int_x^\infty (1/\sqrt{2\pi}) \exp(-z^2/2) dz$ 이다.

P_e 는 $M=2$ 인 경우를 제외하고는 일반적으로 closed form 으로 풀리지 않으므로 아래와 같이 Union bound 에 의한 tight bound 를 구하여 시스

템 성능을 간단히 도출할 수 있다. 즉, $P_e = P[Y_{i \neq 1} r_i > r_1]$ 임을 이용하면 P_e 에 대해 아래와 같은 상한식을 구할 수 있다.

$$P_e \leq (M-1)P[Y_i > Y_0] = (M-1)Q\left(\sqrt{\frac{\text{SNR}}{2}}\right). \quad (19)$$

Union bound 는 SNR 이 높고 M 이 큰 경우에 상당히 정확하다고 알려져 있다. 식 (19)는 다음 식에 의해 간략화하여 표현할 수 있다[9].

$$Q(x) \leq \frac{\exp(-x^2/2)}{x\sqrt{\pi}}, \quad x \geq 0. \quad (20)$$

위 식을 이용하여 간소화된 심볼오율 상한식을 구하면 아래와 같다.

$$P_e \leq (M-1) \frac{\exp(-\text{SNR}/4)}{\sqrt{\pi \text{SNR}}}. \quad (21)$$

식(16)-(21)을 이용하여 Gaussian monopulse 를 이용하는 M-ary PPM UWB 다중접속시스템의 심볼오율과 비트오율 및 오율 상한을 구할 수 있다.

IV. 수치해석

본 절에서는 AWGN 채널에서 Gaussian monopulse 를 이용하는 M-ary PPM UWB 다중접속시스템의 성능을 평가한다. 성능평가에 사용된 기본적인 시스템 파라미터를 표 1 에 나타낸다.

표1 시스템 파라미터

Parameters	Value
Pulse width, T_p	1 ns
M	2, 4, 8, 16, 32
E_b/N_0	5, 10 dB
Processing gain, T/T_p	32 ~ 960
The number of users	1 ~ 33

그림 3 은 SNR0=10dB 인 경우의 UWB 다중접속시스템의 처리이득에 따른 SNR 성능을 나타낸다. 파라미터를 설정할 때, 서로 다른 M 에 대해서 N_h 를 조정하여 동일한 처리이득에서 비교가 가능하도록 하였다. 처리이득이 증가함에 따라 SNR 은 SNR0 값인 10dB 에 수렴하고 있으며, 처리이득이 같은 경우 M 과 N_h 가 달라도 심볼 SNR 성능은 거의 동일하게 나타남을 알 수 있다. 또한 처리이득이 200 이하인 경우 처리이득에 따른 SNR 변동이 현격함을 알 수 있다. 따라서, 처리이득을 200 이상으로 높인 경우에는 성능 개선효과가 그다지 크지 않음을 알 수 있다.

그림 4~그림 8 은 식 (18)과 (19)로부터 구해낸

Gaussian monopulse 를 이용하는 M-ary PPM UWB 다중접속시스템의 BER 성능과 대응되는 Union bound 를 나타낸다. 펄스 폭 $T_p = 1$ ns 로, 처리이득은 128 로 설정하여 심볼전송률, $R_s = 1/T_f = 7.8125$ Msps 로 하여 성능을 평가하였다.

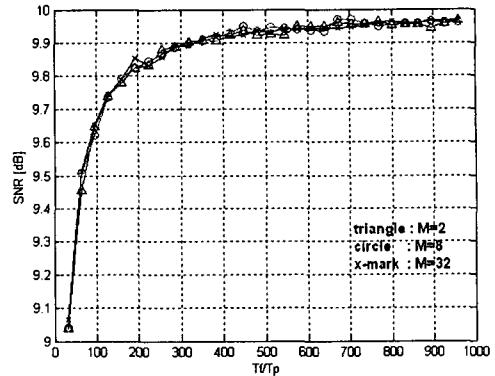


그림3. processing gain (T/T_p)에 따른 SNR성능 (SNR0=10dB, Nu=10)

그림 4 는 AWGN 환경에서 $E_b/N_0 = 5$ dB 인 경우의 사용자수에 따른 BER 성능곡선을 나타내며, 2~16 PPM UWB 다중접속시스템으로는 $E_b/N_0 = 5$ dB 인 경우 BER 10^{-3} 을 달성할 수 없음을 알 수 있다.

그림 5 는 그림 4 와 동일한 시스템 파라미터에 대해서 E_b/N_0 만 10dB 로 변경하였을 경우의 BER 성능을 나타낸다. 이 경우 BER 10^{-3} 을 기준으로 하여 4~32PPM 에 대해 31 명 이상의 사용자를 수용할 수 있으나, 2PPM 인 경우는 5 명 이하의 사용자만을 수용할 수 있음을 알 수 있다. 또한, M 에 따른 성능격차는 사용자수가 작은 경우에 더 심해지는 것으로 나타났다.

