Proceedings of Joint Conference of The Korean Data Analysis Society
and Korean Data And Information Science Society,
October 17-18, 2003, pp. 171-176

전기 절연재료 열 수명 시험 자료의 통계적 분석

심규박[1] · 류부형[2] · 고정수[3]

요 약

전기 설비의 가속 수명시험에서 절연재료의 열 수명 시험자료에 대한 통계적 분석지침으로 1987년 ANSI/IEEE Std. 101이 제정된 이래, 많은 실험의 결과 분석에 이용되어져 오고 있다. 그러나, ANSI/IEEE Std. 101 에서는 제한된 환경 하에서 얻어지는 소수의 자료를 분석에 이용하고 있어, 분석 결과의 정확성에 의문이 제기되고 있다. 본 논문에서는, ANSI/IEEE Std. 101에서 사용한 자료에서 얻은 통계량들을 근거로 Monte Carlo Simulation을 실시하여 분석지침에서 제시한 결과와 비교하여 보았다.

주제어 : Arrhenius 모형, 가속 수명시험, 역 켈빈 온도, Crystal Ball

1. 서론

신뢰성이란 시간의 측면에서 본 품질로서 일정기간동안 주어진 기능을 원활하게 수행할 수 있는 품질의 능력이다. 이에 반해 신뢰도란 시스템, 기기, 부품 등이 규정된 사용조건 하에서 의도하는 기간동안 요구되는 기능을 수행할 확률로서, 정확한 신뢰도를 평가하기 위해서는 제품에 요구되는 기능 및 환경 조건 등이 규정되어야 한다.

절연체, 반도체, 축전기 등과 같이 신뢰성이 높고 수명이 긴 제품의 경우, 시간과 비용을 절감하기 위하여 제품의 수명을 실제 사용조건 보다 열악한 환경에서 시험한 후 실제사용조건으로 외삽하여 수명에 관련된 품질 특성치를 얻는 방법을 사용해야 하는데, 이 방법을 가속수명시험(Accelerated Life Test ; ALT)이라 한다. 가속수명시험의 주된 목적은 짧은 시험 시간 동안에 제품 수명의 자료를 얻은 후, 적절한 통계적 방법을 통하여 사용상태에서의 제품 수명을 추정하는데 있다.

또한 수명과 스트레스가 선형관계인 경우, 회귀직선을 구하기 위해서 모수 추정을 해야만 하는데 만약 자료에 문제가 있는 경우, 추정된 모수나 신뢰구간은 크게 영향을 받을 수 있다. 따라서 본 연구에서는 대수정규(lognormal)수명분포를 따르는 자료를 이용하여 회귀직선의 정확한 모수의 추정치와 신뢰구간을 구하는 방법을 제시하고자 한다. 이때 사용온도에 대한 수명-스트레스 관계는

[1]780-714 경북 경주시 석장동 707, 동국대학교 정보통계학과 부교수
[2]780-714 경북 경주시 석장동 707, 동국대학교 안전공학과 부교수
[3]305-338 대전광역시 유성구 구성동, 한국원자력안전기술원 책임연구원

Arrhenius 모형을 도입하였으며, 수명 자료는 ANSI/IEEE Std 101에서 사용한 자료에서 얻은 통계량들을 근거로 Monte Carlo simulation을 통해 생성하였다.

2. Arrhenius 모형

Arrhenius의 방정식은 온도의 함수로서 화학적 반응율을 얻는데 사용하며 절연재료의 수명과 온도사이의 관계를 나타내는 식이다. 화학적 반응율에 대한 Arrhenius의 방정식은 다음과 같다.

$$k = D\exp(-E/RT) \tag{1}$$

여기서,

k = 화학 반응율

E = 반응의 활성화에너지(일정하다고 가정), [cal/mol, 또는 J/mol 또는 eV]

R = Boltzmann 기체상수=1.987 [cal/mol/K 또는 8.314 J/mol/K, 또는 eV/K]

T = 켈빈 온도[K]로 표시된 절대온도 (273℃ 에서의 온도)

D = 빈도인자, 일정한 것으로 가정되는 양; 절연재료의 화학적 열화를 만들어내기 위해 반응하는 분자의 충돌 수에 좌우된다.

Arrhenius의 방정식을 이용하여 절연체 시료의 중위 수명 L을 표시하면 화학 반응율 k 와 반비례하는데, 아래와 같은 식으로 나타내자.

$$\log(L) = constant + [\,(E/RT)/2.303\,] \tag{2}$$

여기서 log는 상용대수이다.

