

비정규 높이 분포 표면의 탄성변형을 고려한 Flow Factor

최성식 · 김태완* · 구영필** · 조용주***

부산대학교 대학원 정밀기계공학과

*부산대학교 기계기술연구소

**부경대학교 기계공학부

***부산대학교 기계공학부

The Flow Factors considered the Elastic Deformation of Rough surface of Nongaussian Height Distribution

Sung-Sik Choi, Tae-Wan Kim*, Young-Pil Koo**, Yong-Joo Cho***

Graduate School, Pusan National University

**Research Institute of Mechanical Technology, Pusan National University*

***School of Mechanical Engineering, Pukyong National University*

****School of Mechanical Engineering, Pusan National University*

Abstract - In the mixed lubrication regime, the roughness effects are very important due to the presence of interacting asperities. An average Reynolds equation using flow factors is very useful to determine effects of surface roughness on mixed lubrication. In this paper, the pressure flow factors and shear stress factor for Gaussian and non-Gaussian surfaces are evaluated in terms of kurtosis and skewness. particularly, the elastic deformation of the surface is considered.

Key words - flow factor, mixed lubrication, skewness, kurtosis, non-Gaussian distribution, elastic contact

1. 서 론

상대 운동하는 두면 사이의 유막의 두께가 충분히 클 경우, 표면 돌기들의 효과를 고려하지 않고 표면이 매끈하다는 가장 하에 수

행한 윤활해석으로 타당한 결과를 얻을 수 있다. 그러나 유막 두께가 돌기 높이 크기와 비슷하게 되면 이 가정은 타당하지 않으며 거칠기 효과가 고려되어져야 한다. 따라서 혼합 윤활 영역($h/\sigma < 3$)에서는 거칠기의 상호 작용이 발생하므로 거칠기의 영향을 고려한 윤활 해석 모델이 필요하다.

표면 거칠기를 고려한 윤활 해석은 1960년대부터 꾸준히 연구되어져 왔다. 확률 개념의 소개로 윤활에서 표면 거칠기의 효과에 대한 연구는 더욱 활발히 이루어져 왔다[1]. Christensen & Tonder는 방향성을 가지는 두 거친 표면에 대해 Reynolds Equation을 적용시켰고, 미끄럼과 저어널 베어링 윤활 해석에 이 식을 이용했다[2]. Patir & Cheng은 Flow simulation을 통해 일반적인 거칠기를 가지는 표면에도 적용 가능한 average Reynolds equation을 유도하였다[3],[4]. Teale & Lebeck은 average flow model을 이용하여 기존의 논문과 달리 corner point method를 이용하여 flow factor를 계산하였다[5]. Lunde & Tonder는 average flow model을 이용한 해석에서 경계조건의 영향에 대한 연구를 수행하였다[6].

기존의 연구에서는 정규분포(Gaussian distribution) 특성을 나타내는 거친 표면 구조에 대한 윤활 해석이 수행되어 왔지만 많은 실제 표면은 비 정규분포(non-Gaussian distribution) 특성을 가지고 있다. 따라서 비 정규분포 특성을 나타내는 표면에 대한 해석 수행이 필요하다. 본 연구에서는 그 일환으로 비 정규분포의 특성을 나타내는 파라미터 중 하나인 kurtosis와 skewness에 따른 flow factors의 영향을 알아보고자 한다. 그리고 Patir와 Cheng에 의해 제시된 유동 계수는 돌기 접촉에 의한 탄성 변형을 고려하지 않았다. 하지만 실제 접촉 현상에는 탄성 변형에 의해 유막 형상이 변하므로 이에 대한 유동 계수의 연구가 수행되었다.

2. 표면 생성 절차

본 연구에서는 임의의 Kurtosis, Skewness값을 표면에 부여하기 위하여 수치적으로 생성된 표면을 사용하였다.

