제19회 한국정보처리학회 춘계학술발표대회 논문집 제10권 제1호 (2003.5)

추이적행렬을 이용한 EMFG의 마크흐름 분석

정명화*, 김정수**, 이태훈**, 여정모***
*부경대학교 산업대학원 전산정보학과
**부경대학교 전자계산학과
***부경대학교 전자컴퓨터정보통신공학부
e-mail:myungheejung@mail.emfg.pe.kr

Analyze Method of Mark Flow in EMFG Using the Transitive Matrix

Myung-Hee Jung*, Jung-Soo Kim**, Tai-Hoon Lee**, Jeong-Mo Yeo***
*Dept of Computer and Information, PuKyong National University
**Dept of Computer Science, PuKyong National University
***Division of Electronics, Computer and Telecommunication Engineering, PuKyong National University

요 약

EMFG(Extended Mark Flow Graph)는 이산시스템을 개념설계하거나 상세설계할 수 있는 좋은 도구이다. 시스템을 설계함에 있어서 마크흐름을 분석하는 것은 시스템의 성능향상과 직결되므로 상당히 중요한 작업이다. 본 논문에서는 EMFG의 각 박스들간의 상태변화를 박스추이가중행렬을 통하여 확인, 분석하는 기법을 제안하고자 한다. EMFG로 설계한 시스템의 상태변화를 쉽게 분석함으로써 시스템의 설계 및 분석이 쉬워지므로 자동화된 시스템 개발시 유용하게 사용될 것으로 기대된다.

1. 서론

EMFG(Extended Mark Flow Graph)는 Petri Net에서 파생된 그래프이론이다. 이산제어 시스템을 설계하여 구현하거나 분석하는데 적합하도록 구성이 되어 있어 동기 및 비동기 시스템의 설계 및 구현이 가능하고 시스템의 동시성이나 병렬성을 잘 표현할 수 있다. 또한 시스템의 동작을 개념적이며 상세히 설계할 수 있어 설계자의 생각을 그대로 표현할 수 있으며 구성요소를 일대일로 변환하면 직접적인 회로를 얻을 수 있어 시스템의 구현을 쉽게 한다[2-4].

그러나 방대한 시스템 설계에 있어서는 각 박스들의 상태변화를 관찰하기가 어려워지고 이것은 시스템의 성능에도 크게 영향을 미치므로 박스들의 마크변화를 정확하게 해석할 수 있는 방법이 필요하게 되었다. 기존에 부울함수식과 벡터를 이용하여 동작해석하는 방법과 접속행렬과 점화조건행렬을 이용하여 수학적으로 해석한 알고리즘이 있다[1-3].

본 논문에서는 일반아크(arc) 뿐만 아니라 조건아크, 역아크(입력/출력역아크)등 여러 가지 기능을 가진 아크와 박스(box), 트랜지션(transition)간의 관계를 표현하는 박스추이가중행렬(Weighted Box Transitive Matrix)을 이용하여 EMFG의 각 박스들의 마크변화를 분석하고자 한다. 초기마크와 박스추이가중행렬을 이용하여 분석함으로서 EMFG의 동작 즉 마크벡터의 변화를 정확하고 쉽게 판단할 수 있다.

2. EMFG의 상태변화 분석

2.1 EMFG의 입력/출력-행렬

EMFG는 박스, 트랜지션, 아크들로 구성된 마크를 갖는 방향성 선도로 정의된다. EMFG의 동작, 즉 박스의 마크 변화를 분석하기 위하여 트랜지션들에 대한 박스들의 접속상태를 행렬로 표현한다.

정의 1. EMFG에서 트랜지션을 기준으로 입력되는 박스들의 아크연결상태를 표현한 행렬을 EMFG의 입력-행렬이라 하고, (식 1)과 같이 표현한다.

$$T_I = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1j} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2j} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ij} \end{bmatrix} \quad \text{(식 1)}$$

T_I 에서 n은 트랜지션의 수, m은 박스의 수이며, 박스에서 트랜지션으로 연결되는 아크가 일반아크 및 조건아크로 연결되면 1, 역아크로 연결되면 -1, 연결되지 않으면 0이다.■

EMFG의 T_I 의 임의의 원소를 a_{ij} 라 했을때, a_{ij} 는 박스 b_j에서 트랜지션 t_j에 연결된 아크의 연결상태를 나타낸다. 이러한 연결상태는 트랜지션의 점화조건을 형성한다.

