

# 카타디옵트릭 카메라의 전방향 이미지의 왜곡보정을 위한 구면투영 알고리즘에 관한 연구

장원두\*, 서영욱\*, 강진숙\*\*, 차의영\*

\*부산대학교 컴퓨터공학과

\*\*부산대학교 전자계산학과

e-mail: cross@harmony.cs.pusan.ac.kr

## An Spherical Projection Algorithm for Correcting Distortion of Omnidirectional Image Using Catadioptric Camara

\*Won-Du Chang, \*Young-Uk Seo, \*\*Jin-Sook Kang, \*Eui-Young Cha\*

\*Dept. of Computer Engineering, Pusan National University

\*\*Dept. of Computer Science, Pusan National University

### 요 약

카타디옵트릭 카메라는 거울을 이용하여 360°의 3차원 이미지를 한 장에 촬영할 수 있는 이미지 시스템이다. 본 논문에서는 이 시스템을 사용할 때에 발생하는 이미지 왜곡 문제를 해결하는 구면투영 알고리즘을 제안한다. 흔히 사용하는 실린더형 알고리즘의 경우 계산은 비교적 간단하지만, 거울의 바로 아래에 있는 물체의 경우 전체적인 영상을 볼 수 없다는 단점이 있다. 본 연구에서 사용한 카메라는 포물면 거울을 사용한 카타디옵트릭 카메라이며, 쌍곡면거울을 사용한 카메라에 대해서도 이론적으로 공식을 유도하였다

### 1. 서론

주위(360°)인식은 로봇 공학에서 이동의 효율성과 충돌방지 등을 위한 주변감시를 위하여 매우 중요하다[4]. 또한 전방향의 이미지를 획득하여 처리함으로써 인터넷상에 모델하우스를 오픈하는 등, 가상현실(Virtual Reality) 기법에도 이용되고 있다.

넓은 시야의 이미지를 획득하기 위하여 광학에서 사용해 온 방법엔 크게 두 가지가 있다. 하나는 회전하는 카메라를 사용하여 여러장의 이미지를 촬영한 후 합성(mosaic) 하는 방법이며 다른 하나는 fish-eye 렌즈와 같은 넓은 각도의 렌즈를 사용하는 방법이다. 회전하는 카메라는 동시에 여러 장의 이미지를 촬영할 수 없기 때문에 정적인 이미지의 촬영에만 좋은 결과를 얻을 수 있다는 단점을 가지며,

넓은 각도의 렌즈를 사용하는 경우에는 이미지의 왜곡이 크고, 계산량이 복잡해지는 단점을 가진다.

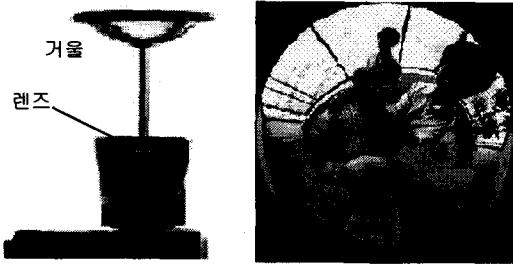
본 논문에서 다룰 카타디옵트릭 카메라는 넓은 각도의 렌즈를 사용하는 방법의 하나이며, 360°의 전방향 이미지를 동시에 얻을 수 있다는 장점을 가지고 있다.

### 2. 카타디옵트릭 카메라의 특징

카타디옵트릭(Catadioptric) 카메라는 거울과 렌즈를 사용하는 카메라이다. 카타디옵트릭 카메라는 사용하는 거울의 종류에 따라 나뉘어지며, 사용되는 거울에는 포물면, 쌍곡면, 타원면 거울 등이 있다.

촬영된 이미지는 블록 거울을 사용하여 2차원 평면으로 사상되었으므로, [그림 1b]과 같이 영상의 왜

곡이 생기게 된다. [그림 1b]는 포물면 거울을 사용하여 촬영된 것인데, 거울 가까이에 있는 이미지는 실제보다 커져 보이게 되며, 멀리 있는 이미지는 이와 반대로 작아 보이게 된다. 이에 따라 얼굴이 카메라에 가까이 있는 경우 역삼각형으로 보이게 되며, 또한 실제로 곧은 물체들이 이미지상에서 휘어져 보이게 된다.



(a) (b)

[그림 1] 카타디옵트릭 카메라

(a) 측면에서 본 카타디옵트릭 카메라

(b) 카타디옵트릭 카메라로 촬영된 사진

본 논문에서는 이 이미지의 왜곡을 줄이면서 3차원으로 재구성하는 방법을 제안하였다.

