

# 토로이달 무단변속기 동적 거동에 관한 연구

장 시 열<sup>†</sup>, 최 완<sup>††</sup>

## A Study on the Dynamic Behaviors of Toroidal Infinitely Variable Transmission

Siyoul Jang<sup>†</sup>, Wan Choi<sup>††</sup>

**Key Words :** Toroidal Infinitely Variable Transmission(토로이달 무단변속기), variator(베리에이터), traction drive(마찰자), roller(롤러), disk(디스크), contact point(접촉점), roll angle(롤각), pitch angle(피치각), yaw angle(요각), elliptical contact(타원형접촉)

### Abstract

An analysis of the dynamic behavior between disk and roller has been performed when the torque is transmitted to toroidal IVT (Infinitely Variable Transmission). The contact area, shape and pressure with elliptical shapes between disk and roller are computed as the transmission ratios are changed. This study will give the information of contact shapes between roller-input disk and roller-output disk which are working under the most severe condition. The computed results are expected to guide the design criteria for the enhanced endurance life. Furthermore, the investigation of contact behaviors is very crucial to develop the traction oil that the efficiency of IVT system is most dependent on.

### 기호설명

$\Delta x'$	displacement along $x'$ coordinate, $m$
$\alpha$	roll angle, degree
$\beta$	pitch angle, degree
$\gamma$	yaw angle, degree
$R$	speed change ratio
$d$	distance, $m$
$F$	dimensionless force, $N$
$n$	radius ratio defined in Figure
$\tilde{Z}$	dimensions in Figure, $m$
$\tilde{z}$	dimensions in Figure, $m$
$E$	modulus of elasticity, $Pa$ or $N/m^2$
$E'$	effective elastic modulus, $Pa$
$\lambda_r$	radius ratio, $r_z/r_x$
$\xi$	complete elliptic integral of second kind obtained from approximate formula
$q_a$	constant, $(\pi/2) - 1$
$\bar{\xi}$	complete elliptic integral of first kind obtained from approximate formula
$\bar{k}$	ellipticity parameter from approximate formula

### 1. 서론

무단 변속기는 변속이 연속적으로 이루어 질 수 있기 때문에 운전자의 의도와 차량의 주행 상태에 따라 최적 변속비를 구현할 수 있다. 따라서 장착 차량의 연비, 가속성능 및 주행 운전성이 기존의 자동 변속기 보다 우수하며, 기존의 유단 변속기에 비해 부품수가 줄어 중량, 부피, 생산비를 감소시킨다.

그런 많은 이점에도 불구하고, 설계상의 어려움으로 대부분 금속벨트와 가변 풀리를 사용하는 무단변속기만 양산되고 있다. 이 방식은 토크 컨버터(Torque Converter)와 같은 발진장치가 필요하며, 작동 원리상 큰 동력전달이 어려우므로 아직은 널리 사용되고 있지 않다. 토로이달 무단 변속기는 발진장치가 필요 없어 간단한 구조를 하고 있으며, 큰 동력 전달 용량과 정속한 주행 등의 많은 이점을 가지고 있다. 그러나 롤러의 정밀한 제어 및 설계의 어려움과, 구동부의 피로수명을 증가시키기 위한 구동부의 대형화로 인한 회전관성, 금속 롤러와 디스크의 동력전달에 따른 고하중 접촉압력이 필요하므로 높은 강성과 내구성이 우수한 소재와 극온, 극압에서 견딜 수 있는 새로운 윤활유의 개발이 필요하다.

† 국민대학교 기계·자동차공학부  
E-mail : jangs@kookmin.ac.kr  
TEL : (02)910-4831 FAX : (02)910-4839  
†† 국민대학교 자동차공학전문대학원  
E-mail : wanichoi@kookmin.ac.kr

따라서 본 연구는 토로이달 무단변속기의 정밀 설계를 위하여 롤러 암(Roller Arm) 변위에 따른 롤러의 거동 해석을 기구학적으로 해석하고, 그에 따른 변속비, 롤러와 디스크 사이의 압력 및 접촉 면적을 해석에 대해 연구하였으며, 트랙션 오일의 최적 마찰 효율을 위한 제조기술의 기초연구로 쓰이도록 한다.

