

다중 경로 탐색 알고리즘

송치화*, 이원돈**

*충남대학교 정보통신인력양성사업단

e-mail : chsong@cnu.ac.kr

**충남대학교 컴퓨터과학과

e-mail : wdlee@cnu.ac.kr

An algorithm for multiple Salesmen problems

Chi-Hwa Song*, Won Don Lee**

*BK21 of Chungnam National University

**Dept. of Computer Science, Chungnam National University

요 약

본 논문에서는 각 도시마다 가중치가 있는 City domain 을 tour 하기 위한 문제를 해결하기 위해 Simulated Annealing Algorithm 을 확장한 알고리즘을 제시하였고 Capacitated vehicle routing problem 을 변형한 Augmented multiple salesman traveling problem 을 정의하고 이를 해결하기 위한 에너지 함수와 알고리즘을 제시하였다.

1. 서론

Traveling Salesman Problem(TSP)은 NP-complete 한 조합 최적화 문제의 대표적인 경우이다. TSP 는 19 세기 HOFFMAN, WOLFE 이후 현재까지 연구 대상이 되고 있다. TSP 의 최적해(Optimal Solution)를 구하는 알고리즘은 컴퓨터 회로 인쇄 기관(PCBs)의 설계, computer wiring, data array 의 clustering, vehicle routing, process scheduling, robot controlling 등 에 응용되기도 한다. 본 논문에서는 확장된 Simulated Annealing 알고리즘을 이용하여 각 방문해야 할 도시의 중요도에 따른 방문 여부의 결정과 함께 방문 경로를 동시에 구할 수 있는 알고리즘을 제시하고자 한다.

2. Extended Simulated Annealing

SA 알고리즘은 입자 물리학의 Canonical Ensemble 에 기반을 둔 고정된 입자들이 가질 수 있는 상태들 중 최소 에너지 값을 갖는 상태를 찾기 위한 시뮬레이션 방법이다. 반면 Extended Simulated Annealing (ESA) 알고리즘은 Grand Canonical Ensemble (GCE)에 기반을 둔 알고리즘으로서 상태 도메인의 입자의 개수가 고정되어있지 않다. 현재 시스템이 N 개의 입자로 구성된 경우 ESA 는 새로운 상태로 천이한 후 입자

의 개수가 N 보다 많거나 적을 수 있다.

ESA 에서 시스템의 각 입자에 대한 μ (시스템을 구성하는 입자계의 잠재적 에너지량) 값이 고정되어 있으므로 입자의 수에 변화가 있으면 μ 값도 변하게 된다. 또한 시스템 내의 입자 변화와 함께 에너지 출입도 허용되기 때문에 시스템 내의 상태 변화가 있을 때마다 에너지(E)의 변화도 있게 된다. TSP 문제의 경우 주어진 전체 도시를 방문해야 한다면 도시의 수가 고정되어있기 때문에 Tour sequence 를 변경시켜 상태 천이를 할 수 있으며 여기에는 에너지(방문비용)의 변화만 있게 된다. 따라서 일반적인 TSP(standard TSP) 는 입자물리학의 Canonical Ensemble 문제에 해당하며 Simulated Annealing 알고리즘으로 풀 수 있다. TSP 를 확장하여 외판원이 도시 전체를 방문하지 않고 도시를 선택적으로 방문할 수 있다면 시스템 내의 원자의 개수가 변경되는 GCE 문제에 해당하게 된다. GCE 는 새로운 상태로 천이 할 때 에너지(E) 뿐만 아니라 원자의 개수(N)도 변경될 수 있으며, 각 원자마다 μ (TSP 의 경우 도시의 중요도)값이 고정되어있다면, μ 도 함께 변하게 된다.

[상태천이 Scheme]

Increasing scheme : make a system to have N+1 molecules.

It is needed to select one molecule from the other system

and add it to a system.

Decreasing scheme : make a system to have N-1 molecules.

It is needed to delete one molecule from a system.

Internal swapping scheme : make a system to have a same number of molecules. It is needed to interchange one molecule with another molecule in a system.

