

할선법과 모멘트의 고정점 알고리즘 독립성분분석에 의한 특징추출

조용현, 김아람^U, 오정은, 전윤희
대구가톨릭대학교 컴퓨터정보통신공학부
e-mail:yhcho@cataegu.ac.kr

Feature Extraction Using Fixed-Point ICA of Secant Method and Moment

Yong-Hyun Cho, A-Ram Kim^U, Jeung-Eun Oh, Yun-Hee Jeon
School of Computer and Information Communications. Eng.,
Catholic Univ. of Daegu

요 약

본 연구에서는 할선법과 모멘트의 고정점 알고리즘 독립성분분석을 이용하여 영상의 특징을 추출하는 기법을 제안하였다. 여기서 할선법은 독립성분 상호간의 정보를 최소화하기 위한 목적함수의 최적화 과정에서 요구되는 1차 미분에 따른 계산을 간략화하기 위함이고, 모멘트는 최적화 과정에서 발생하는 발진을 억제하여 보다 빠른 학습을 위함이다. 제안된 기법을 256x256 픽셀의 10개 지문영상에서 선택된 각각 10,000개의 3가지 영상패치들을 대상으로 적용한 결과, 제안된 기법은 뉴턴법이나 할선법의 알고리즘 보다도 빠른 특징추출 속도가 있음을 확인하였다. 한편 추출된 16x16 픽셀의 160개 독립성분 기저벡터 각각은 영상 각각에 포함된 공간적인 주파수 특성과 방향성을 가지는 경계 특성이 잘 드러나는 국부적인 특징들임을 확인하였다.

1. 서론

독립성분분석(independent component analysis : ICA)은 데이터의 차원을 감소시키는 선형변환 기법 중 가장 널리 이용되는 주요성분분석(principal component analysis : PCA)의 일반화 기법이다. PCA는 공분산(covariance)을 이용하는 가우스(Gaussian) 분포의 입력 데이터에 적당한 2차원 다차원 방법이다^[1-6]. 알려진 ICA 알고리즘들에서는 데이터의 통계적 독립성을 판정하기 위해 확률밀도함수와 역행렬을 구한다든지 고차원의 cumulant나 moment를 구하는 등 복잡한 계산이 요구된다.

따라서 복잡한 계산에 따른 많은 계산시간이 요구되는 수치적 기법에 의한 ICA의 대안으로 간단한 신경망을 이용하여 해결하려는 연구가 활발하게 진행되고 있다^[3-6]. 발표된 신경망을 이용한 ICA 방법으로는 고정점(fixed point : FP) 알고리즘, recursive least square 알고리즘, 확률적 기울기를 이용하는 Bell & Sejnowski (BS)알고리즘, 자연기울기(natural gradient)를 이용한 natural gradient 알고리즘 등이 제안되었다^[4,5]. 하지만 이들 방법들에서도 신경망을 이용하나 신경망 자체가 가지는 학습에 따른 제약들은 그대로 내포하고 있어 그에 따른 연구가 절실하다.

본 연구에서는 기존의 신경망이 가지는 학습시간과 학습율 사이의 절충관계를 효과적으로 해결할 수

있는 조합형 알고리즘을 제시한다. 이를 위해 negentropy를 최대화하는 과정에서 기울기 이용법의 그 계산을 간략화 하기 위해 할선법(Secant method)^[7]을 이용하며, 또한 기울기의 변화에 따른 경신알고리즘에서 발진을 줄여 더욱 빠른 학습능의 독립성분분석을 위해 모멘트를 이용하였다. 제안된 기법을 256x256 픽셀의 지문영상 10개를 대상으로 한 특징추출에 적용하여 그 타당성과 성능을 확인하고자 한다.