## 2. 롤러의 위치 해석

### 2.1 구조와 작동 원리

아래 그림은 토로이달 무단 변속기의 단면을 나타내고 있다. Fig.1 과 같이 토로이달 무단 변속기는 입력 디스크, 출력 디스크, 롤러로 구성되어 있다. 입력 디스크가 엔진 또는 동력원에 맞물려 회전하게 되면, 롤러가 회전하게 되고 그에 따라 출력 디스크가 동력을 전달 받게 된다. 디스크 안쪽에는 구면으로 되어 있고, 롤러는 디스크와 롤러의 접점의 유효반경을 바꿔줌으로써 변속비를 연속적으로 변화시키고 무단변속을 실현한다.

### 2.2 기구학적 해석

토로이달 무단변속기의 변속비는 다음의 식으로 표현된다.

$$R = \frac{R_{ci}}{R_{co}} \quad (1)$$

최대 롤각(Roll Angle)  $\alpha_{max}$  는 다음의 식으로 표현된다.

$$\alpha_{max} = \cos^{-1}\left(\frac{d_d}{D_R}\right) \quad (2)$$

식(1)과 (2)에 의하여 최대 변속비  $R_{max}$  는 다음의 식으로 표현된다.

$$R_{max} = \left(\frac{r_i - r_r \sin \alpha_{max}}{r_i + r_r \sin \alpha_{max}}\right) \quad (3)$$

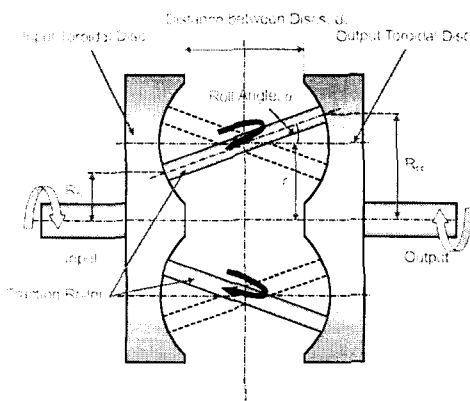


Fig.1 Variator in Toroidal IVT System

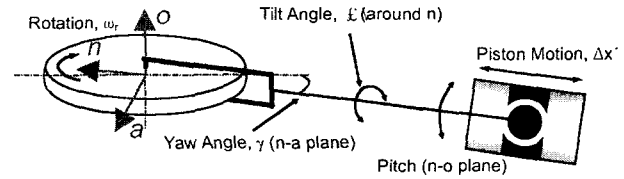


Fig.2 Roller Carriage in Toroidal IVT

그리고 최소 변속비  $R_{min}$  은 다음의 식으로 표현된다.

$$R_{min} = \left(\frac{r_i + r_r \sin \alpha_{max}}{r_i - r_r \sin \alpha_{max}}\right) \quad (4)$$

베리레이터에서(Fig.1)의 변속비의 변속범위는  $R_{min} < R < R_{max}$  이며, 유성기어를 통해 더 큰 변속비를 얻는다.

Fig.2 는 토로이달 무단변속기는 롤러 어셈블리를 나타내고 있다. 토로이달 무단 변속기는 변속비를 제어하기 위하여 롤러의 틸트 각을 제어하지 않고 Fig.2 와 같이 초기 요각을 두어 피스톤의 변위를 제어함으로써 기구학적으로 변속비를 제어한다. 따라서 피스톤 움직임에 따라 변속비의 변화의 해석은 매우 중요하다.

토로이달 무단 변속기의 기구학적 해석을 위하여 Fig.3 과 같이 베리레이터를 3 차원으로 표현하였다. 시스템 중심에 XYZ 고정 좌표계를 세웠으며 롤러암의 움직임을 가능케 해주는 피스톤 중심에  $x'y'z'$  좌표계를 세웠다. 디스크는 Y 축을 중심으로 회전 운동 하며, 피스톤은  $x'$  축을 따라 변위가 발생한다. 여기서 롤, 피치, 요각은 기준 축인 XYZ 축을 중심으로 noa 좌표계가 틀어져 있는 각도를 의미한다. 피스톤의 움직임과 XYZ 좌표계와의 관계는 다음의 식으로 표현된다.