표면 구조의 통계적 물성치는 확률밀도함수(probability density function)와 자기상관함수(autocorrelation function)로부터 특정 지워진다. 즉, 어떤 고려해야 할 통계적 물성치를 갖는 면을 생성하는 편리한 방법은 미리 정해진 확률밀도함수와 자기상관함수를 갖는 면을 생성하는 것이다. 면의 자기상관함수는 식(2)와 같이 정의된다.

$$R(\lambda_x, \lambda_y) = E\{z(x, y)z(x + \lambda_x, y + \lambda_y)\} \quad (2)$$

E : expectancy operator

λ_x, λ_y : x, y방향으로의 delay length

표면 거칠기의 계수형태를 고려해야 하므로 index notation을 사용하는 것이 편리하다. 즉, z_{ij} 가 $x=i\Delta x$, $y=j\Delta y$ 에서의 거칠기 높이를 나타낸다면 R_{pq} 는 다음과 같이 정의된다.

$$R_{pq} = R(p\Delta x, q\Delta y) = E(z_{ij}, z_{i+p, j+q}) \quad (3)$$

$\Delta x, \Delta y$: sampling interval

확률밀도함수는 거칠기 높이의 분포에 관계하여 정규분포 또는 비 정규분포로 구분할 수 있다. 식(4)에 정규분포에 대한 확률밀도함수를 나타내었으며 이 경우에 거칠기 높이의 표준편차와 평균치를 부여하여 원하는 거칠기 높이분포를 구할 수 있다.

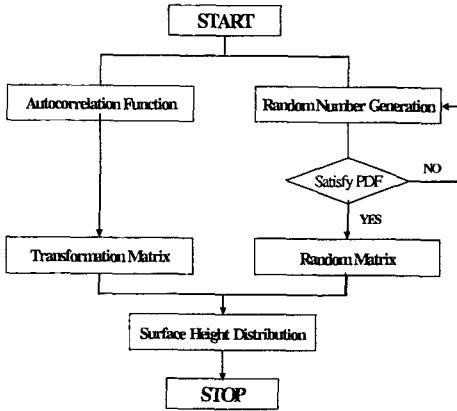
$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left\{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}\right\} \quad (4)$$

where, $\bar{\sigma}$: 표준편차

\bar{x} : 평균값

식(5)은 비정규 분포에 대한 확률밀도함수이며 가중치 a, b를 변경하여 원하는 거칠기 높이 분포를 구한다. 즉, $a < b$ 가 되도록 a, b를 취하면 거칠기 높이는 골짜기로 편중되고 $a > b$ 인 경우에는 높은 값들이 많아진다(Sk). $a=b<3$ 이거나 $a=b>3$ 인 경우에는 symmetric 하지만 거칠기 높이 분포가 비 정규분포 형

Table. 1 Flow chart of generation of random rough surface



where, $\beta(a, b)$: Beta function
 a, b : 가중치

태를 가진다(Ku).

$$f(x) = \frac{1}{\beta(a, b)} x^{(a-1)} \cdot (1-x)^{(b-1)} \quad (5)$$

random matrix에 대한 linear transformation을 이용하여 주어진 확률밀도함수와 $n \times m$ autocorrelation matrix $[R_{pq}]$ 에 대한 거칠기 높이 $[z_{ij}]$ 의 $N \times M$ matrix를 생성할 수 있다. random number generator를 이용하여 $(N \times n) \times (M \times m)$ matrix $[n_{ij}]$ 를 생성한 다음 linear transformation을 통하여 거칠기 높이가 구해진다[8],[9]. Table. 1은 표면 거칠기의 수치적 생성과정을 나타내었다.

3. Average Flow Model

3.1 Average Reynolds Equation

등온, 비 압축성 가정 하에 윤활 해석은 식 (6)의 Reynolds equation을 이용한다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h_T^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{h_T^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) \\ &= \frac{U_1 + U_2}{2} \frac{\partial h_T}{\partial x} + \frac{\partial h_T}{\partial t} \end{aligned} \quad (6)$$

표면 거칠기를 고려한 윤활 해석에 적용될 수 있는 average Reynolds equation은 다음과 같이 유도되어진다[3].