정의 2. EMFG에서 트랜지션을 기준으로 출력되는 박스들의 아크연결상태를 표현한 행렬을 EMFG의 출력-행렬이라 하고, (식 2)와 같이 표현한다.

$$T_O = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mn} \end{bmatrix} \quad \text{(식 2)}$$

T_O 에서 n은 트랜지션의 수, m은 박스의 수를 나타내며, 트랜지션에서 박스로 연결되는 아크가 일반아크 및 조건아크로 연결 되면 1로, 역아크로 연결되면 y, 연결되어 있지 않으면 0이다.■

EMFG의 T_O 의 임의의 원소를 b_{ij} 라 할때 b_{ij} 는 트랜지션 t_j 에서 박스 b_i 로 연결된 아크의 연결상태이다. 이러한 연결상태는 트랜지션이 점화한 후의 마크변화 즉 마크의 생성/소멸을 나타낸다.

2.2 EMFG의 추이적행렬

추이적행렬이란 박스와 트랜지션간의 점화와 관련된 연관관계를 표시하여 마크흐름을 파악할 수 있는 행렬이다[1][5].

EMFG의 추이적행렬은 일반아크, 조건아크, 역아크를 사용하여 각 박스들의 상태를 분석할 수 있다.

정의 3. EMFG에서 박스간의 마크흐름을 표현한 행렬, T_B 를 박스추이행렬(Box transitive matrix)이라 하고 (식 3)과 같이 표현한다.

$$T_B = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1m} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2m} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \cdots & x_{mm} \end{bmatrix} \quad \text{(식 3)}$$

T_B 에서 m은 박스의 수이며, 각 원소의 값은 일반/조건아크를 통한 마크 이동은 1, 입력역아크를 이용한 마크 이동은 -1, 출력역아크를 통한 마크 이동은 y, 입력역아크에서 출력역아크로의 마크 이동은 $-y$이다.■

EMFG의 T_B 의 임의의 원소를 x_{ij} 라 했을때, x_{ij} 는 행방향의 박스 b_j에서 열방향의 박스 b_i로의 마크변화를 나타낸다.

정리1) EMFG에서 입력-행렬을 T_I, 출력-행렬을 T_O 라 할 때 박스추이행렬 T_B 는 (식 4)와 같다.

$$T_B = T_I(T_O)^T \quad \text{(식 4)}$$

(증명) T_I 의 행방향원소들 a_{ih} (i는 행번호, h는열번호), T_O 의 전치행렬의 열방향요소 b_{hj} (h는 행번호, j는 열번호)을 곱하여 나타난 박스 추이 행렬의 원소 x_{ij} 는 $\sum_h a_{ih} b_{hj}$ 가 된다. 이것은 입력-행렬의 원소값(0,1,-1)과 출력-행렬의 원소값(0,1,y)의 조합이며 T_B 원소의 값이 0이며 박스사이에 마크의 이동이 없고, 1의 값은 입력과 출력이 일반아크로, -1의 값은 입력역아크와 출력일반아크로, y의 값은 일반입력아크와 출력역아크로, -y의 값은 입력역아크와 출력역아크로 연결이 되어 박스사이에 마크의 이동이 나타난다. 따라서 (식 4)는 타당하다.■

박스추이행렬은 어떤 트랜지션이 점화해서 박스사이에 마크가 이동되었는지를 보여주지는 않는다. 하지만 박스사이의 마크 흐름은 표현할 수 있다.

정의 4. EMFG에서 임의의 트랜지션이 점화하여 박스간의 마크변화를 보여주는 행렬, L_{TB} 를 라벨화된 박스추이행렬(Labeled-box transitive matrix)이라 하고, 각 박스에서 트랜지션들에 입력되는 아크의 조합으로 박스의 마크변화를 보여주는 행렬, L_{TB}^* 를 박스추이가중행렬이라 하며, L_{TB}의 같은열에 s번 나타난다면 t_k/s로 표시한다.■

정리2) EMFG에서 입력-행렬을 T_I, 출력-행렬을 T_O 라 할 때 라벨화된박스추이행렬, L_{TB} 는 (식 5)와 같다.

$$L_{TB} = T_I diag(t_1, t_2, \ldots, t_k, \ldots, t_n)(T_O)^T \quad (식\ 5)$$

증명) T_I 의 행방향원소들 a_{ih} (i는 행번호, h는열번호), 트랜지션의 대각행렬요소 t_{ii}, T_O 의 전치행렬의 열방향요소 b_{hj} (h는 행번호, j는 열번호)을 곱하여 나타난 라벨화된박스추이행렬의 원소 x_{ij} 는 $\sum_h a_{ih}t_{ii}b_{hj}$ 이다. L_{TB} 의 원소가 0인 경우는 박스간 마크이동이 없고, t_k 는 입력과 출력아크가 일반아크로, $-t_k$ 는 입력역아크와 출력일반아크로, yt_k 의 값은 입력일반아크와 출력역아크로, $-yt_k$ 의 값은 입력역아크와 출력역아크로 연결되어 t_k 가 점화하여 박스간 마크이동이 된다. 따라서 (식 5)는 타당하다. ■

L_{TB}^* 는 각 트랜지션들의 조합으로 박스간 마크흐름이 어떻게 되는지를 알려주기는 하지만 점화 가능한 트랜지션의 순서나 그 순서에 맞는 마크벡터를 보여주지 않는다.