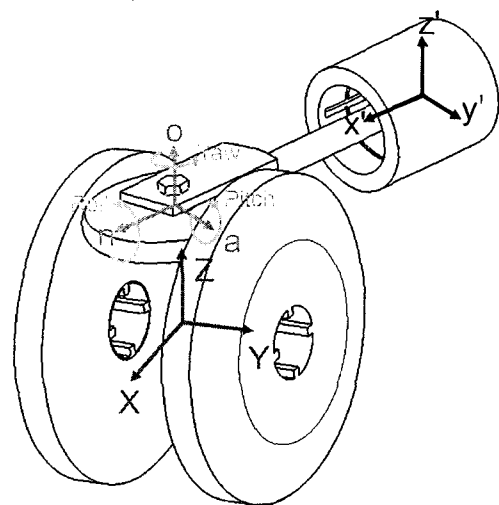


Fig.3 Coordinates in Toroidal IVT System

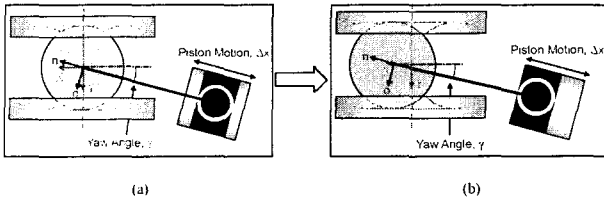


Fig. 4 Changed Yaw Angle by Piston Displacement  
(a) Neutral Position of Piston (b) Changed Position of Piston

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_z & -\sin \theta_z & 0 \\ \sin \theta_z & \cos \theta_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -l \cos \theta_z \\ -l \sin \theta_z \\ r_t \end{bmatrix} \quad (5)$$

Fig. 4 는 롤러의 움직임을 해석하기 위해 롤러 중심에  $noa$  좌표계를 세웠다. Fig. 5 는 피스톤의 움직임에 따라 요각이 변화하는 모습을 도시하였으며, 피스톤의 움직임에 따라 롤, 피치, 요각이 변화한다. 이 때 요각과 피치각의 변화는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n \\ o \\ a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l \cos \gamma \cos \beta - (l - x') \cos \theta_z \\ 0 \\ r_t - l \cos \gamma \sin \beta \end{bmatrix} \quad (6)$$

여기서 요 각은 Fig. 4 와 같이 변하며 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$\gamma = \sin^{-1} \left( \frac{(l \pm \Delta x') \sin \theta_z}{l} \right) \quad (7)$$

또한 피치 각은 Fig. 5 와 같이 변하며, 유도하는데 그 절차는 다음과 같다.

$$l_1 = (l - \Delta x') \cos \theta_z \quad (8)$$

$$\theta_1 = \tan^{-1} \left( \frac{r_t}{(l - \Delta x') \cos \theta_z} \right) \quad (9)$$

$$l_3 = l \cos \gamma \quad (10)$$

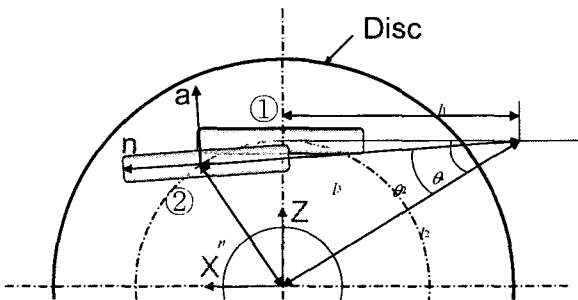


Fig. 5 Analytical Model for Pitch Angle

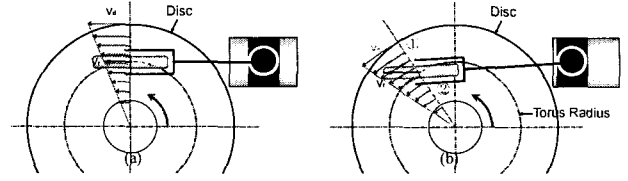


Fig. 6 Roller Balanced and Roller Unbalanced  
(a) Roller Balanced (b) Roller Unbalanced

$$l_2 = \frac{r_t}{\sin(\tan^{-1}(\frac{r_t}{(l - \Delta x') \cos \theta_z}))} \quad (11)$$

$$\theta_2 = \cos^{-1} \left( \frac{l_2^2 + l_3^2 - r_t^2}{2 \times l_2 \times l_3} \right) \quad (12)$$

$$\beta = \theta_1 - \theta_2 \quad (13)$$

Fig. 6 는 피스톤의 변위가 있을 경우 롤러의 운동 방향과 디스크의 운동방향이 일치하지 않음을 보여주고 있다. 이 때 디스크는 운동방향 변화의 자유도가 없으므로 롤러가 틸트(tilt)된다. 롤각은 다음 식으로 표현된다.

$$\alpha = \tan^{-1} \left( \frac{r_t \tan \theta_{dr}}{r_t \tan \gamma \cos \gamma} \right) \quad (14)$$

다음의 관계를 이용하여 피스톤 변위에 따른 롤, 피치, 요각의 변화 및 롤러의 접촉점을 구할 수 있다. 이에 따라 변속비 및 피스톤 변위에 따른 변속범위 등을 구할 수 있다.