Fig. 1에서 검사체적(Control volume) Δx Δy 은 베어링 크기보다는 작지만 많은 돌기 를 포함한다고 가정한다. x와 y방향의 단위

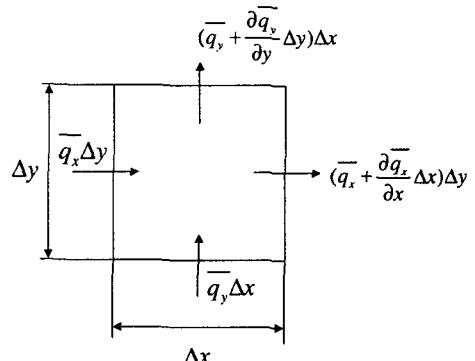


Fig. 1 Control volume for average flow

평균유량 \bar{q}_x 와 \bar{q}_y 는 식(8)과 같다.

$$\begin{aligned} \bar{q}_x &= -\frac{h_T^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{U_1 + U_2}{2} h_T \\ \bar{q}_y &= -\frac{h_T^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \end{aligned} \quad (7)$$

\bar{q}_x, \bar{q}_y 는 local flows.

$$\begin{aligned} \bar{q}_x &= -\frac{1}{\Delta y} \int_y^{y+\Delta y} q_x dy \\ &= -\frac{1}{\Delta y} \int_y^{y+\Delta y} \left(-\frac{h_T^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{U_1 + U_2}{2} h_T \right) dy \\ \bar{q}_y &= -\frac{1}{\Delta x} \int_x^{x+\Delta x} q_y dx \\ &= -\frac{1}{\Delta x} \int_x^{x+\Delta x} \left(-\frac{h_T^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) dy \end{aligned} \quad (8)$$

Patir & Cheng은 pressure flow factor ϕ_x , ϕ_y 와 shear flow factor ϕ_s 를 이용하여 평균단위유량을 식(9)과 같이 유도하였다.[3]

$$\begin{aligned}\overline{q}_x &= -\phi_x \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} + \left(\frac{U_1 + U_2}{2} \right) h_T \\ &\quad + \frac{U_1 - U_2}{2} \sigma \phi_s \\ \overline{q}_y &= -\phi_y \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \end{aligned}\quad (9)$$

검사체적에 대하여 질량보존의 법칙을 적용하면 식(10),(11)과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}\left(\overline{q}_x + \frac{\partial \overline{q}_x}{\partial x} \Delta x \right) \Delta y - \overline{q}_x \Delta y + \left(\overline{q}_y + \frac{\partial \overline{q}_y}{\partial y} \Delta y \right) \Delta x \\ - \overline{q}_y \Delta x = - \Delta x \Delta y \frac{\partial \overline{h}_T}{\partial t} \end{aligned}\quad (10)$$

$$\frac{\partial \overline{q}_x}{\partial x} + \frac{\partial \overline{q}_y}{\partial y} = - \frac{\partial \overline{h}_T}{\partial t} \quad (11)$$

식(8)을 식(11)에 대입하면 average Reynolds equation 식(12)를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial x} \left(\phi_x \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\phi_y \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) \\ = \frac{U_1 + U_2}{2} \frac{\partial \overline{h}_T}{\partial x} + \frac{U_1 - U_2}{2} \sigma \frac{\partial \phi_s}{\partial x} + \frac{\partial \overline{h}_T}{\partial t} \end{aligned}\quad (12)$$

$h/\sigma \rightarrow \infty$ 로 되면 $\phi_x, \phi_y \rightarrow 1$ 이 되고 ϕ_s 는 거친 표면에 의해 발생하는 추가적인 유동이다. 따라서, smooth surface의 Reynolds equation이 됨을 알 수 있다.

3.2 압력 유동 계수 ϕ_x 계산

Fig. 2에 표시된 국부 유막 두께 h_T 는 식(13)과 같이 거친 두 표면사이의 공칭유막두께 h 와 표면 거칠기 δ_1 및 δ_2 의 합으로 정의된다.