2. 할선법과 모멘트의 고정점 알고리즘 독립성분분석

ICA는 m개의 입력신호 s로부터 선형적으로 혼합된 n개의 신호 x가 알려져 있을 때, 혼합된 신호로부터 역으로 m개의 독립인 입력신호를 찾는 기법이다. 이때 혼합신호와 입력신호와의 관계는 일반적으로 다음 식(1)과 같다.

$$x = As + n = \sum_{i=1}^m s(i)a(i) + n \quad (1)$$

로 표현된다. 여기서 잡음 n은 보통 입력신호와 구별되지 않기 때문에 생략할 수도 있으며, $A=[a(1), a(2), \dots, a(m)]$ 으로 a(i)는 ICA의 basis vector이다. 결국 ICA는 알려진 혼합신호로부터 혼합행렬의 역행렬 A^{-1} 을 찾는 기법이다. 이상의 관계를 요약하면 그림 1과

같다. 그림에서 보면 혼합기(mixer)의 출력신호인 혼합 신호는 알 수 있으나 혼합기의 특성인 \mathbf{A} 와 입력신호인 원 신호 \mathbf{s} 는 알려져 있지 않다. 결과적으로 입력신호와 출력신호가 일치하도록 하는 즉, $\mathbf{y} = \mathbf{W}\mathbf{x} = \mathbf{W}\mathbf{A}\mathbf{s}$ 에서 $\mathbf{W}=\mathbf{A}^{-1}$ 의 관계를 만족토록 하는 것이다.

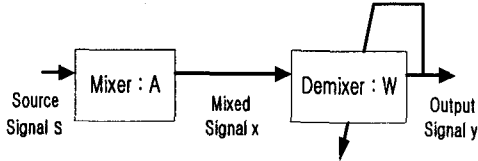


그림 1. ICA를 위한 구성도

일반적으로 혼합된 신호 \mathbf{x} 를 영평균(zero-mean)과 whitening하면, 데이터의 1차와 2차의 통계성에 따른 상관성이 이미 고려되기 때문에 좀 더 효과적으로 ICA를 수행할 수 있다^[3-6].

한편 독립성분분석을 위한 고정점 알고리즘은 엔트로피 최적화로 신호 내에 포함된 상호정보를 고려하는 기법으로 그 수렴속도는 적어도 2차 함수정도로, 지금까지 알려진 기법 중 가장 빠른 학습속도를 가진다^[6,7]. 일반적으로 변수들 상호간의 정보를 표현하는 상호정보는 비가우스성의 척도로 이용되는 negentropy로 정의될 수 있다. n 개의 랜덤변수 벡터 $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_n)^T$ 를 위한 negentropy $J(\mathbf{y})$ 는

$$J(\mathbf{y}) = H(\mathbf{y}_{\text{gauss}}) - H(\mathbf{y}) \quad (4)$$

이다. 여기서 $H(\mathbf{y})$ 는 랜덤변수 \mathbf{y} 의 엔트로피(entropy)이며, $\mathbf{y}_{\text{gauss}}$ 는 가우스 랜덤벡터이다. 이때 negentropy $J(\mathbf{y})$ 를 이용한 상호무관한 n 개 랜덤변수 $y_i (i=1, \dots, n)$ 사이의 상호정보 $\mathbf{I}(y_1, y_2, \dots, y_n)$ 는

$$\mathbf{I}(y_1, y_2, \dots, y_n) = J(\mathbf{y}) - \sum_{i=1}^n J(y_i) \quad (5)$$

로 정의된다. 결국 ICA에서 독립성의 최대화를 위해 식 (5)로 정의되는 상호정보 $\mathbf{I}(y_1, y_2, \dots, y_n)$ 를 최소화하는 것은 negentropy를 최대화하는 것이다.

negentropy의 최대화는 식 (5)에서 우측 2번째 항의 최대화로 가능하다. 이를 위한 근사식으로 최대 엔트로피 원리를 이용하면

$$J(y_i) \approx c[E\{G(y_i)\} - E\{G(v)\}]^2 \quad (6)$$

와 같이 정의된다. 여기서 G 와 c 는 각각 비2차(non-quadratic)함수와 상수이고, v 는 평균이 0이고 분산이 1인 표준화된 가우스 변수이며, 랜덤변수 y_i 도 평균이 0이고 분산이 1인 변수로 가정한다. negentropy의 근사화를 위한 식 (6)은 ICA 변환을 추정하는 목적함수로 이용될 수 있으며, 독립변수들의 상호간 무관성을 고려한 하나의 독립성분 $y_i = \mathbf{W}^T \mathbf{x}$ 를 찾기 위한 목적함수 $J_G(\mathbf{W})$ 는 식 (6)에 따라