### 3. 접촉부의 해석

롤러와 디스크 사이에 구름마찰을 이용하여 동력을 전달하는 토로이달 무단변속기는 두 요소 사이의 접촉점에서 압력이 발생하며, 이는 내구성에 직접적으로 영향을 준다. 일반적으로 접촉점의 면적은 Hertzian 접촉 해석을 이용한다. Hertzian 접촉 해석에 사용하는 가정과 일반적인 해석 결과를 표시하면 다음과 같다.

해석을 위한 가정은 다음과 같다.

- ① 재질은 균질 등방성 탄성체이며, 양물체 모두 탄성영역에 있다.(소성변형은 없다고 가정)
- ② 접촉면에는 수직 하중만 작용한다.
- ③ 접촉면의 조도는 무시한다.
- ④ 접촉 타원의 크기는 물체의 곡률반경에 비해 매우 작다.
- ⑤ 접촉하는 물체는 정지하여 평형상태에 있다.

접촉점(Contact Point)은 하나의 롤러에 대해서 입력디스크와 롤러사이, 출력디스크와 롤러사이

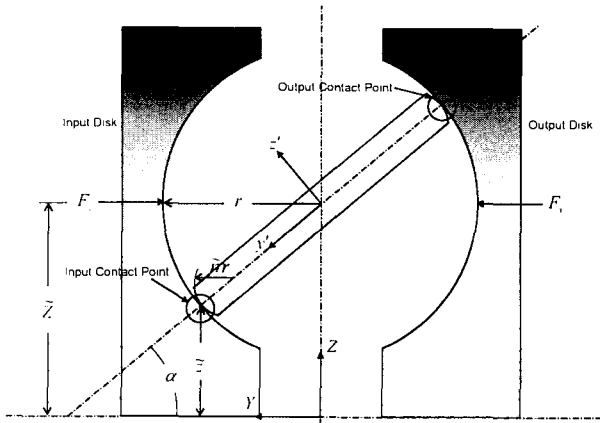


Fig. 7 Geometry of Crowned Roller and Toroidal Surfaces

의 두 점에서 일어난다. 따라서 완전 토로이달 (Full Toroidal Infinitely Variable Transmission)에서는 입력 디스크와 롤러 사이에서 모두 세 개의 지지 점이 형성되어 있다.

Fig. 7 에서 접촉점은  $x'z'$  평면에서 나타나고  $X$  축을 중심으로  $\alpha$  만큼 기울어져 있다. 여기서  $r$  은 곡률반경을 나타내고 접촉하는 세 물체-입력 디스크, 롤러, 출력디스크-를 표현하기 위하여 하첨자로 roller, disk 로 표현하였으며,  $i$  는 입력측,  $o$  는 출력측을 의미한다.

각각 반경은 다음 식으로 표현된다.

$$r_{roller,x'} = r, \quad r_{roller,z'} = \tilde{n}r \quad (15)$$

$$r_{disk,x'} = \frac{\tilde{z}}{\sin \alpha} = \frac{\tilde{Z} - r \sin \alpha}{\sin \alpha}, \quad r_{disk,z'} = -r \quad (16)$$

그러므로 입력 디스크 (Input Disk)  $x'$  방향 등가 곡률반경  $R_{x',i}$  는 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{1}{R_{x',i}} = \frac{1}{r_{roller,x'}} + \frac{1}{r_{disk,x'}} \quad (17)$$

$$\frac{1}{R_{x',i}} = \frac{1}{r} + \frac{\sin \alpha}{\tilde{Z} - r \sin \alpha} \quad (18)$$

위의 식으로부터 입력디스크의  $x'$  방향 등가곡률 반경  $R_{x',i}$  는 다음과 같이 표현된다.

$$R_{x',i} = r(1 - (r/\tilde{Z}) \sin \alpha) \quad (19)$$

입력 디스크 (Input Disk)  $z'$  방향 등가 곡률반경  $R_{z',i}$  는 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{1}{R_{z',i}} = \frac{1}{r_{roller,z'}} + \frac{1}{r_{disk,z'}} \quad (20)$$

$$\frac{1}{R_{z',i}} = \frac{1}{\tilde{n}r} - \frac{1}{r} \quad (21)$$

위의 식으로부터 입력디스크의  $z'$  방향 등가곡률 반경  $R_{z',i}$  는 다음과 같이 표현된다.

$$R_{z',i} = \left( \frac{\tilde{n}}{1 - \tilde{n}} \right) r \quad (22)$$

출력측에 관한 식은 다음과 같이 표현된다.