### 3. 구형 투영 방법

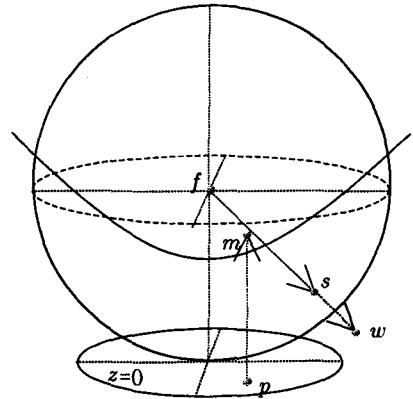
#### 3.1. 구면 투영의 개요

2차원의 평면에서 3차원의 공간으로 재구성한다는 것은 매우 어려운 일이다. 3차원 공간이 2차원으로 투영되면서 많은 정보가 없어졌기 때문이다. 그러나 이미지 평면상의  $p(x, y)$ 의 실세계 좌표  $w(x, y, z)$ 를 구하는 것이 아니라 초점  $f$ 를 중심으로 한 구면상의 좌표  $s(x, y, z)$ 는 2차방정식의 계산에 의해 구해낼 수 있다[1][3].

실제로 포물면이나 쌍곡면 거울을 이용한 카메라에서, 이미지 평면상으로 투영된 모든 빛은 실세계에서 초점을 향하여 들어온 빛이다. 따라서 초점에 관찰자가 위치한다고 가정하면 관찰자에게 의미가 있는 것은 빛이 관찰자로부터 얼마만큼의 거리에 떨어져 있는가 하는 것이 아니라 관찰된 빛이 어느 각도에서 들어오는가 하는 것이다. 이 정보는 모든 각각의 이미지 평면의 점으로부터 얻을 수 있으므로 각각의 점에 대해 일정거리의 구면상에 사상시킨다.

이미지 평면상의 점  $p$ 에서 포물면, 혹은 쌍곡면 위의 점  $m$ 으로 투영시킨 후, 초점에서 점  $m$ 방향으

로 벡터를 그어 구면 위의 점  $s$ 로 투영시킨다.



[그림 2] 포물면에서의 구면 투영

#### 3.2. 파노라믹 이미지

초점  $f$ 서 구면상의 점  $s$ 로의 벡터를  $\vec{r}$ 이라고 하자.  $\vec{r}$ 을  $z=0$  평면으로 투영시켰을 때  $y$ 축에서 시계 방향으로의 각도를  $\theta$ 라고 하고,  $z$ 축과  $\vec{r}$ 이 가지는 사이각을  $\alpha$ 라고 하자.

$R$ 을 구의 반지름이라 하면,  $(0,0,-R)$ 을  $x$ 축에 대해서 반시계방향으로  $\alpha$ 만큼 회전,  $z$ 축에 대해 시계 방향으로  $\theta$ 만큼 회전시킨 후  $y$ 축으로  $f$ 만큼 이동시키면  $\alpha, \theta$ 에 대한 구면 위의 점  $m_2(x_2, y_2, z_2)$ 를 구할 수 있다(식1)(그림 4a참조).

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -R \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \cos\alpha & \sin\alpha & 0 & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ f \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

여기서, 초점과  $m_2(x_2, y_2, z_2)$ 를 지나는 직선의 방정식은 식(2)와 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} x &= x_2 \times t \\ y &= y_2 \times t \\ z &= (z_2 - f) \times t + f \end{aligned} \quad (2)$$

거울면이 포물면인 경우, 포물면의 방정식을 식(3)와 같이 정의하면,

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} = \frac{z}{c} \quad (3)$$

(2)(3)에서  $t$ 에 관한 2차식(식4)을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 a't^2 + b't + c' &= 0 \\
 a' &= \frac{x_2^2 + y_2^2}{a^2} \\
 b' &= -\frac{z_2^2 - f}{c} \\
 c' &= -\frac{f}{c}
 \end{aligned} \tag{4}$$

쌍곡면의 경우에는 쌍곡면의 방정식을 식(5)와 같이 정의하면,

$$\frac{z^2}{c^2} - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2} = 1 \tag{5}$$

(2)(5)에서 t에 관한 2차식(식6)을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 a't^2 + b't + c' &= 0 \\
 a' &= \frac{(z_2 - f)^2}{c^2} - \frac{y_2^2 + (z_2 - f)^2}{a^2} \\
 b' &= \frac{2 \times f \times (z_2 - f)}{c^2} - \frac{2 \times f \times (z_2 - f)}{a^2} \\
 c' &= \frac{f^2}{c^2} - 1
 \end{aligned} \tag{6}$$

