

# 차분격자볼츠만법에 의한 Edge음의 직접계산

강호근\* · 김유탉\*\* · 이영호\*\*\*

## Direct Simulation of Edge Tones by the Finite Difference Lattice Boltzmann Method

Ho-Keun Kang\*, Yu-Taek Kim\*\*, Young-Ho Lee\*\*\*

Key Words : Edge tones(edge 음), Lattice Boltzmann method (격자볼츠만법), Aerodynamic sound (유동소음)

### ABSTRACT

Two-dimensional direct numerical simulation of the edge-tones by the finite difference lattice Boltzmann method (FDLBM) is presented. We use a new lattice BGK compressible fluid model that has an additional term and allow larger time increment comparing the conventional FDLBM, and also use a boundary fitted coordinates. We have succeeded in capturing very small pressure fluctuations result from periodically oscillation of jet around the edge. That pressure fluctuations propagate with the sound speed. It is clarified that the sound wave generated in rather wide region and individual vortices do not affect the sound wave propagation.

### 1. 서론

최근, 고속 교통수송기관이나 고성능 계산기의 냉각용 팬 뿐만 아니라 각종 유체기계나 그 덕트로부터 발생하는 유체소음은, 공학분야에서 중요한 문제로 대두되고 있으며, 그 발생원인이나 저감대책에 대하여 많은 관심이 증폭되어지고 있다.

흐르는 유체중에 물체가 존재할때, 흐름과 물체의 간섭에 의해 유동소음이 발생한다. 이러한 유동소음의 한 종류인 edge음은 분류와 썩기의 상호작용에 의해 음이 발생하며, 이 음압은 다시 상류의 분류에 영향을 미친다. 이와 같은 피드백(feed back) 메카니즘을 갖는 edge음의 이론검증<sup>[1,2]</sup>이나 실험<sup>[3]</sup>은 이전부터 행하여져 왔다.

그러나 edge음을 포함한 유동소음의 수치계산은, 소음장의 압력의 변동이 유체의 압력변동에 비해서 매우 작을 뿐만 아니라 음파의 측정범위가 광범위하게 미치기 때문에 넓은 계산영역을 설정할 필요가 있는 등의 이유로 인하여 계산기에 걸리는 부하가 매우커서 직접 계산이 곤란하였다. 최근에 이르러 계산기의 비약적인 발달로 유동소음의 직접계산이 수행되어지고 있으며, edge음의 수치계산 사례도 보고되고<sup>[4]</sup> 있다.

한편, 지금까지 차분격자볼츠만법 (Finite Difference Lattice Boltzmann Method)에 의한 유동소음의 연구로는 Aeolian음의 수치계산이<sup>[5]</sup> 행하여졌다. 이 결과, Karman 와열의 발생주기와 같은 2중극음(dipole sound)을 모사하였으며, 양호한 정도에서 음장의 직접계산이 가능하다는 것이 확인되었다.

본 연구에서는 수치계산방법으로서 최근 유체의 흐름현상을 해석함에 있어 널리 이용되고 있는 차분격자볼츠만방법을<sup>[6,7]</sup> 이용하여 Aeolian음보다 더 복잡한 음의 발생 메카니즘을 갖는 edge음의 직접계산을 수행

\* 경상대학교 기계항공공학부

\*\* 한국해양대학교 기관시스템공학부

\*\*\* 한국해양대학교 기계·정보공학부

E-mail : kang88@gacchuk.gsnu.ac.kr

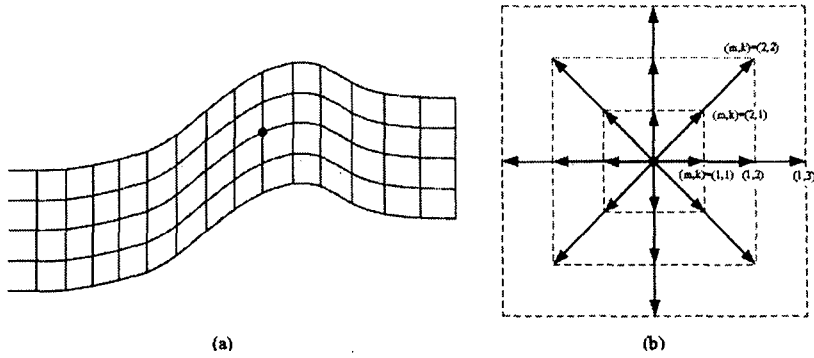


Fig. 1 Grid system in a body fitted curvilinear for a 2D21V model

하여, 그 유효성을 고찰하였다.