$$r_{roller,x'} = r, \quad r_{roller,z'} = \tilde{n}r \quad (23)$$

$$r_{disk,x'} = -\frac{\tilde{z}}{\sin \alpha} = -\frac{\tilde{Z} + r \sin \alpha}{\sin \alpha}, \quad r_{disk,z'} = -r \quad (24)$$

따라서 출력측  $x'$  방향 등가 곡률반경  $R_{x',o}$  는 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{1}{R_{x',o}} = \frac{1}{r_{roller,x'}} + \frac{1}{r_{disk,x'}} \quad (25)$$

$$\frac{1}{R_{x',o}} = \frac{1}{r} - \frac{\sin \alpha}{\tilde{Z} + r \sin \alpha} \quad (26)$$

위의 식으로부터 출력측의  $x'$  방향 등가곡률 반경  $R_{x',o}$  는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$R_{x',o} = r(1 + (r/\tilde{Z}) \sin \alpha) \quad (27)$$

출력측의  $z'$  방향 등가 곡률반경  $R_{z',o}$  는 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{1}{R_{z',o}} = \frac{1}{r_{roller,z'}} + \frac{1}{r_{disk,z'}} \quad (28)$$

$$\frac{1}{R_{z',o}} = \frac{1}{\tilde{n}r} - \frac{1}{r} \quad (29)$$

위의 식으로부터 출력디스크의  $z'$  방향 등가곡률 반경  $R_{z',o}$  는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$R_{z',o} = \left( \frac{\tilde{n}}{1 - \tilde{n}} \right) r \quad (30)$$

디스크 양쪽에서 밀어주는 힘을  $F_y$  이라고 하고, 롤러가  $\alpha$  만큼 틸트(tilt)되었을 경우 접촉점에 걸리는 부하를  $(F_y)_a$  라 하면,  $(F_y)_a$  는 다음과 같이 표현된다.

$$(F_y)_a = \frac{F_y}{\cos \alpha} \quad (31)$$

롤러와 디스크가 같은 재료를 사용하면 등가 탄성 계수  $E'$  는 다음과 같이 표현된다.

$$E' = \frac{E}{1 - \nu^2} \quad (32)$$

반지름 비  $\lambda_r$  은 다음과 같이 표현된다.

$$\lambda_r = \frac{R_{z',i}}{R_{x',i}} \quad (33)$$

Herzian 해석의 두번째와 첫번째 성질은 식(34)에서 식(36)과 같이 표현된다.

$$\bar{\xi}_i = 1 + \frac{q_a}{\lambda_r} \quad (34)$$

$$\bar{\zeta}_i = \frac{\pi}{2} + q_a \ln \lambda_r \quad (35)$$

$$\bar{k}_i = \lambda_r^{2/\pi} \quad (36)$$

접촉점의  $z'$  방향 지름은 다음과 같이 표현된다.

$$D_z = 2 \left[ \frac{6\bar{k}^2 \bar{\xi} (F_z)_\alpha R}{\pi E'} \right]^{1/3} \quad (37)$$

접촉점의  $x'$  방향 지름은 다음과 같이 표현된다.

$$D_x = 2 \left[ \frac{6\bar{\xi} (F_z)_\alpha R}{\pi k E'} \right]^{1/3} \quad (38)$$

접촉점에서 걸리는 최대 압력은 다음과 같이 표현된다.

$$p_{\max} = \left[ \frac{6(F_z)_\alpha}{\pi D_z D_x} \right] \quad (39)$$

#### 4. 결과

토로이달 시작품에 롤러반지름, 롤러 암의 길이, 초기 요각을 변화시켜 변속비 및 변속범위의 변화를 관찰하였다. Table 1 은 토로이달 시작품의 제원이며 Photo 1 은 토로이달 시작품의 모델링이다.

Fig.8 은 롤러 반경을 40mm ~ 60mm 까지 변화하며 변속비의 범위를 관찰하였다. 같은 조건이라면 롤러의 반경이 커질수록 더 많은 변속비를 구현할 수 있고, 피스톤의 움직임에 비해 롤러의 반응이 크다.

Fig.9 는 롤러 암의 길이를 200mm ~ 2500mm 까지 변화하며 변속비의 범위를 관찰하였다. 롤러 암의 길이가 50mm 차이가 나도 롤러의 변속비 범위 및 변속비는 거의 변화가 없다.