$$J_G(\mathbf{W}) = [E\{G(\mathbf{W}^T \mathbf{x})\} - E\{G(v)\}]^2 \quad (7)$$

로 표현된다. 이를 전체 n 개의 독립성분 모두로 확장하면

$$\begin{aligned} & \text{maximize } \sum_{i=1}^n J_G(\mathbf{w}_i) \quad \text{w.r.t. } \mathbf{w}_i, i=1,2,\dots,n \\ & \text{subject to } E\{(\mathbf{w}_k^T \mathbf{x})(\mathbf{w}_j^T \mathbf{x})\} = \delta_{jk} \end{aligned} \quad (8)$$

로 된다. 여기서 \mathbf{w}_i 는 역혼합행렬 \mathbf{W} 의 행벡터 중 하나이며, ICA 변환은 $\mathbf{s} = \mathbf{W}\mathbf{x}$ 로 얻어진다. 결국 식 (7)이나 (8)로 정의된 ICA를 위한 목적함수를 최대화하기 위한 방법이 요구된다.

FP 알고리즘은 batch mode로 계산되는 신경망 알고리즘이다. 데이터 벡터 \mathbf{x} 가 상관행렬 $E\{\mathbf{x}\mathbf{x}^T\} = \mathbf{I}$ 로 whitening되어 있다고 가정할 때, 하나의 독립성분을 구하기 위해 식 (7)에서 FP 알고리즘을 유도하면 다음과 같다. $J_G(\mathbf{W})$ 의 최대화는 반드시 $E\{G(\mathbf{W}^T \mathbf{x})\}$ 의 최적에서 얻어진다. 이때 Kuhn-Tucker 조건으로부터, $E\{(\mathbf{W}^T \mathbf{x})^2\} = \|\mathbf{W}\|^2 = 1$ 조건하에서 $E\{G(\mathbf{W}^T \mathbf{x})\}$ 의 최적은 다음 식

$$E\{\mathbf{x}g(\mathbf{W}^T \mathbf{x})\} - \beta \mathbf{W} = 0 \quad (9)$$

로 얻어진다. 여기서 $g(\cdot)$ 는 비2차 함수 G 의 미분이고, $\beta = E\{\mathbf{W}_0^T \mathbf{x} g(\mathbf{W}_0^T \mathbf{x})\}$ 인 상수이며, \mathbf{W}_0 는 \mathbf{W} 의 최적값이다. 따라서 방정식 (9)를 풀기 위해 빠른 수렴속도를 가지는 할선법^[7]을 도입한다.

할선법은 현재의 함수 값과 바로 이전의 함수 값만을 이용함으로써 해를 구할 수 있어 기존의 뉴턴(Newton) 기법에 기반을 둔 알고리즘에서처럼 별도의 1차 미분 계산이 요구되지 않는다. 따라서 β 를 \mathbf{W}_0 대신에 \mathbf{W} 의 현재값으로 나타낸 근사화된 반복방법의 할선법에 기초한 역혼합행렬 \mathbf{W} 를 구하는 식은

$$\begin{aligned} \mathbf{f}(\mathbf{W}^\#) &= [E\{\mathbf{x}g(\mathbf{W}^\# \mathbf{x})\} - \beta \mathbf{W}^\#] \\ \mathbf{f}(\mathbf{W}) &= [E\{\mathbf{x}g(\mathbf{W}^T \mathbf{x})\} - \beta \mathbf{W}] \\ \mathbf{W}^* &= \mathbf{W} - \mathbf{f}(\mathbf{W})\{(\mathbf{W} - \mathbf{W}^\#)/(\mathbf{f}(\mathbf{W}) - \mathbf{f}(\mathbf{W}^\#))\} \\ \mathbf{W}^* &= \mathbf{W}^*/\|\mathbf{W}^*\| \end{aligned} \quad (10)$$

와 같다. 여기서 \mathbf{W}^* 는 \mathbf{W} 의 새롭게 경신된 값이며, $\mathbf{W}^\#$ 은 바로 전에 계산된 \mathbf{W} 의 값이고, $\beta = E\{\mathbf{W}^T \mathbf{x} g(\mathbf{W}^T \mathbf{x})\}$ 이다. 결국 식 (10)은 할선법에 기초를 둔 ICA를 위한 FP 알고리즘이다. 여기서는 역혼합행렬 \mathbf{W} 를 구하는데 별도의 1차 미분인 Jacobian matrix의 계산이 요구되지 않아 보다 빠른 계산시간을 가진다.