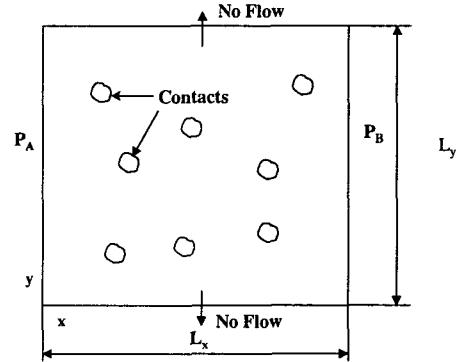
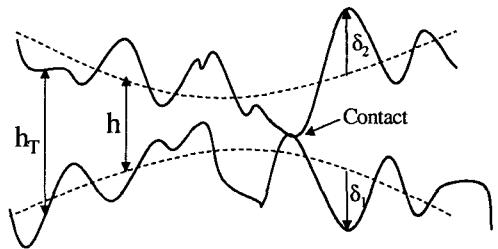


Fig.2 The model problem for simulation

$$h_T = h + \delta_1 + \delta_2 \quad (h=\text{constant}) \quad (13)$$

순수 구름인 경우에 $U_1 = U_2 = \bar{U}$ 이므로 식(12)는 식(14)와 같이 된다

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h_T^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{h_T^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) \\ = \bar{U} \frac{\partial h_T}{\partial x} + \frac{\partial h_T}{\partial t} \end{aligned}\quad (14)$$

식(13)에서 δ_1 과 δ_2 는 각 표면에서의 위치함수이지만 표면들의 이동에 의하여 δ_1 과 δ_2 는 식(15),(16)과 같이 시간의 종속함수로 표현될 수 있다.

$$\delta_i = \delta_i(x - \bar{U}t, y), \quad i=1, 2 \quad (15)$$

$$\frac{\partial \delta_i}{\partial t} = -\bar{U} \frac{\partial \delta_i}{\partial x}, \quad i=1, 2 \quad (16)$$

따라서, 식(14)의 우변은 영(0)이 된다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h_T^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{h_T^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 0 \quad (17)$$

시뮬레이션을 위한 모델 문제는 Fig. 2에 나타나있고 이것을 풀기 위한 경계조건은 다음과 같다[10].

- 1) $p = p_A$ at $x=0$
- 2) $p = p_B$ at $x=L_x$
- 3) $\frac{\partial p}{\partial y} = 0$ at $y=0, y=L_y$
- 4) No flow at contact points

식(17)을 무차원화하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{H_T^3}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial X} \right) + \left(\frac{L_x}{L_y} \right) \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{H_T^3}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial Y} \right) = 0$$

where, $P = \frac{p - p_B}{p_A - p_B}, \quad H_T = \frac{h_T}{\sigma}, \quad X = \frac{x}{L_x}, \quad Y = \frac{y}{L_y}$

$$(18)$$

주어진 경계조건을 적용하고, 유한 차분법을 이용하여 식(18)을 수치적으로 풀면 압력을 구할 수 있다[8]. 경계조건 적용 시 접촉 경계조건은 표면이 rigid하기 때문에 접촉 포인트의 노드 값이 음이 될 때는 미소 ϵ 으로 둔다.

x 방향의 평균 단위 유량 \bar{q}_x 는 식(8)에서 구해지고, pressure flow factor ϕ_x 는 식(8)과 식(9)를 이용하면 다음과 같다.

$$\phi_x = \frac{\frac{1}{L_y} \int_0^{L_y} \left(\frac{h_T^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) dy}{\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x}} \quad (19)$$

$$\text{where, } \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{p_B - p_A}{L_x}$$

ϕ_y 도 ϕ_x 를 구하는 과정과 동일한 방법에 의해서 구할 수 있으며 표면의 돌기들이 등 방성일 경우 같은 값을 가지게 된다.

3.3 전단 유동 계수 ϕ_s 계산

전단 유동 계수 ϕ_s 는 미끄럼 운동하는 표면의 거칠기로 인한 추가적 유동을 고려한 계수이다.