External swapping scheme : make a system to have the same number of molecules by exchanging a molecule from a system with a molecule in the other system.

[Extended Simulated Annealing 알고리즘]

Step 1: Set initial and final temperature values.

Step 2: Perform one of the following steps(2.1, 2.2) randomly.

2.1 Select two tour routes randomly, perturb a route by the perturbation scheme(ii) and the other one by the perturbation scheme(i) to make the route s'. It should be noted that the city to be deleted in one route must be added into the other route.

2.2 Select one system randomly and perturb a current state by the perturbation scheme(iii) to be the state s'.

Step 3: Compute the benefit B(s'), the difference between the profit and the cost, and compare it with the B(s) of the current state s, and let the state s' be the new state with probability

$$P(s' \leftarrow s) = \begin{cases} 1 & \text{if } B(s') \geq B(s) \\ \exp(-(B(s') - B(s)) / kT) & \text{if } B(s') < B(s) \end{cases} \quad (1)$$

Step 4: Repeat step 2, 3 until the equilibrium state occurs.

Step 5: Anneal with an annealing schedule.

Step 6: Repeat step 2, 3, 4, and 5 until final temperature is reached.

3. Augmented m-TSP

Augmented m-TSP 란 m 명의 salesman 이 주어진 도시들 중 일부를 선택하여 순회경로를 찾는 문제이다. 각 salesman 은 주어진 한 도시를 방문하기 위해 소비되는 경비(d)와 발생하는 이득(μ)을 비교하여 방문 여부를 결정한다.

2-TSP(salesman A,B)에서 전체 도시영역에 n 개의 도시가 있을 경우 salesman A 가 α(α < n)개의 도시를 선택하면 B 는 n-α 개의 도시를 가지고 순회경로를 찾아야 한다. 같은 문제에서 augmented 2-TSP 에서 B 는 γ(1 ≤ γ ≤ (n-α)) 개의 도시를 선택하여 순회경로를 구성할 수 있다. Augmented m-TSP 의 해를 찾기 위한 Extended SA 을 위한 에너지함수는 식(2)과 같다.

m 명의 salesman 이 각각 구성하는 순회경로에서 한 salesman 의 상태변이는 전체 system 의 에너지에 영향을 준다.

[Augmented mTSP Energy Function] (2)

$$E = \sum_{i=1}^m (e_i - \beta_i)$$

$$e_i = \sum_{j=1}^{h-1} d(c_j, c_{j+1}) + d(c_h, c_0) - \alpha S_i$$

$$S_i = - \left(\frac{|iX_0|}{\sum_{i=1}^m |iX_0|} + \text{Log}_{10} \frac{|iX_0|}{\sum_{i=1}^m |iX_0|} \right)$$

$$\beta_i = \sum_k \mu_k N_k$$

m = number of salesmen

e_i = i 번째 salesman 의 energy

β_i = i 번째 salesman 이 방문한 도시중요도의 합.