한편 식 (10)에서의 근사화값 계산에서 \mathbf{W} 가 최적해로 수렴할 때 발진이 일어날 수도 있다. 따라서 수렴에 따른 발진을 막아 줄 수만 있다면 좀 더 빠르게 최적해로 수렴시킬 수 있을 것이다. 이를 위해 본 논문에서는 \mathbf{W} 를 계산할 때 이전 변화의 속성을 반영하는 모멘트를 추가하였다. 이렇게 하면 할선법

이 가지는 빠른 수렴속성을 그대로 살리면서도 최적 해로의 수렴에서 발생하는 발진을 억제시켜 더욱 빠른 속도의 독립성분분석이 가능하다. 제안된 할선법과 모멘트에 기초한 역혼합행렬 W 의 경신식은 식 (10)의 3번째 식이 변형되어

$$W^* = W - f(W) \{ (W - W^*) / (f(W) - f(W^*)) \} + a(W^* - W) \quad (11)$$

이 된다. 여기서 a 는 모멘트이다.

3. 시뮬레이션 및 결과분석

제안된 학습알고리즘의 신경망 기반 ICA의 타당성과 성능을 평가하기 위하여 256x256 픽셀의 10개 지문영상에서 선택된 각각 10,000개의 3가지 영상패치들을 대상으로 16x16 픽셀의 160개 독립성분 기저벡터인 특징벡터들을 각각 추출하였다. 160개의 특징벡터로 차원을 감소시킨 것은 영상에 포함된 잡음을 줄이기 위함이다^[5,6]. 종료조건으로 0.0001 이하일 때나 학습반복수가 100회 이상일 때로 하였다. 또한 비선형 함수 $g(\cdot)$ 는 $(\cdot)^3$ 으로 하였다. 실험은 펜티엄 IV-2.2G 컴퓨터 상에서 Matlab 5.1로 실행하였다.

그림 2는 실험에 이용된 10개의 지문영상들을 나타낸 것이다.

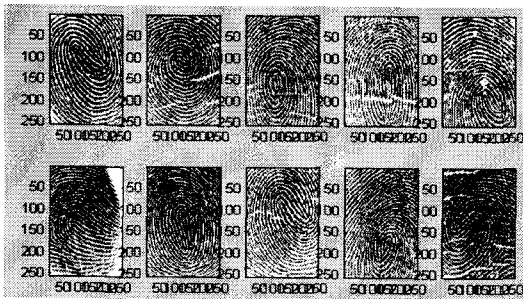


그림 2. 256x256 픽셀의 10개 지문영상

그림 3은 지문영상을 대상으로 제안된 고정점 알고리즘의 독립성분분석을 수행하여 종료조건이 만족될 때 추출된 16x16 픽셀의 160개 특징들을 행렬로 나타낸 것이다. 실험에서 역혼합행렬 W 의 초기값은 0과 1사이의 무작위 값으로 하였으며, 모멘트 0.002로 하였다. 그림에서 추출된 각 특징벡터는 역혼합행렬 W 의 열이며, 좌측에서 우측으로, 그리고 위에서 아래로 순서화됨을 알 수 있다. 한편 그림에서 보면 먼저 영상의 특징을 나타내는 기저벡터들은 분명히 공간과 주파수적으로 국부화되어 있으며, 또한 방향성을 가짐을 알 수 있다. 이는 추출된 특징들이 공간성, 방향성, 그리고 주파수 3가지 파라미터에 대해 국부성을 가지며, 영상처리에서 가장 널리 이용