식 (2)를 대수적인 형태로 표시하면 다음과 같다.

$$Y = A + BX \tag{3}$$

여기서,

$Y = \log(L)$ 로서 평균 log 수명,

$X = 1/T$

A: 절연물 모집단(insulation population), 시험시료, 시험방법 및 고장 형태의 일정한 특성

$B = E/(2.303R)$: 절연물 모집단, 시험시료, 시험 방법 및 고장 형태의 다른 특성을 나타낸다.

식 (3)에서 계수 A 및 B는 실험 자료로부터 추정할 수 있는데, 표본 추정 값을 각각 a, b로 표시하기로 하자.

이론적으로 보면, 식 (3)은 화학반응이 단순하고, 고장형태가 절연재료의 고장방식(insulation failure mode)을 제어하는 경우에만 유효하나, 일어날 수 있는 반응들이 뚜렷한 특징을 가진 것이 아니라도 Arrhenius 방정식을 적용하는 것은 효과적이다. 대체로 한가지 반응 및 고장 형태는 일정한 온도범위에 걸쳐 나타나지만 상이한 온도계수 및/또는 고장형태를 가지고 있는 다른 반응은 각각 저온 또는 고온에서 명백히 나타난다. Arrhenius 모형으로 나타낼 수 있는 단순한 경우에서, 편차는 여러 가지 다른 온도에서 나타나는 상이한 고장 형태 또는 온도와 함께 수명에 영향을 미치는 기계적 스트레스의 변화에 의해 야기될 수도 있으므로, 절연재료의 수명-온도 자료의 처리에 Arrhenius 모형의 적용이 적절하다고 할 수 있다.

서로 다른 절연재료들에 대한 자료나 동일한 절연재료에 대한 중복된 시험을 비교하기 위해서는 다양한 온도에서 분석하는 것이 바람직한데, 이 경우 여러 온도에 대한 log 수명의 표본평균 및 표본 표준편차를 계산할 수 있다.

L_{ij}를 온도 i 에서 표본 j의 수명이라 하고, 이의 대수값을 Y_{ij}라 하자. 이 때,

$$Y_{ij} = \log(L_{ij})$$

이고, 임의의 온도 i에서 Y_{ij}의 평균 $\overline{Y_i}$ 는 다음과 같다.

$$\overline{Y_i} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} Y_{ij} \tag{4}$$

여기서, n_i 는 온도 i 에서 표본의 수이며 해당 온도에서 모든 n개의 값을 합한 것이다.

임의의 온도에서 log 고장 시간의 표본 표준 편차는 다음과 같다.

$$s_i = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^{n} (Y_{ij} - \overline{Y_i})^2} \tag{5}$$

3. 역 캘빈 온도와 log 수명에 대한 회귀모형의 추정

열 수명 시험자료의 분석에 Arrhenius 모형을 적용하고 온도에 따른 수명의 변화를 추정하기 위해 다음과 같은 가정을 하자.

(1) 역 켈빈 온도(reciprocal Kelvin Temperature)에 대한 log 수명의 관계는 관심의 대상이 되는 온도 범위에 대해 선형이 된다(시험 및 설계 온도).

(2) 표본의 수명은 통계적으로 독립적이다. (예, 한 표본의 고장시간은 다른 것에 영향을 주지 않는다.).

(3) 표본은 관심의 대상이 되는 모집단에서 임의로 선정한다.

(4) log 수명의 임의 변동은 관심의 대상이 되는 모든 온도에서 동일한 표준 편차를 갖는 정규분포를 가진다.

위의 가정에 따라 다음과 같이 각 표본의 섭씨 시험 온도 T를 역 켈빈 온도로 변환하자.

$$X = 1 / (T + 273) \tag{6}$$

각 표본의 고장 수명 L을 $Y = \log(L)$로 변환하였으므로, 식 (3)에서 모집단 기울기 A와 B의 표본 추정값은 각각 다음과 같다.

$$a = \overline{Y} - b\overline{X} \tag{7}$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n}(XY) - \frac{1}{n}(\sum_{i=1}^{n}X\sum_{i=1}^{n}Y)}{\sum_{i=1}^{n}(X^2) - \frac{1}{n}(\sum_{i=1}^{n}X)^2} \tag{8}$$

선택된 온도 T_c에 대해 모집단 평균 log 수명의 표본 추정 값을 $m(T_c)$라 하면, 다음 방정식을 이용해서 계산할 수 있다.

$$m(T_c) = a + b[(1/(T_c + 273)] \tag{9}$$

$m(T_c)$의 antilog는 온도 T_c에서 시간단위에 대한 중위수명 추정값이 된다.

log 수명의 모표준 편차 σ에 대해 추정 값을 계산하면 다음과 같다.