Fig.10 은 초기 요각을 10° ~ 20° 까지 변화하며 변속비의 범위를 관찰하였다. Fig.10 에서와 같이 초기 요각의 변화는 변속비의 범위 및 피스톤 증가에 따른 변속비에 많은 영향을 미친다.

이들 설계 변수들은 변속응답성과 직결되며, 설계시 매우 중요한 변수이다. 롤러의 반경이 커지면 변속응답성과 변속범위는 넓어지나 변속기의 무게 및 부피 증가의 원인이 되고 초기 요각이 커지면 변속기의 부피가 커지게 된다.

Table 1. Specification of Toroidal IVT Proto-Type

Symbol (Unit)	Value
Distance between Input and Output Disk, (mm)	73.33
Torus Radius, (mm)	55.0
Roller Radius, (mm)	50.0
Roller Carriage Length, (mm)	220.0
First Roll Angle, (degree)	0
First Caster Angle, (degree)	0
First Yaw Angle, (degree)	15

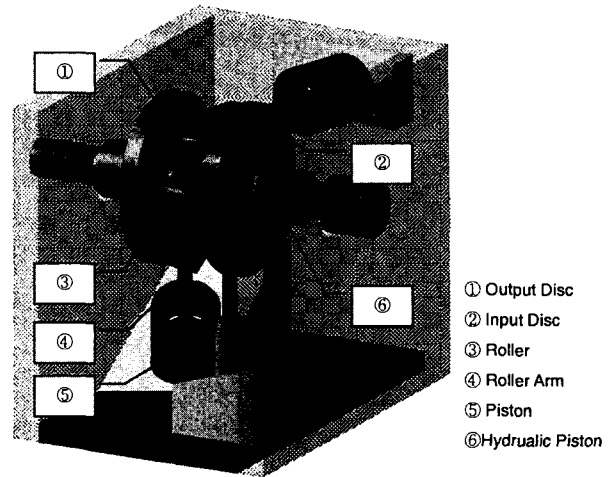


Photo 1 Prototype of Principle Model

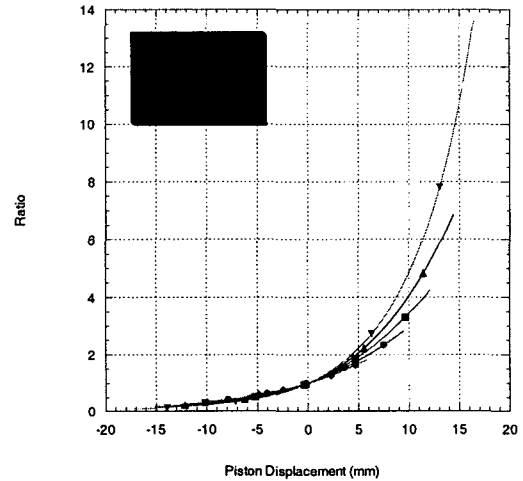


Fig. 8 Transmission Ratio against Piston Displacement

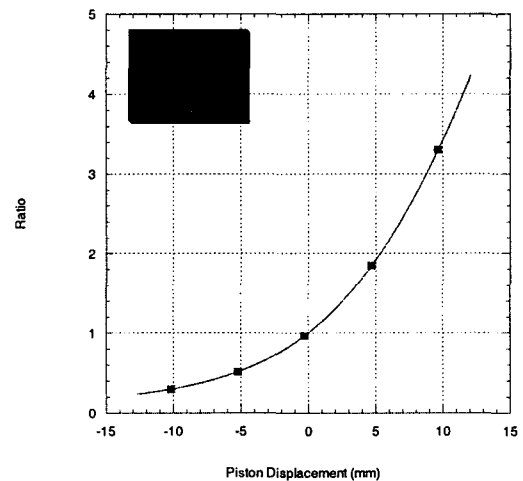


Fig. 9 Transmission Ratio against Piston Displacement

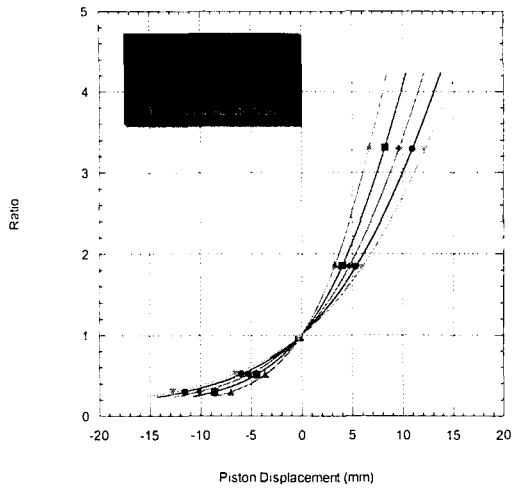


Fig. 10 Transmission Ratio against Piston Displacement