ϕ_s 를 구하기 위해서 압력 유동 계수에서 사용된 모델 베어링을 이용하며 동일한 가정을 적용하고, 미끄럼 운동으로 인한 돌기의 뒷부분에서 발생하는 캐비테이션(cavitation)은 없다고 가정한다.

구름 속도는 0이고 순수 미끄럼 속도만이 고려되어지면 식(12)는 식(20)이 된다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h_T^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{h_T^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = \frac{\partial h_T}{\partial t} \quad (20)$$

$$U_1 = -U_2 = 1/2 U_s \quad (U_s = U_1 - U_2)$$

위 식(20)을 풀기 위해서는 다음과 같은 경계조건을 가진다.

- 1) $p = p_A$ at $x=0, x=L_x$
- 2) $\frac{\partial p}{\partial y} = 0$ at $y=0, y=L_y$
- 3) No flow at contact points

미소 시간 Δt 동안 각 표면이 $U_s/2$ 속도로 Δx 만큼 이동하였다면 Δt 와 Δx 의 관계식은 다음과 같다.

$$\frac{1}{2} U_s \Delta t = \Delta x$$

식(20)의 우변항은 식(21)과 같이 근사화 될 수 있다.

$$\frac{\partial h_T}{\partial t} \simeq \frac{1}{\Delta t} \{ h_T(x, y, t + \frac{1}{2} \Delta t) - h_T(x, y, t - \frac{1}{2} \Delta t) \} \quad (21)$$

표면 1은 우측으로 표면 2는 좌측으로 이동한다면 다음과 같은 관계식을 가진다.

$$\begin{aligned}\delta_1(x, y, t + 1/2\Delta t) &= \delta_1(x - 1/2\Delta x, y, t) \\ \delta_1(x, y, t - 1/2\Delta t) &= \delta_1(x + 1/2\Delta x, y, t) \\ \delta_2(x, y, t + 1/2\Delta t) &= \delta_2(x + 1/2\Delta x, y, t) \\ \delta_2(x, y, t + 1/2\Delta t) &= \delta_2(x - 1/2\Delta x, y, t)\end{aligned}$$

표기법(notation)을 이용하여 식(21)을 식(22)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial h_T}{\partial t} \simeq \frac{U_s}{2\Delta x} \{ (h + \delta_1^- + \delta_2^+) - (h + \delta_1^+ + \delta_2^-) \} \quad (22)$$

여기서, $\delta_1^- = \delta_1(x - 1/2\Delta x, y, t)$, etc

식(20)을 차분화하고 무차원화하여 수치적으로 풀면 압력을 구할 수 있다. 평균 유량은 국부 유량을 평균함으로써 구해진다.

식(9)에서 평균 압력 구배와 구름 속도가 영(0)이므로 미끄럼으로 인한 추가적인 유량은 식(23)과 같다.

$$\phi_s = \frac{U_s}{2} \sigma \phi_s \quad (23)$$

따라서, 전단유동계수 ϕ_s 는 식(24)을 이용하여 구해진다.

$$\phi_s = \frac{2}{U_s \sigma} E \left(-\frac{h_T^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) \quad (24)$$

4. 접촉해석

본 연구에서는 탄성변형을 고려한 유동 계

수를 구하기 위한 선행 단계로 필수적인 3차원 거친 표면에 대한 접촉해석을 수행하였다. 기본적으로 영향함수(influence function)를 이용한 방법으로 3차원 접촉해석을 수행하였으며 접촉 영역은 한 변의 길이가 $2a$ 인 사각영역으로 가정하였다.

변형후의 강체면과 거친 표면간의 거리는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$h(x, y) = e(x, y) + u(x, y) - d \quad (24)$$

여기서, $e(x, y)$ 는 변형 전의 표면형상의 높이 분포이고 d 는 유효 강체 변위(effective rigid body displacement)이며 $u(x, y)$ 는 탄성변형량이다.