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-2}\sum_{i=1}^{n}(Y - (a + bX))^2} \tag{10}$$

선택된 온도, T_c에 대해 다음 요소를 계산한다.

$$V(T_c) = \frac{[X_c - (\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X)]^2}{\sum_{i=1}^{n}X^2 - \frac{1}{n}(\sum_{i=1}^{n}X)^2} \tag{11}$$

여기서, $X_c = 1/(T_c + 273)$이다.

평균 log 수명 $m(T_c)$에 대한 신뢰상한 $m_U(T_c)$, 및 신뢰하한 $m_L(T_c)$은 식 (10)과 식 (11)을 이용하여 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$m_U(T_c) = (a + bX_c) + t_{n-2}s\sqrt{(1/n) + V(T_c)} \tag{12}$$

$$m_L(T_c) = (a + bX_c) - t_{n-2}s\sqrt{(1/N) + V(T_c)} \tag{13}$$

4. Monte Carlo Simulation

열 수명 시험자료의 통계적 취급을 위한 ANSI/IEEE std.101에서 사용한 자료를 근거로 역 캘빈 온도와 log 수명 사이의 관계를 추정하기 위해 Monte Carlo Simulation을 실시하여 보았다.

시뮬레이션의 조건은 다음과 같다.

<표 4-1> 온도와 수명에 대한 Simulation 조건

온도(℃)	수명은 Lognormal 분포를 따름	
	평균	표준편차
150	1390	436
175	419	128
200	146	47

식 (6), (7) 및 (8)에 대해 Excel 및 Crystal Ball을 이용하여 1,000번 반복 simulation 한 결과는 다음과 같다.

<표 4-2> 1,000번 반복 Simulation을 실시한 결과

	계수	표준 오차	t 통계량	P-값	하위 95%	상위 95%
Y 절편	-5.31478	0.158483	-33.5353	9.9E-166	-5.62578	-5.00378
X 1	3526.96	70.78298	49.8278	5.5E-273	3388.06	3665.861

따라서, 추정된 식 (3)은 다음과 같다.

$$Y = -5.31478 + 3526.96X$$

이다.

선택된 온도에 대하여 적합점의 값은 식 (9)를 이용하여 구할 수 있는데, 해당되는 평균 log 수명의 추정 값을 계산한다. 이 결과에 antilog를 취하면, 시간 단위의 중위수명 추정값을 구할 수 있다.

예를 들어, 150℃에 대하여,

$$m(150) = -5.31478 + (3526.96)[1/(273+150)] = 3.02318$$

이것의 antilog는 중위수명 추정 값이며 1055 시간이다.

<표 4-3> 온도별 중위수명의 추정값

T_c	$m(T_c)$		$m(T_c)$ 의 antilog 값	
	ANSI/IEEE 에서 결과	Simulation의 결과	ANSI/IEEE 에서 결과	Simulation의 결과
150℃	3.11784	3.02318	1311	1054.84
175℃	2.60010	2.55789	398	361.325
200℃	2.13710	2.14179	137	138.610

또한, simulation 결과, 식 (12)와 식 (13)인 95% 신뢰 상한과 신뢰하한은 각각 다음과 같다.

$$m_U(T_c) = -5.00378 + 3665.861X_c$$

$$m_L(T_c) = -5.62657 + 3388.060X_c$$

5. 결론

ANSI/IEEE std. 101에서는 150℃에서 측정값 10개, 175℃에서 측정값 6개, 200℃에서 측정값 10개를 근거로 절연재료의 역 캘빈 온도와 log 수명에 대한 회귀모형을 추정하였다. <표 4-3>의 결과에서 보듯, 본 논문에서 실시한 1,000번 반복 실행한 simulation의 결과와는 $m(T_c)$와 $m(T_c)$의 antilog 값에서 다소 차이가 있다. 전술한 바와 같이 가속 수명시험에서 열 수명 시험자료는 대량으로 얻기 어려우므로, 이미 취득된 자료에서의 정보를 바탕으로 simulation을 실시하는 것이 보다 정확한 값을 추정하는 방법이라 생각한다.

참고문헌

[1] KINS/HR 551-2003, "*디지털 계측제어계통 기기검증 적합성에 관한 연구*", 한국원자력안전기술원.

[2] ANSI/IEEE Std. 101-1987, *"IEEE Guide for the Statistical Analysis of Thermal Life Test Data".*

[3] James R. Evans, David L. Olson.(2002), *Introduction to Simulation and Risk Analysis,* Prentice Hall, New Jersey.