이 이차식의 근은 초점과  $m_3$ 를 지나는 직선과 거울면의 교점을 나타낸다. 두개의 근을 각각  $ans_1$ ,  $ans_2$ 라 놓고 방정식을 풀면, 다음과 같은 2개의 교점을 구할 수 있다.

$$x_p = x_2 \times ans_1 \text{ or } x_p = x_2 \times ans_2 \tag{7}$$

$$y_p = y_2 \times ans_1 \text{ or } y_p = y_2 \times ans_2 \tag{8}$$

여기서 두 개의 근 중  $x_2$ 와 부호가 같은  $x_p$ ,  $y_2$ 와 부호가 같은  $y_p$ 가, 구면좌표  $(\theta, \alpha)$ 에 해당하는 이미지 평면의  $(x, y)$ 좌표 값이다.

n을 임의의 상수라 할 때,  $0 \leq \theta < 360$ ,  $0 < \alpha < 180$ 이므로  $\theta, \alpha$ 의 범위를 각각  $2n$ ,  $n$ 등분 하여 높이가 n, 폭이  $2n$ 인 이미지로 만들어 낸다. 여기서  $\alpha$ 값이 특정값 이상이거나 특정값 이하이면 이미지 평면에서 해당 이미지가 존재하지 않으므로 이 영역을 제거하고 나면 [그림 3]과 같은 이미지가 생성된다.



[그림 3] 구면 투영법으로 만든 파노라믹 이미지

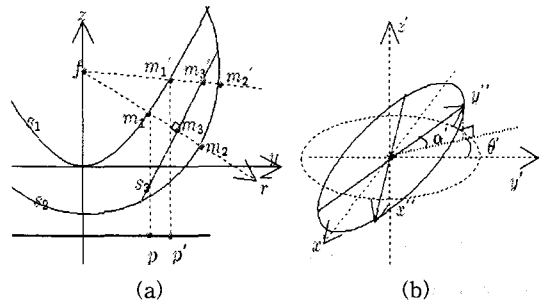
### 3.3. 원근 이미지

만약 가상의 관찰자가 초점의 위치에서 있을 때 사용자 주위를 둘러싼 3차원 공간에 가상의 구를 만들고 그 위에 앞에서 계산한 이미지를 투영한다면 구면상에 이미지를 사상시키는 것만으로도 왜곡 보정 작업은 충분할 것이다. 그러나 최종적으로 사용자에게 보여주어야 하는 장소는 평면의 컴퓨터 모니터 위이므로 원근(Perspective) 이미지를 만들기 위해서는 구면상의 이미지를 평면으로 투영시킬 필요가 있다.

[그림 4a]에서 초점에서의 벡터  $\vec{r} = (x_r, y_r, z_r)$ 은 관찰자의 시선을 의미한다. 즉, 관찰자가 바라보고 있는 영역의 중심점을 향한 벡터이다.  $s_1$ 은 포물면,  $s_2$ 는 구면을 나타내며,  $s_3$ 는 투영면이며,  $\vec{r}$ 을 초점에서 확장시켰을 때,  $m_1$ 는  $s_1$ 과의 교점,  $m_2$ 는  $s_2$ 와의 교점,  $m_3$ 는  $s_3$ 와의 교점이며,  $l$ 을  $f$ 와  $s_3$ 의 거리라고 하자.

원근 이미지를 만들기 위해 구면 투영법으로 만든 파노라믹 이미지를 사용한다.  $\vec{r}$ ,  $l$ 이 임의로 정의됨에 따라 평면  $s_3$ 의 방정식이 정의된다.

하지만  $s_3$ 는 3차원 공간상의 평면이므로 2차원의 최종 투영면에서 3차원 평면으로 사상시키는 함수가 필요하다. 평면  $s_3$ 가 [그림 4b]과 같이  $m_3$ 를 중점으로 하는  $x'y'z'$ 좌표계 위에 놓여 있다고 하자.



[그림 4] 원근 투영법

(a) 원근 이미지의 생성

(b) 최종 투영면의 회전

이 때,  $x'y'z'$ 좌표계의  $s_3$ 평면은 2차원의  $x''y''$ 좌표계로 생각되어질 수 있다. 여기서  $x''y''$ 좌표계가 최종적으로 이미지가 투영될 평면이 된다.