접촉 영역 내에서 Boussinesq의 식으로 나타내면 식(24)는 다음과 같은 관계식을 가진다.

$$\begin{aligned}\frac{2}{\pi E'} \int \frac{p(x', y')}{\{(x-x')^2 + (y-y')^2\}^{1/2}} dx' dy' \\ = d - e(x, y)\end{aligned} \quad (25)$$

사각조각면 내에서 균일 압력을 가지므로 다음과 같이 단순 이산화될 수 있다.

$$\sum_{j=1}^k F_{i,j} P_j = d - e_i \quad (26)$$

여기서, k 는 접촉영역 내에서 사각조각면의 수이고 $F_{i,j}$ 는 요소 j 에서의 수직분포하중에 의한 요소 i 에서의 영향을 나타내는 영향함수(influence function)로서 나타낼 수 있다.[11]

5. 해석결과 및 고찰

Kurtosis 값의 변화에 따른 flow factor를

구하기 위하여 먼저 주어진 kurtosis 값을 갖는 거친 표면을 수치적으로 생성하였다. kurtosis(Ku)의 값은 2, 3 및 4를 skewness의 값은 +0.3, -0.3을 각각 부여하여 등방성 표면을 생성하였다.

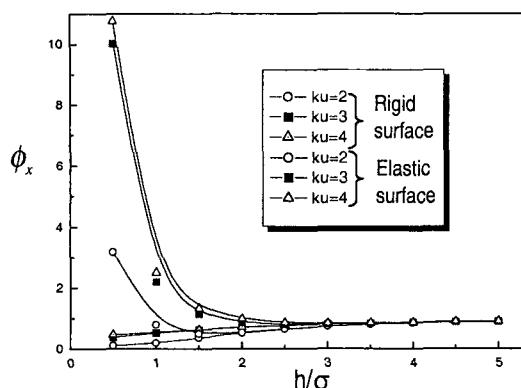


Fig. 3 Pressure flow factor for different kurtosis surfaces

Fig.3은 Ra, Rq 및 Sk등은 동일한 값을 가지며 kurtosis의 값이 다른 3차원 표면들에 대해, h/σ 를 변화시켜가며 pressure flow factor를 수치해석으로 구한 결과를 도시한 것이다. 상대 표면과의 거리가 가까워지면서 h/σ 는 줄어들게 되는데, 강체표면(rigid surface)의 경우는 돌기높이가 겉보기 유막두께(nominal film thickness)보다 클 때 유막두께를 영(0)으로 처리해서 수치해석을 수행했으며[2], 탄성표면(elastic surface)의 경우는 접촉해석을 통해 탄성 변형된 표면에 대해 수치해석을 수행한 것이다.

h/σ 가 증가함에 따라 모든 Ku에 대하여 ϕ_x 는 점근적으로 1에 가까워짐을 알 수 있다. 이것은 유막 두께가 증가하면 거칠기의 영향은 감소하며 매끈한 표면의 윤활 특성과 유사해지는 것을 의미한다. $h/\sigma < 3$ 인 영역에서 탄성 변형을 고려한 경우에 pressure flow factor이 상대적으로 크게 나타난다. 이는 돌기의 높이가 겉보기 유막두께보다 큰 것을 영(0)으로 처리하는 경우보다 탄성접촉

해석을 통해 돌기들의 접촉압력이 상대 표면에 작용해서 두 표면의 간극을 증가시키는 것을 고려한 경우가 상대적으로 두꺼운 실유막두께(real film thickness)를 얻게 됨으로써, 압력 유동 저항이 감소하게 되어 높은 pressure flow factor의 경향을 보이게 된다.

Ku=2인 경우는 돌기들의 곡률 반경이 크기 때문에 접촉면적이 상대적으로 크다. 따라서 접촉점에서 no flow 경계조건에 의해 ϕ_x 가 혼합 윤활 영역에서 정규분포인 Ku=3인 경우보다 작게 나타나고, Ku=4인 경우는 돌기들이 뾰족하기 때문에 접촉면적이 상대적으로 작다. 따라서, 접촉점 경계조건에 의해서 ϕ_x 가 Ku=3인 경우보다 크게 나타남을 알 수 있다.