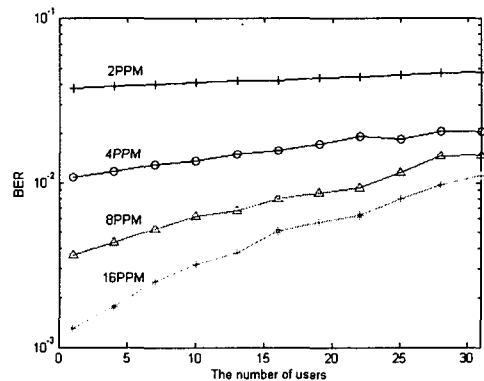


그림4. 사용자수에 따른 BER 성능1 (procession gain = 128, $E_b/N_0 = 5$ dB)

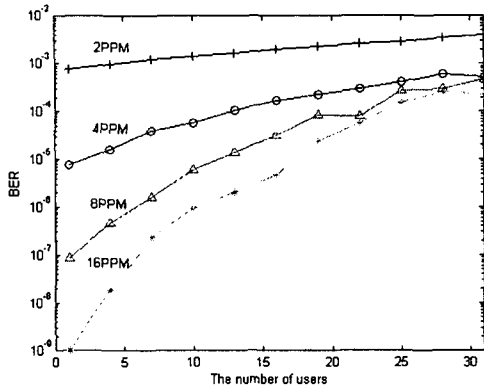


그림5. 사용자 수에 따른 BER 성능2
(processing gain = 128, $E_b/N_0 = 10$ dB)

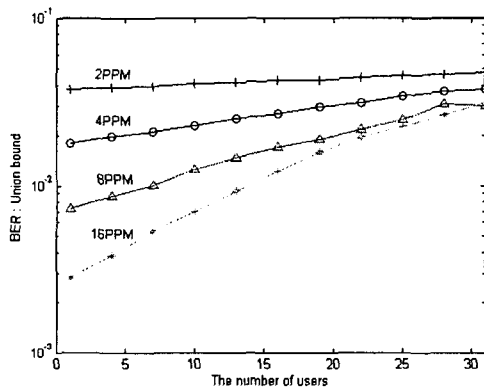


그림6. 사용자수에 따른 BER union bound 1
(processing gain = 128, $E_b/N_0 = 5$ dB)

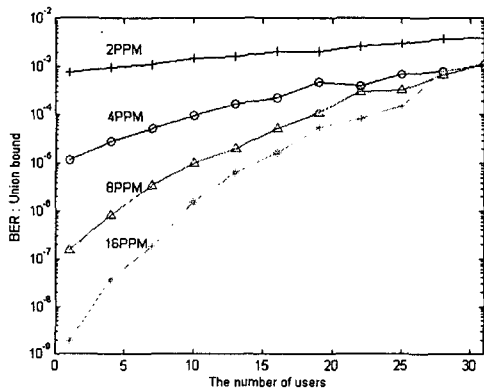


그림7. 사용자수에 따른 BER union bound 2
(processing gain = 128, $E_b/N_0 = 10$ dB)

식(19)를 이용하여 구해낸 그림 6 과 그림 7 은 그림 4 와 그림 5 에 대응되는 BER 의 Union bound 곡선이다. 그림 4 와 그림 6, 그림 5 와 그림 7 을 각각 비교해보면 식(19)에 의해 구해지는 Union bound 는 E_b/N_0 가 높은 경우에 보다 식(18)로 구해낸 BER 곡선에 근접하여 보다 정확해짐을 알 수

있다. 따라서 식 (19)는 E_b/N_0 가 높은 경우, M-ary PPM UWB 다중접속시스템의 성능에 대한 tight bound 로 이용될 수 있다.

V. 결론

본 논문에서는 Gaussian monopulse 를 이용하는 M-ary PPM UWB 다중접속시스템의 SNR 과 BER 성능을 유도하고 높은 E_b/N_0 에서 tight bound 로 사용할 수 있는 상한식을 이용하여 성능을 평가하였다. 평가결과 사용자 수가 작을 수록 M 에 따른 성능격차가 벌어지는 것을 알아내었으며, 유도된 SNR 을 논문에 제시된 BER 상한식에 적용하여 성능을 분석한 결과 E_b/N_0 가 큰 경우 상당히 정확한 tight bound 가 됨을 확인하였다. 향후에는 UWB 다중경로 채널모델을 적용하여 다양한 펄스형태에 따른 시스템 성능을 분석하는 연구가 필요하다.

참고문헌

- [1] J. Foster, E. Green, S. Somayazulu, and D. Leeper "Ultra-wideband technology for short- or medium-range wireless communications," *Intel Technology Journal*, May 2001.
- [2] FCC Notice of Proposed Rule Making, "Revision of Part 15 of the Commission's Rules Regarding Ultra-wideband Transmission Systems," ET-Docket 98-153.
- [3] R. A. Scholtz, "Multiple access with time-hopping impulse modulation," in *Proc. IEEE MILCOM Conf.*, vol. 2, Oct. 1993, pp. 447-450.
- [4] M. Z. Win and R. A. Scholtz, "Ultra-wide bandwidth time-hopping spread-spectrum impulse radio for wireless multiple-access communications," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 48, Apr. 2000, pp. 679-691.
- [5] L. Zhao and A. M. Haimovich, "Capacity of M-ary PPM ultra-wideband communications over AWGN channels," in *Proc. IEEE VTC Conf.*, vol. 2, Oct. 2001, 2, 1191-1195.
- [6] L. Zhao and A. M. Haimovich, "The Capacity of an UWB multiple-access communication system," in *proc. IEEE ICC.*, vol. 3, 2002, pp. 1964-1968.
- [7] J.G Proakis, *Digital Communications*. 3rd edition, New York, NJ : McGraw-Hill, 1995.
- [8] J. T. Conroy, J. L. Lociero, and D. R. Ucci, "Communication techniques using monopulse waveforms," in *Proc. IEEE MILCOM*, vol. 2, 1999, pp. 1191-1185.
- [9] M. Abramowitz and I. A. Stegun, Eds., *Handbook of Mathematical Functions*. New York : Dover, 1965.