|iX₀| = salesman i 가 방문한 도시의 수

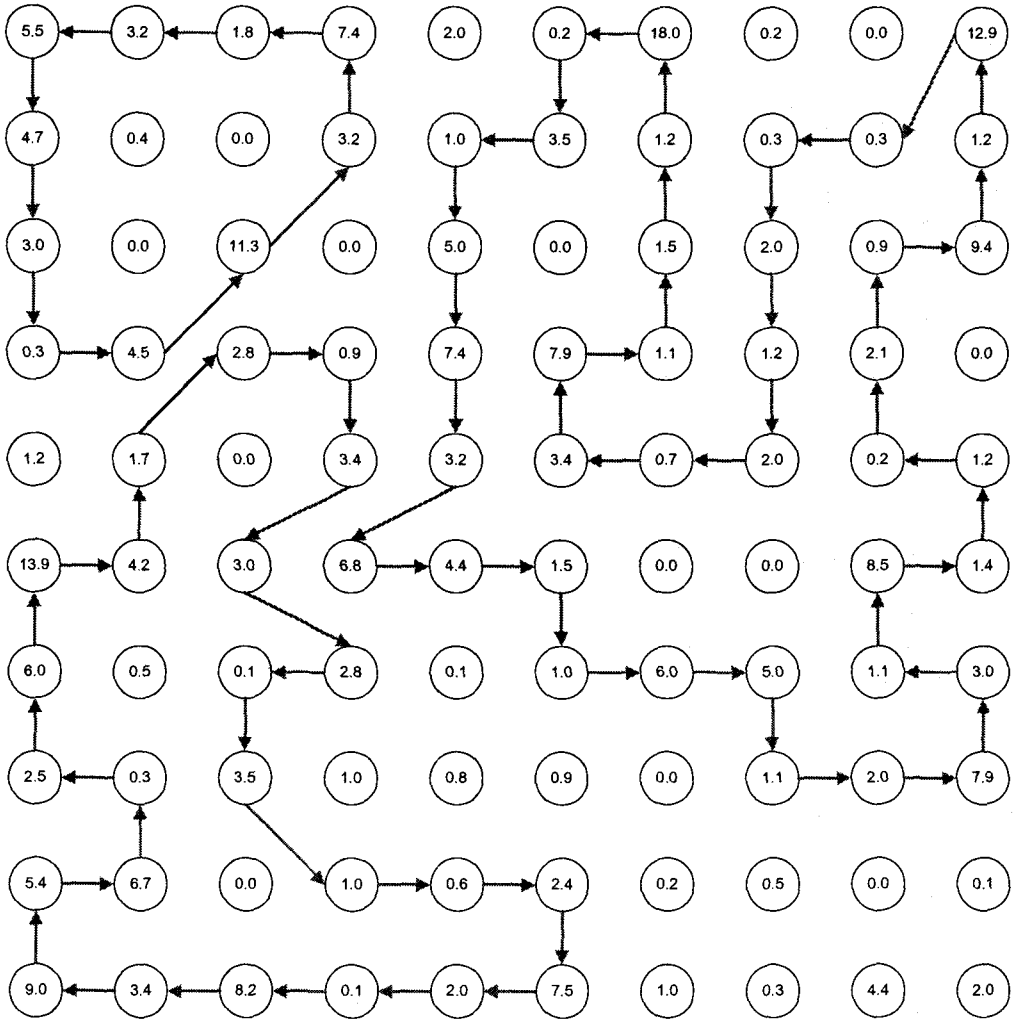
S_i = 방문한 전체 도시수에 대한 i 가 방문한 도시 수(Entropy)

α = 가중치

4. 실험 및 결과

대부분의 실험 결과의 전체 ∑μ 의 변화 그래프는 처음에 높은 값으로 출발하여 중간 단계에서는 거의 최소값을 갖다가 후반부에 다시 상승하는 모양을 갖는다. 순회경로상의 인접한 두 도시의 방문비용이 높기 때문에 시간이 지남에 방문 비용이 큰 값을 갖는 도시들을 삭제 하기 시작하면서 ∑μ 는 작아지게 된다. 초기 높은 온도에서는 에너지의 변화에 관계 없이 대부분의 상태를 받아들이므로 전체 도시를 무작위로 방문하는 경우가 나타날 수 있으며 높은 ∑μ 를 보이지만 온도가 낮아짐에 높은 에너지 상태를 배제하면서 방문 비용이 큰 도시들을 삭제하기 시작한 후 어느 시점에서 순회하는 도시의 수를 최소화 하는 상태에 도달하게 된다. 최소의 도시들을 방문 하는 안정적인 상태에 도달하면 salesman 은 인접한 도시들을 하나씩 추가하면서 점진적으로 큰 route 을 형성하게 된다. 따라서 ∑μ 의 그래프는 U 모양을 이루게 된다. 본 실험에서는 salesman 한 명이 최소 3 개 이상의 도시를 방문하도록 제한하였다. [그림 1] 100 개의 도시 그룹에서 3 명의 salesman 을 위한 최종 경로를 나타낸다.