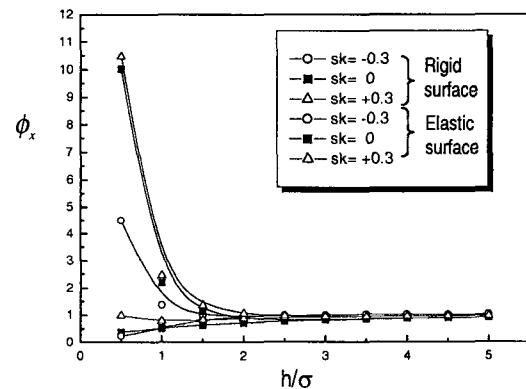


Fig. 4 Pressure flow factor for different skewness surfaces

Fig.4는 skewness의 변화에 따른 pressure flow factor의 경향을 도시한 것이다. 돌기보다 골에 편중된 분포를 가지는 양(+)의 skewness 표면의 경우, 상대적으로 두꺼운 실유막두께를 가지기 때문에 pressure flow factor의 값이 높게 나타난다.

Fig.5와 Fig. 6은 각각 Fig. 3과 Fig. 4에서 같은 조건에서 shear flow factor를 구한 결과이다.

kurtosis가 낮을수록 거친 표면과 유체와

6. 결 론

본 연구는 표면 거칠기의 영향을 평가하기 위하여 정규 분포뿐만 아니라 비 정규분포 경향을 가지는 표면을 수치적으로 생성하여 flow factor 계산에 이용하였다. 또한 이러한 표면들에 대해 보다 실제에 가까운 flow factor를 구하기 위해 탄성 변형을 고려했다. 본 연구의 결론은 다음과 같다.

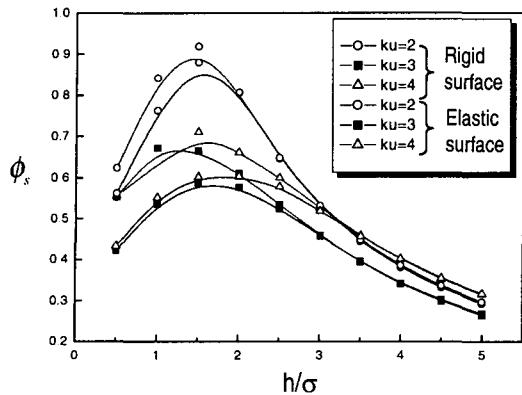


Fig. 5 shear flow factor for different kurtosis surfaces

의 실 접촉 면적이 커지기 때문에, 돌기와 골에 의한 유체를 이동시키는 효과가 증가하게 되어 높은 값의 shear flow factor로 나타나게 된다. 탄성변형을 고려한 경우 거친 표면이 유체와의 실 접촉 표면적이 감소하기 때문에 그 효과가 감소하게 된다.

Fig 6에서 skewness가 증가함에 따라 shear flow factor이 감소함을 알 수 있다.

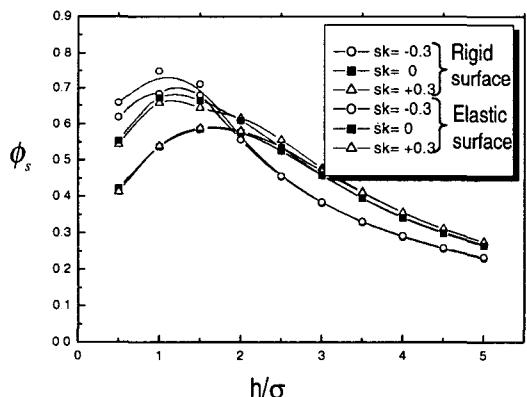


Fig. 6 shear flow factor for different skewness surfaces

이상과 같은 결과들은 각각의 경우에 대해 flow factor의 값들이 분산되어 있기 때문에, 여러 번의 수치해석을 거쳐 평균을 한 결과이다. 따라서 실제 상황에 적용하기 위해서는 실험 등을 통한 입증의 과정이 필요하다.