## 2. 기초이론

### 2.1. 운동방정식

격자볼츠만법(LBM)은 거시적 (macroscopic) 흐름을 지배하는 기존의 Navier-Stokes 방정식 등의 유체의 운동 방정식을 이산화하여 해석하는 방법들과는 사뭇 다르며, 미시적 (microscopic) 흐름에서 유체가 충돌 (collision) 과 병진 (movement) 을 반복하는 다수의 이산적인 입자 (particle) 의 집합체로 생각해, 이것들의 규칙적인 입자 운동을 계산함으로써 거시적인 유체운동을 모사하는 유체의 수치계산방법이다. 또한 차분격자볼츠만법 (FDLBM) 은 LBM 에 차분스킴을 도입하여 격자와 이산적 입자속도를 별개로 취급함으로써 격자형성의 용이성과 계산의 안정성을 도모하기 위해 도입되었다.

본 연구에서는 유체의 압축성을 고려하며, 이산적 입자속도에는 정방격자의 2차원 21속도 (2D21V) 모델을 이용한다 (Fig.1). 입자는 격자점상에서 정지하거나, 또는 1 timestep 사이에 이산적 입자속도가 격자를 따라서  $i$  방향 ( $i=1, 2, \dots, 20$ ) 으로 이동한다. 충돌에는 입자의 질량, 운동량 및 에너지가 보존되는 충돌측에 따라서 각 격자점상에서 동시에 행하여진다. 이것들의 일련의 입자운동은 시각  $t$ , 위치  $x$  의 격자점상에서 속도를 갖는 입자수밀도를 나타내는 분포함수  $f_i(x, t)$  를 이용하여 다음식으로 표시된다.

$$\frac{\partial f_i(x, t)}{\partial t} + c_i \cdot \nabla f_i(x, t) = -\frac{1}{\phi} [f_i(x, t) - f_i^{(0)}(x, t)] \quad (1)$$

여기서  $\phi$  는 단일시간완화계수,  $f_i^{(0)}$  는 국소평형분포함수를 나타낸다. 우변의 충돌연산은 충돌에 의해 입자분포가 평형으로 향하는 것을 나타내며, 이산BGK 모델 (Bhatnager-Gross-Krook model) 이라 부른다.<sup>[8]</sup>

국소평형분포함수는 압축성모델의 경우, 유속  $u$  에 관해 3차까지 전개한 식은 다음과 같다.

$$f_i^{(0)} = F_i \rho [1 - 2B(c_i \cdot u) + 2B^2(c_i \cdot u)^2 + (u \cdot u) - 4/3B^3(c_i \cdot u)^3 - 2B^2(c_i \cdot u)(u \cdot u)] \quad (2)$$

여기서  $F_i$  및  $B$  는 거시적인 흐름장의 지배방정식을 도출할 때 필요로 하는 조건으로부터 결정된다.

### 2.2. 거시적 파라메타

각 격자점에서 유체의 상태는, LBM 의 경우와 비슷하게 전입자에서 분포함수  $f_i$  와  $c_i$  의 모멘트를 모두 합한 것과 같게 된다. 각 격자점상에서 유체의 밀도, 운동량 및 에너지는 다음과 같이 표시된다.

$$\rho = \sum_i f_i = \sum_i f_i^{(0)} \quad (3)$$

$$\rho u = \sum_i f_i c_i = \sum_i f_i^{(0)} c_i \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \rho u^2 + \rho e = \sum_i \frac{1}{2} f_i c_i^2 = \sum_i \frac{1}{2} f_i^{(0)} c_i^2 \quad (5)$$

여기서  $\sum$  는 격자점에서의 모든 입자에 대한 합을 의미한다. 또한 식(3), (4) 및 (5) 에서 정의된 물리량이 분포함수와 국소평형분포함수에서 정의되어지기 때문에, 이러한 물리량이 충돌시에 보존되는 것을 나타내고 있다.