Fig.11 와 Fig.12 는 디스크 양단에 걸리는 힘을 1000N ~ 2000N 까지 변화시켜 접촉점에서 최대 압력을 관찰하였다. 이와 같이 입력디스크와 출력 디스크에서의 압력은 대칭적으로 나오고 0.8GPa ~ 1.8GPa 범위에 있다. Fig.13 과 Fig.14 는 디스크 양단에 걸리는 힘이 크기가 1400N 일 때 타원 형태의 접촉영역의 Z 축 X 축 방향 반경을 구한 것이다. 이 때 단반경과 장반경의 길이의 범위는  $600\mu\text{m} \sim 1800\mu\text{m}$  이다. Fig.15 는 피스톤의 증가에 따른 롤러의 움직임과 접촉점의 변화를 나타낸 그림이다. Fig.16 은 피스톤 움직임에 따른 접촉 형상의 변화를 나타내고 있다.

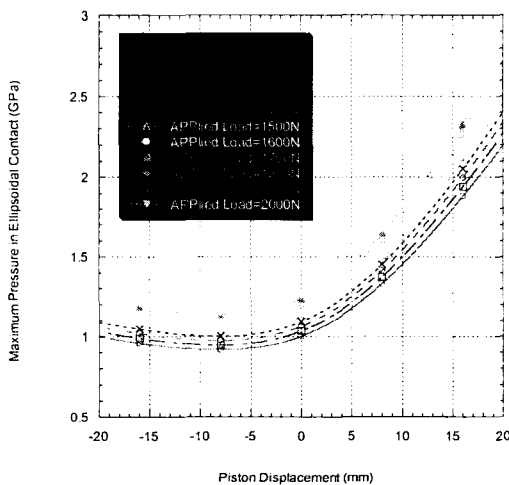


Fig.11 Maximum Pressure in Ellipsoidal Contact (between Input Disk and Roller) as a function of Piston

Displacement for Different Applied Load

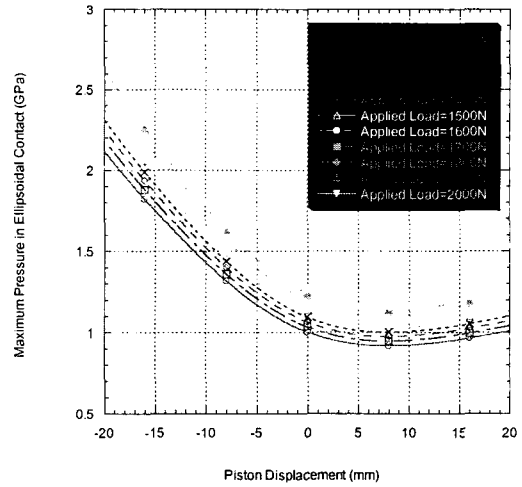


Fig.12 Maximum Pressure in Ellipsoidal Contact (between Output Disk and Roller)

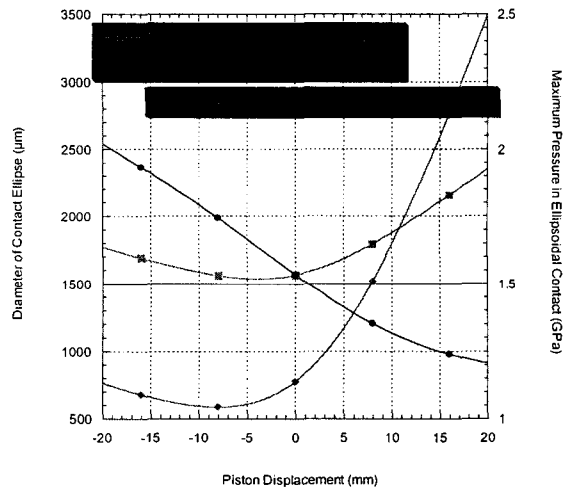


Fig. 13 Diameter of Contact Ellipse in Z, X Direction and Maximum Pressure in Ellipsoidal Contact (between Input Disk and Roller). Applied Load = 1400N