여기서  $x'$ 축은 최종 투영면과  $x'y'$ 평면이 만나는 교선이다.  $y'$ 축에서  $x'y'$ 평면으로의 시계방향의 각

을  $\alpha'$ ,  $\theta'$ 의 양의 축에서  $x'y'$  평면에 수직으로 투영시킨 직선에서  $y'$  축으로의 시계방향의 각을  $\theta'$ 라 하면  $\alpha'$ ,  $\theta'$ 는 다음과 같이 구해진다.

$\alpha'$ 는 벡터(0,0,-1)과  $\vec{r}$ 의 사이각과 동일하므로,

$$\cos\alpha' = -\frac{z_r}{|\vec{r}|} \quad (9)$$

$$\sin\alpha' = \sqrt{1 - \cos^2\alpha'}$$

$$\cos\theta' = \frac{y_r}{|x_r^2 + y_r^2|}$$

$$\sin\theta' = -\frac{x_r}{|x_r^2 + y_r^2|} \quad (10)$$

단,  $x_r^2 + y_r^2 = 0$ 일 때,  $\sin\theta' = 0$ ,  $\cos\theta' = 1$

투영면 위의 임의의 점  $g$ 는  $x''y'$  평면 위에 놓여 있다. 따라서,  $g$ 를 초점에서  $m_3'$ 로의 벡터  $\vec{m}_3'$ 로 변환시키기 위해서는  $x''y'$  평면이  $x'y'$  평면과 겹쳐져 있다고 생각하고,  $g(x, y)$ 를  $x'$  축에 대해 식(11)과 같이, 반시계 방향으로  $\alpha'$ 만큼,  $z'$  축에 대해 반시계 방향으로  $\theta'$ 만큼 회전변환한 후,  $\vec{m}_3'$ 를 더하여 변환하면 된다(식12).

$$\begin{pmatrix} x_d \\ y_d \\ z_d \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_g \\ y_g \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (11)$$

$$\vec{m}_3' = \vec{d} + \frac{l}{|\vec{r}|} \vec{r} \quad (12)$$

3.2절에서 구면좌표  $(\theta, \alpha)$ 에 대한 이미징평면의 좌표를 이미 구하였으므로, 여기서는  $\vec{m}_3'$ 의  $(\theta, \alpha)$  값을 구하면 원근이미지의  $(x, y)$ 좌표에 대한 이미징 평면의 좌표를 구할 수 있다.  $(\theta, \alpha)$  값은 식(13)과 같이 구해진다.

$$\sin\theta = \frac{x}{x^2 + y^2}$$

$$\theta = \sin^{-1}(\sin\theta)$$

$$\cos\alpha = -\frac{z}{x^2 + y^2}$$

$$\alpha = \cos^{-1}(\cos\alpha)$$

4. 실험 결과

P4-2.0 256 RAM 환경에서, 원근 이미지 출력속도를 기준으로 속도를 계산하였으며 출력 이미지의

크기별로 각각 10회씩 실험을 반복하여 평균속도를 구하였다.

크기(pixel)	600x600	800x800	1200x1200
평균수행속도 (millisec)	250	453	985

[표 1] 이미지 크기에 따른 속도 비교



[그림5] 재구성된 원근 이미지

5. 결론 및 향후 과제

본 연구에서 제안한 구형 투영 방법은 관찰자의 시선에 따라 이미지를 생성하여 관찰자가 바라보는 방향에 따라 시선의 주변을 별다른 왜곡 없이 재구성할 수 있었다. 또한 2차방정식의 계산을 가능한 줄이고 벡터연산으로 치환한 결과, 만족할 만한 수행성능을 보임으로서, 빠른 시간 안에 비교적 정확하게 작동하는 알고리즘임을 보였다.

그러나 여전히 원근 이미지에서 시야를 넓힐수록 가장자리의 왜곡이 두드러지는 경향을 보였으며, 실시간으로 큰 이미지를 처리하기에는 속도가 충분하지 않아, 앞으로의 연구에서 이에 대한 개선책이 요구된다.

6. 참고문헌

[1] S. Peleg, M.Ben-Ezra, Y.Pritch. "Panoramic Imaging with Horizontal Stereo" Panoramic Vision(Springer). p143-160.  
 [2] S. Baker, S.K. Nayar. "Single Viewpoint Catadioptric Cameras" Panoramic Vision(Springer). p39-72.  
 [3] <http://www.laas.fr/~jjgonzal>  
 [4] K. Daniilidis, C. Geyer. University of Pennsylvania, GRASP Laboratory. "Omnidirectional Vision: Theory and Algorithms" 2000 IEEE.  
 [5] Shree K. Nayar, Venkata Peri. "Folded Catadioptric Cameras" 1999 IEEE.