1. 돌기 접촉이 발생하는 혼합 윤활 영역 ($h/\sigma < 3$)에서는 kurtosis(Ku)가 커짐에 따라서 pressure flow factor가 크게 나타나고 shear flow factor는 반대의 경향을 보이고 있음을 알 수 있다.

2. 혼합 윤활 영역에서 표면 돌기의 탄성 변형을 고려한 것과 고려하지 않은 것을 비교할 경우, h/σ 가 2보다 작은 영역에서는 특히 pressure flow factor의 값이 큰 차이를 보인다.

3. skewness의 값이 증가함에 따라 pressure flow factor는 증가하고 shear flow factor는 감소하게 된다.

4. h/σ 가 증가함에 따라 거칠기 영향이 점근 적으로 감소하여 pressure flow factor는 1, shear flow factor는 0에 가까워지며, 돌기 접촉이 발생하는 $h/\sigma < 3$ 인 혼합 윤활 영역에서는 민감하게 변화한다.

기호설명

E : Expectancy operator

h : Nominal film thickness(compliance)

h_T : Local film thickness

\bar{h}_T : Average gap

ku : Kurtosis

p : Hydrodynamic pressure

\bar{p} : Mean hydrodynamic pressure

q_x, q_y : Unit oil flow in x and y direction

\bar{q}_x, \bar{q}_y : Mean unit flows

Sk : Skewness

U_1, U_2 : Velocity(x direction) of surfaces

δ_1, δ_2 : Roughness amplitudes of surfaces measured from their mean levels

$\gamma = \frac{\lambda_x}{\lambda_y}$ surface pattern parameter

λ : Delay length

σ : Standard deviations of combined roughness

ϕ_x, ϕ_y : Pressure flow factors

ϕ_s : Shear flow factor

참고문헌

- Journal of Lubrication Technology, Vol. 93, pp.398-407.
9. Patir, N., 1978, "A Numerical Procedure for Random Generation of Rough Surfaces," Wear, Vol. 47, pp.263-277.
 10. Patir, N., "Effects of Surface Roughness on Partial Film Lubrication Using an Average Flow Model Based on Numerical Simulation," PhD thesis, Northwestern University, Evanston, Ill., 1978.
 11. Love, A. E. H., "The Stress Produced in a Semi-Infinite Solid by Pressure on Part of the Boundary," Proc. Roy. Soc. London, Vol. A228, PP.377,1929.
1. Tzeng, S.T., and Saibel "Surface Roughness Effect on Slider Bearing Lubrication," ASLE, Trans, Vol 10, pp. 334, 1967.
 2. H. Christensen and K. Tonder "The Hydrodynamic Lubrication of Rough Journal Bearings," ASME, J. Lubri. Tech , pp. 166-172, April 1973.
 3. Patir, N. and Cheng, H. S. "An average Flow Model for Determining Effects of Three-Dimensional Roughness on Patial hydrodynamic Lubrication," ASME, J. Lubri. Tech. Vol 100, pp. 12-17, 1978.
 4. Patir, N. and Cheng, H. S. "Application of Average Flow Model to Lubrication Between Rough Sliding Surfaces," ASME, J. Lubri. Tech. Vol 101, pp. 220-230, 1979.
 5. J. L. Teal and A.O. Lebeck "An Evaluation of the Average Flow Model[1] for Surface Roughness Effects in Lubrication," ASME, Journal of Tribology, Vol 102, pp. 360-367, 1980.
 6. L. Lunde and K. Tonder "Pressure and Shear Flow in a Rough Hydrodynamic Bearing, Flow Factor Calculation," ASME, Journal of Tribology, Vol 119, pp. 549-555, 1997.
 7. Hamrock, B. J. "Fundamentals of Fluid Film Lubrication," McGRAW-HILL, 1994.
 8. Nayak, P. R., 1971, "Random Pressure Model of Rough Surfaces," ASME