### 2.2. 거시적 파라메타

식(1)은 미시적, 이산적인 입자운동을 기술하는 것이

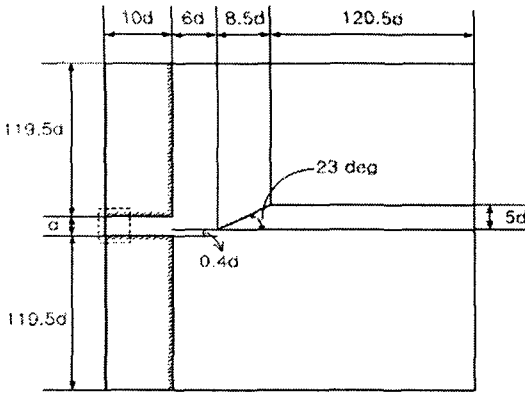


Fig. 2 Schematic diagram

며, 유체운동을 모사하기 위해서는 식(1)로부터 거시적, 연속적인 흐름장을 기술하는 Navier-Stokes 방정식계를 도출할 필요가 있다. 이 도출과정에서 점성계수  $\mu$  는 다음과 같이 표시된다.

$$\mu = \rho \tau \phi \quad (6)$$

여기서, 단일시간완화계수  $\phi$  와 점성계수  $\mu$  의 사이에는 비례관계가 있다.

한편 FDLBM에 있어서 충돌항의 계산을 안정하게 수행하기 위해서는 시간간격  $\Delta t$ 에 대하여  $\Delta t/\phi < 2.0$ 을 만족할 필요가 있다. 따라서 고Re수 흐름을 계산할 때 계산의 안정성 조건을 만족하기 위해서는  $\Delta t$ 을 작게 설정할 필요가 있으며, 초기의 상태에서 어느정도 시간이 경과한 유체의 상태를 얻기 위해서는 과도한 시간을 필요로 하는 문제가 있다. 때문에 계산시간의 단축을 위해서 식(1)에 새로운 점성항을 고려하여 식(7)을 본 연구의 기본방정식으로 이용한다.

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + c_i \cdot \nabla f_i - A c_i \cdot \nabla \frac{f_i - f_i^{(0)}}{\phi} = -\frac{1}{\phi} (f_i - f_i^{(0)}) \quad (7)$$

여기서 A는 정수이다. 식(7)로부터 도출되는  $\phi$  와  $\mu$  의 관계는 다음과 같이 바뀐다.

$$\mu = \rho \tau (\phi - A) \quad (8)$$

따라서 고Re수 흐름의 계산에 대해서도  $\phi$  를 작게 할 필요가 없으며, 그 결과  $\Delta t$  를 크게 설정할 수가 있으며, 계산시간의 단축이 가능하다.

### 3. 해석방법

#### 3.1. 문제설정

본 연구에서는 Fig. 2에서 나타난 바와 같이 계산설

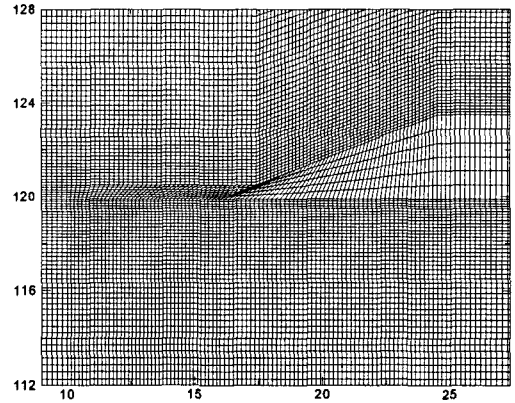


Fig. 3 Computational mesh

정을 하였으며, edge근방의 격자를 밀집시킨 2차원 물체적합좌표(body fitted coordinate)를 이용하고 있다. 격자수는 X방향으로 301, Y방향으로 301의 총90601개를 발생하였다.(Fig.3) 노즐직경d를 대표길이, 분류의 평균유속u를 대표속도로 하였으며, 계산영역은 145d×140d를 설정하였다. 노즐출구로부터 edge선단까지의 거리는 6d를 주었으며, edge는 선단의 각도가 23°, X방향의 길이8.5d를 주었다.