되는 Gabor 함수^[4-6]와 아주 유사한 결과를 나타낼 수 있다. 이는 제안된 ICA에 의한 특징추출은 Gabor 함수에 의한 특징추출과 아주 근사적인 기법임을 의미한다. 또한 ICA를 이용한 특징추출은 공간 상에서의 국부성을 나타내지 못하는 푸리에(Fourier) 기저함수나 주파수와 방향성에서 국부성을 나타내지 못하는 pixel-by-pixel 표현보다도 우수한 기법임을 알 수 있다. 특히 그림에서 보면 추출된 특징들에서는 막대모양으로 표현된 영상의 가장자리가 잘 표현됨을 알 수 있다. 한편 여기에서는 기저벡터의 크기가 달라도 얼마간 동일한 특징을 나타냄을 확인할 수 있다. 이는 wavelet 함수와의 관계를 보여주는 것으로, 주파수와 기저벡터에 의해 대치되는 면적은 서로 종속적임을 의미한다^[5]. 하지만 wavelet이 영상의 수직과 수평의 2가지 방향특징만을 나타내는데 비해 ICA는 대각선의 방향을 포함한 보다 많은 방향특징을 가지며, wavelet은 위상차이를 가지지 않지만 ICA에서는 매우 다른 위상도 가짐을 알 수 있다. 따라서 ICA에 의한 영상의 특징추출은 Gabor 함수와 유사한 성능을 가지며, wavelet 함수보다는 우수한 성능이 있음을 알 수 있다. 특히 본 연구에서의 신경망 기반 ICA 기법은 기존의 수치적 기법에 의해 수행되는 Gabor 함수나 wavelet에 비해 계산이 간단하여 상대적으로 빠르게 특징을 추출할 수 있다.

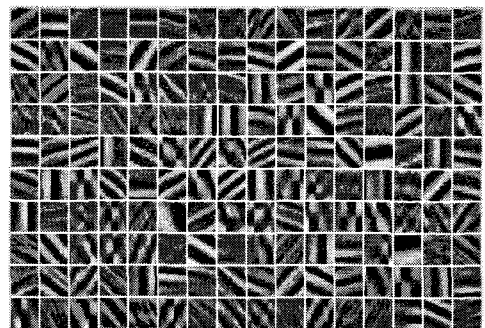


그림 3. 지문영상으로부터 추출된 16x16 픽셀의 160개 특징벡터들

표 1은 지문영상에 대해 뉴우턴법의 FP 알고리즘, 할선법의 FP 알고리즘, 그리고 할선법과 모멘트의 제안된 FP 알고리즘을 각각 20번씩 반복 실험하여 종료조건을 만족할 때까지의 학습반복수 k 와 특징추출에 소요된 CPU 시간 t 각각의 평균을 나타낸 것이다. 여기에서도 제안된 알고리즘의 모멘트는 0.002로 하였다. 실험에서 뉴우턴법의 알고리즘 경우, 지문영상의 특징추출을 위한 20회 시행 중 3회가 종료조건 2가지 중 어느 것도 만족하지 못하여