정의 5. EMFG에서 연산자 ◈는 (표 1)을 만족하는 연산자이다.

(표 1) 연산자 ◈의 진리표

m	l	m ◈l
0	0	0
0	1	0
0	-1	1
1	0	0
1	1	1
1	-1	0

■

EMFG에서 연산자 ◈는 박스의 마크 여부를 나타내는 마크벡터 *m*과 입력박스와 출력박스를 명시한 박스 추이 행렬의 값 *l* 이 있을 때 입력역아크인 경우는 박스에 마크가 없어야, 일반아크인 경우는 박스에 마크가 있어야 점화조건이 만족한다.

정의 6. EMFG에서 행벡터 M과 열벡터 L이 (식 6), (식 7)로 표현될 때 ◇는 (식 8)과 같이 정의한다.

$$M = [m_1 \quad m_2 \quad \ldots \quad m_m] \quad (식\ 6)$$

$$L = [l_1 \quad l_2 \quad \ldots \quad l_m]^T \quad (식\ 7)$$

$$M ◇ L = \sum m_i ◈ l_i \quad (식\ 8)$$

연산결과가 1인 경우는 각 트랜지션에 입력되는 아크와 박스의 마크상태가 점화조건에 합당한 경우이므로 값이 1이 되고 그렇지 않으면 0 이다. ■

연산자 ◇는 박스의 마크상태와 박스추이가중행렬 값으로 구한 결과가 t_k가 되지 않으면 점화할 수 없음을 나타낸다.

정의 7. EMFG에서 점화 가능한 트랜지션들을 나타낸 벡터 $M_R(k+1)$를 현-점화가능벡터라고 한다.■

현-점화가능벡터는 현재마크상태에서 점화가능한 트랜지션들을 보여주는 벡터이다.

정리3) EMFG에서 현재마크상태벡터를 $M(k)$, 박스추이가중행렬을 L_{TB}^*라 할 때, 현-점화가능벡터 $M_R(k+1)$는 (식 9)과 같다.

$$[M_R(k+1)]^T = M(k)^T ◇ L_{BP}^* \ \text{fa} \quad (식\ 9)$$

증명) L_{BP}^*에서 열방향으로 나타난 트랜지션들의 행방향의 박스 조합은 트랜지션의 점화가능조건을 나타낸다. 이 조건이 현재의 박스상태와 맞으면 점화하게 되므로 (식 9)는 타당하다. 또한 $M_R(k+1)$의 값은 트랜지션 값이 1이 되지 않으면 박스의 상태가 만족되지 않는다.■

$M_R(k+1)$는 현재상태에서 어떤 트랜지션이 점화하는지를 알 수 있다. 이 결과로 박스추이가중행렬을 분석하면 마크흐름을 알 수 있다.

정의 8. EMFG에서 어떤 트랜지션이 점화가능상태일때 입력벡터 M_i와 출력벡터 M_o, 다음마크상태벡터 $M(k+1)$는 다음과 같다.

1) $M_i^T = [b_1 \quad b_2 \quad \ldots \quad b_m]$ (식 10)

*m*개의 박스가 있을 때 입력벡터는 일반/조건아크이면 -1, 역아크이거나 연결이 없으면 0이다

2) $M_o^T = [b_1 \quad b_2 \quad \ldots \quad b_m]$ (식 11)

*m*개의 박스가 있을 때 출력벡터는 일반/조건아크이면 1, 역아크이면 -1, 아크가 없으면 0이다

3) $[M(k+1)]^T = [b_1 \quad b_2 \quad \ldots \quad b_m]$ (식 12)

*m*개의 박스가 있을 때 *M(k+1)*는 트랜지션이 점화한 후의 마크상태이다.■

입력벡터는 일반아크이면 마크가 소멸되므로 -1로, 역아크이거나 연결이 없으면 마크의 변동이 없

으므로 0으로 표기한다. 또한 출력벡터는 아크가 일반아크이면 마크가 생성하므로 1로, 역아크이면 마크가 빠져나가므로 -1로, 아크가 없으면 0으로 표기한다. 출력일반아크와 출력역아크가 동시에 있는 박스는 0으로 표기한다.