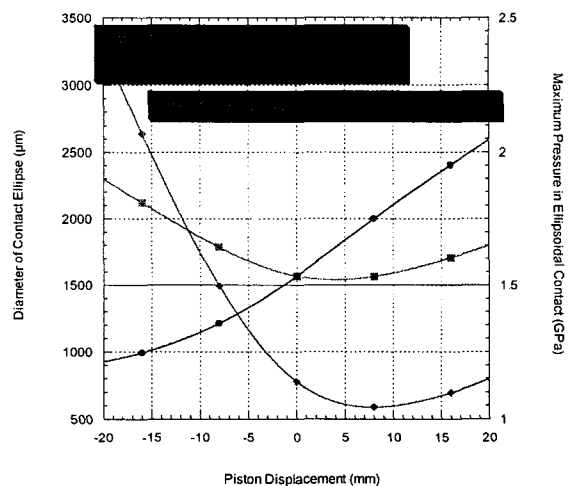


Fig.14 Diameter of Contact Ellipse in Z, X Direction and Maximum Pressure in Ellipsoidal Contact (between

Output Disk and Roller). Applied Load = 1400

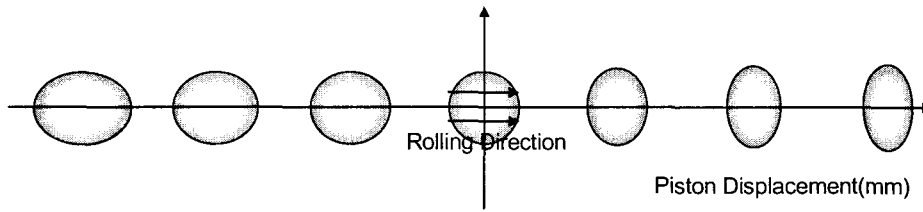


Fig.15 Contact Shape Changes according to Piston Displacement

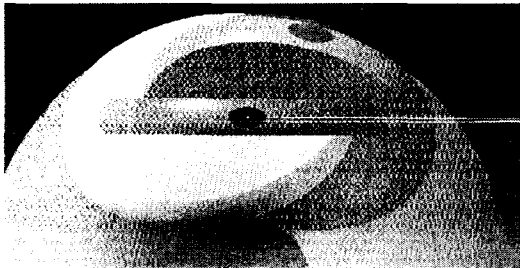


Fig.16 Front View of Contact Point between Input Disk and Roller

## 후 기

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구(2000-1-30400-005-3)지원으로 수행되었습니다.

## 5. 결 론

본 연구는 토로이달 무단변속기에서 변속시 일어나는 피스톤의 움직임에 따른 롤러의 거동을 해석하고, 디스크와 롤러 사이 접촉에서 일어날 수 있는 타원 접촉면의 크기 및 압력을 계산하였다. 이 때 롤러 반경과 초기 요각은 토로이달 무단변속기의 성능에 많은 영향을 미치므로 설계시 중요한 변수이다. 롤러의 반경이 커질수록, 초기 요각이 클수록 변속비의 범위와 변속 응답성이 빨라지지만, 변속기의 무게 및 부피 증가의 원인을 초래하고 회전관성을 증가시킨다. 따라서 이러한 데이터를 토대로 설계시 반영 가능하며 해석 과정 및 방법을 제시하였다.

또한 롤러와 디스크의 접촉점에서의 압력 및 접촉면적을 계산하여 동력전달 용량 및 내구성의 예측이 가능하다. 본 연구에서 해석한 토로이달 무단 변속기의 접촉기구 동역학해석은 접촉 틈새에서 트랙션 오일의 최적 마찰을 위한 거동 분석과 트랙션 오일의 제조 설계 기술에 많은 정보를 제공할 수 있다.

## 참고문헌

- [1] Robert D. Fuchs and Yasuhiko Hasuda, "Full Toroidal IVT Variator", SAE Transmission and Driveline Systems Symposium 2002, pp.1-10, 2002.
- [2] Adrian P. Lee and Jonathan Newall, "Developing the Durability of a Dual-Cavity Full -Toroidal IVT", SAE Transmission and Driveline Systems Symposium 2002, pp.11-19, 2002.
- [3] Ryuki Yamashita and Kenji Asano, "The Effect of Roller Crowning Radius of Full Toroidal CVT on Traction Coefficient", Proceedings of the International Tribology Conference, pp.609-614,
- [4] Yasuhiro Murakami, Yoshie Arakawa and Makoto Maeda, "Development and Testing of CVT Fluid for Nissan Toroidal CVT", SAE, 1999
- [5] Bernard J. Hamrock, "Fundamentals of Fluid Film Lubrication", McGRAW-Hill, 1994
- [6] Saeed B. Niku, "Introduction to Robotics: Analysis, Systems, Applications", Prentice Hall, 2001