특징을 추출하는데 실패하였다. 하지만 학습반복수에 따른 종료조건을 무시하고 실험을 반복한 결과 최대 258회까지 소요되는 비현실적인 수렴시간을 보였다. 할선법의 알고리즘과 제안된 알고리즘에서는 20회 시행 모두에서 영상의 분리가 이루어졌다. 이 또한 뉴우턴법의 알고리즘에서 기울기인 도함수의 값이 0에 수렴될 경우 역혼합행렬의 경신과정에 0으로 나누어지는 결과가 발생되어 비현실적인 수렴현상으로 추정된다. 한편 표에서도 뉴우턴법의 알고리즘 결과는 추가시행을 실시하여 학습의 종료조건을 만족한 경우에 대한 결과이다. 표 2에서 지문영상의 학습반복수와 추출시간에서 보면, 뉴우턴법은 약 35.85와 약 178.89, 할선법은 약 28.73과 약 148.82, 그리고 제안된 알고리즘은 약 25.42와 약 137.67 정도이다. 먼저 학습반복수에서는 제안된 알고리즘이 뉴우턴법과 할선법에 비해 각각 약 1.41배와 약 1.13배 정도 개선되었으며, 특징추출 시간에서는 각각 약 1.3배와 약 1.08배 정도 개선되었다. 또한 할선법은 뉴우턴법에 비해 약 학습반복수와 추출시간에서 각각 약 1.25배와 약 1.2배 정도 개선되었다. 따라서 제안된 조합형 알고리즘은 뉴우턴법의 알고리즘이나 할선법의 알고리즘보다 개선된 특징추출속도가 있으며, 할선법의 알고리즘도 뉴우턴법의 알고리즘보다 빠른 추출속도를 가짐을 알 수 있다. 결국 할선법과 모멘트의 조합형 알고리즘이 할선법의 알고리즘이나 뉴우턴법의 알고리즘보다 특징추출 시간에서 가장 우수한 성능이 있음을 확인할 수 있다. 또한 표 1에서 알고리즘 각각의 1회 수행 CPU 시간을 보면, 뉴우턴법은 약 4.99, 할선법은 약 5.18, 그리고 제안된 알고리즘은 약 5.42 정도로 뉴우턴법이 가장 빠름을 알 수 있다. 하지만 전체적인 특징분리 시간에서는 학습반복수와 관계되어 뉴우턴법이 가장 느린 추출속도를 보인다.

표 1. 뉴우턴법, 할선법, 제안된 고정점 알고리즘 각각에 의한 특징추출결과

입력 영상	뉴우턴법의 FP 알고리즘		할선법의 FP 알고리즘		제안된 FP 알고리즘	
	학습 반복수, k	추출 시간, t	학습 반복수, k	추출 시간, t	학습 반복수, k	추출 시간, t
지문 영상	35.85	178.89	28.73	148.82	25.42	137.67

4. 결론

본 연구에서는 할선법과 모멘트에 기초한 조합형 고정점 알고리즘의 신경망 기반 독립성분분석기법을 제안하고, 이를 혼합영상의 분리와 영상의 특

징추출에 적용하였다. 여기서 할선법은 negentropy 최대화 과정서 함수 값만을 이용함으로써 계산을 간략하게 하여 역혼합행렬의 경신속도를 빠르게 하기 위함이고, 모멘트는 학습과정에서 발생하는 발진을 억제하여 보다 빠른 학습속도를 얻기 위함이다.

제안된 기법을 256x256 픽셀의 10개 지문영상의 특징추출에 적용한 결과, 제안된 알고리즘은 뉴우턴과 할선법에 기초한 알고리즘보다 빠른 추출시간을 가짐을 확인하였다. 한편 독립성분분석은 영상 각각에 포함된 공간적인 주파수 특성과 방향성을 가지는 경계 특성이 잘 드러나는 국부적인 특징들을 추출할 수 있으며, 제안된 알고리즘은 학습에서 역혼합행렬의 초기 값에도 덜 의존함을 확인하였다.

향후 좀 더 다양하고 규모가 큰 문제를 대상으로 하는 연구와 독립성분분석의 성능을 더욱 더 개선시키기 위한 연구가 남아 있다

참고문헌

[1] K. I. Diamantaras and S. Y. Kung, *Principal Component Neural Networks : Theory and Applications, Adaptive and learning System Signal Processing, Communications, and Control* John Wiley & Sons, Inc., 1996

[2] S. Haykin, *Neural Networks : A Comprehensive Foundation*, Prentice-Hall, 2ed, London, 1999

[3] P. Comon, "Independent Component Analysis New Concept?", *Signal Processing*, vol.36, N pp.287-314, Apr.1994

[4] T. W. Lee, *Independent Component Analysis Theory and Applications*, Kluwer Academic Publishers, Boston, 1998

[5] S. Roberts and R. Everson, *Independent Component Analysis : Principles and Practice*, Cambridge Univ. Press, 2001

[6] A. Hyvarinen, J. Karhunen, and E. Oja, *Independent Component Analysis*, John Wiley & Sons, Inc., 2001

[7] K. Atkinson, *Elementary Numerical Analysis*, Wiley & Sons, Inc., New York, 1993