그림 1 에서 98 번 도시와 99 번 도시는 좌측상단을 경유하는 salesman 이 방문하였을 경우 전체 Benefit 은 증가 할 수 있다. 실험 결과는 Optima 는 아니지만 Optimum 값으로 충분하다. 그림 2 는 전체 Salesman 의 방문비용 총합의 시간에 따른 변화를 그리고 그림 3 은 전체 salesman 의 방문이득값의 총합을 나타낸다.



[그림 1] 10*10 city domain 과 최종 방문경로

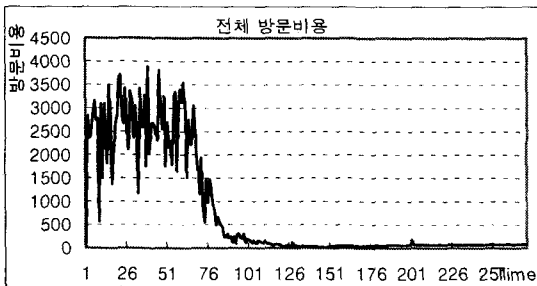


그림 2. 전체 시스템의 방문비용

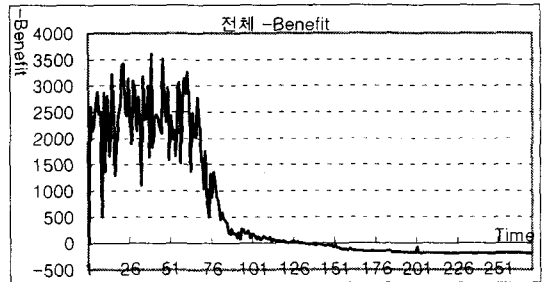


그림 3. 전체 시스템의 -Benefit

5. 결 론

Augmented TSP 와 augmented m-TSP 의 City Domain 정의시 방문 이득값 μ 는 전체 City domain 크기에 비례하는 값을 가져야 한다. 실험에서 μ 가 도시간의 distance 보다 작으면 salesman 이 도시를 방문할수록 에너지는 증가하기 때문에 순회경로는 만들어지지 않고 salesman 은 base city 만 선택한 후 다른 도시는 방문하지 않는다는 것을 알 수 있었다. 또한 모든 도시의 μ 가 이웃하는 두 도시간의 거리보다 큰 경우 augmented TSP 의 결과는 TSP 와 같게 되며, augmented m-TSP 의 결과는 m-TSP 의 결과와 같게 된다. 따라서 μ 값을 정의 할 때 중요한 도시는 높은 값을, 덜 중요한 도시는 0 에 가까운 값을 할당하면 salesman 은 적당한 도시를 선택하여 순회경로를 만들게 된다. 실험에서는 μ 값을 할당할 경우 중요한 도시의 μ 값을 바로 이웃하는 도시의 거리보다 2 배 이상 갖는 경우로 하였다. 여기에서 도시간의 거리는 도시의 방문비용을 의미한다. 전체 도시영역에서 중요한 도시의 크기가 클수록, 그리고 중요한 도시의 비율이 낮을수록 중요도시의 μ 값은 상대적으로 더 커야 한다.

참고문헌

- [2] T.L.Hill "Statistical Thermodynamics" Addison-Wesley Publishing Company
- [1] PETERSON, C. "Parallel Distributed Approaches to Combinatorial Optimization □ Benchmark Studies on Traveling Salesman Problem", Neural Computation 2, 1990, pp. 261-269.
- [2] GU, J. and HUANG, X. "Efficient Local Search With Search Space Smoothing: A Case Study of the Traveling Salesman Problem(TSP)" IEEE Trans. on SMC, 1994, 24, (5), pp. 728-735.
- [3] GUOXING, Y. "Transformation of multidepot multisalesmen problem to the standard traveling salesman problem" European Journal of Operational Research 81, 1995, pp. 557-560.
- [4] KIRKPATRIK, S. and GELATT, C. and VECCH, M. "Optimization by simulated annealing", Science, 1983, 220, pp. 671-680.
- [28] W.D.Lee, C.H.Song, "An Application of Extended Simulated Annealing Algorithm to Generate the Learning Data Set for Speech Recognition System," RSTGC-2001, Matsue, Japan, 2001