정리 4) 현재마크상태벡터를 $M(k)$, 입력벡터를 M_i, 출력벡터를 M_o라 할 때 다음마크상태벡터 $M(k+1)$는 (식 13)과 같다.

$$[M(k+1)]^T = M_i^{\,T} + M_o^{\,T} + [M(k)]^T \qquad (식\ 13)$$

증명) 현재 점화가능한 트랜지션에 대한 입력벡터와 출력벡터의 합은 마크의 상태변화를 보여주고, 여기에 현재의 마크상태벡터를 더하면 박스의 마크변화를 알 수 있다. 따라서 (식 13)은 타당하다.■

EMFG에서는 박스에는 항상 마크의 개수가 1로 safe하게 설계되었으므로 $M(k+1)^T$의 벡터값 중에서 1이상인 것은 1로 표기하고 나머지는 0이다[1-3].

2.3 마크흐름 분석 알고리듬

마크흐름 분석 알고리듬은 아래와 같다.

단계1 : 입력-행렬, 출력-행렬을 구한다.

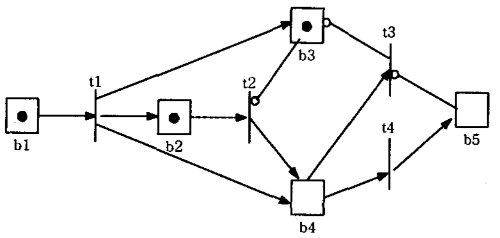
단계2 : 박스추이가중행렬을 구한다.

단계3 : (식 9)로 현-점화가능벡터를 구한다. 이 결과로 점화가능트랜지션을 알 수 있으며, 박스추이가중행렬을 이용하여 마크변화를 분석한다.

단계4 : 입력벡터 $M_i^{\,T}$와 $M_o^{\,T}$를 구하여 다음마크상태벡터 $[M(k+1)]^T = M_i^{\,T} + M_o^{\,T} + [M(k)]^T$를 구한다.

단계5 : 단계 3과 단계 4를 반복한다. 마크의 상태가 $M(k)$로 나오면 더 이상의 변화가 없으므로 박스의 상태가 변하지 않음을 알 수 있다.

2.4 마크흐름 분석 예



(그림 1) EMFG의 예

(표 1)은 위의 알고리듬을 이용하여 그림 1을 분석한 결과이다.

(표 2) 마크 흐름 분석표

단계	$M(k)^T$	$M_R(k+1)^T$	$M(k+1)^T$
1	[1 1 1 0 0]	t_1	[0 1 1 1 0]
2	[0 1 1 1 0]	t_3, t_4	[0 1 0 0 1]
3	[0 1 0 0 1]	t_2	[0 0 0 1 1]
4	[0 0 0 1 1]	t_2	[0 0 0 1 1]

4. 결론

EMFG는 시스템을 사용자가 생각한 대로 표현할 수 있으며 동기 및 비동기 시스템을 설계하기에 알맞은 도구이다. 하지만 큰 시스템을 설계함에 있어 분석이 어려워지면 시스템 성능이나 효율적인 설계가 어려워진다. 본 논문에서는 박스추이가중행렬을 이용하여 EMFG의 박스변화상태를 분석하였다. 기존의 EMFG 동작해석 알고리즘의 단계가 7단계를 거치는 것과는 달리 4단계를 거치므로 쉽게 분석을 할 수 있을 뿐만 아니라 분석 및 설계 시간도 단축된다. 또한 박스추이가중행렬만 가지고도 각 박스에서의 마크흐름을 명확하게 알 수 있으므로 EMFG를 보지 않고서도 파악할 수 있다. 향후 박스추이가중행렬을 이용한 시간 트랜지션의 마크흐름 분석에 대한 연구를 진행할 것이다.

참고문헌

[1] Jinghong LIU, Y.Itoh, I.Miyazawa, T.Seikiguchi,, "A Research on Petri nets Properties using Transitive matrix", in proceeding IEEE SMC99, 1999,pp.888-893

[2] 여정모, "이산제어시스템 설계를 위한 확장된 마크흐름선도의 동작해석", 정보처리논문지 Vol. 5 No. 7, p. 1896-1907, 1998. 7.

[3] 김희정, 허후숙, 정안나, 여정모, "접속 행렬을 이용한 EMFG의 수학적 해석", 한국멀티미디어학회, 2001년 추계학술발표논문집

[4] 송유근, 이종근, "추이적 행렬을 이용한 패트리 넷의 교착 상태 확인 분석", 한국정보과학회 2002 춘계 학술발표집 p694-696, 2002. 4.

[5] 김희정,서경룡,여정모 "EMFG의 개선된 동작해석 알고리즘" , 한국정보처리학회 논문지A Vol. 9. No. 3, pp371-378, 2002. 9