#### 3.2. 계산조건

Reynolds수는 Re=1000, Mach수는 M=0.2 (e=0.5)를 주었다. 경계조건으로서 물체상에서는 점착조건(no slip)과 단열조건(adiabatic)을 적용하였으며<sup>[9]</sup>, 노즐부의 좌단은 일정유속 흐름을, 계산영역의 상단, 하단 및 우단의 유체부는 정지유체를 가정하였다. 유체부의 전 격자에서 초기조건으로서 평형상태의 정지유체를 가정하였으며,  $t > 0$ 에 있어 노즐부의 좌단으로부터 일정유속의 흐름  $u_i(t=0) = (U_0, 0)$ 을 주었다. 기초방정식의 이산화 방법은 식(7)의 시간항을 2차정도의 Runge-Kutta법, 공간을 3차정도의 풍상차분법(UTOPIA)를 이용하였다.

#### 3.3. 평가방법

본 연구에서의 시간은 무차원시간  $T(=Ut/d)$  로 표시된다. 또한 LBM에서의 압력p는 밀도  $\rho$ 와 내부에너지 e를 이용해  $p = \rho e$ 로 주어진다. 본 연구에서는 초기상태의 유체의 압력을 기준압력  $p_0 = \rho_0 e_0$ 와 같으며, 기준압력과의 차를 무차원화시킨  $\Delta p = (p - p_0)/p_0$ 를

변동압력으로 이용하였다.

#### 4. 계산결과 및 고찰

Fig. 4에 표시한 와와 같이 최초 노즐로부터 나온 분류는 초기조건으로서 교란이 없는 일정유속을 주었기 때문에, edge에 충돌하여 분류가 상하로 균등하게 나누어진다.(Fig. 4(a)) 그 후, 분류가 변동을 시작하여, edge에 충돌하여 상하방향으로 주기적으로 변동한다. 이러한 변동은 노즐 출구의 상하벽면 근방으로부터 발생하는 와(vortex)의 주기와 같으며, 이 와에 의해 분류의 변동이 발생한다고 생각되어진다. 노즐출구의 상하벽면 근방으로부터 발생하는 와는 상하교대로 발생하며, 분류의 영향을 받아 edge방향으로 이동한다. 이때 와는 와의 회전에 의해 분류의 형상으로 파형된다. 그 결과, 와가 edge의 선단을 통과한 부근에서 와의 회전에 의해 분류가 방향을 바꾸며, edge의 편측으로 흘러들어간다. 이러한 와는 상하교대로 발생하고 있기 때문에, 분류도 edge의 상하에 교대로 변동한다. 이 분류의 변동에 의해 분류가 edge에 닿은 면에서는 압력의 상승이, 반대측에서는 압력의 감소가 주기적으로 발생한다. 이 결과 edge의 상하에서 역 위상을 갖는 압력파를 발생한다.(Fig. 5). 이때 노즐부 이외에서는 압력의 최대치 Pmax는 edge근방에서 Pmax = 0.071, 최소치 Pmin은 Pmin = -0.022이다.

Fig. 6은 t=200, 208, 260, 268, 320 및 328의 무차원 시간에서 압력변동  $-0.001 \leq \Delta p \leq 0.002$ 을 나타내고 있다. 그림에서 edge의 상하교대로 (+) 및 (-)의 압력파가 상하대칭으로 전파하고 있는 것을 알 수가 있다.

Fig. 7은 계산영역중의 6점에 있어서 압력의 시간변동을 나타내고 있다. 관측점은 edge선단을 기준점으로 하여 방사형으로 6개의 점을 선택하였다. Point1은 edge선단으로부터 X방향으로 109d, Y방향으로  $\pm 100d$  떨어진 곳이며, Point2는 edge선단으로부터 X방향으로 109d, Y방향으로  $\pm 20d$  떨어진 지점이며, Point3는 edge선단으로부터 X방향으로 0d, Y방향으로  $\pm 100d$  떨어진 지점을 선택하였다. 붉은선은 edge의 상측, 청색선은 edge의 하측을 의미한다. 압력파가 상하 대칭에서 방사형 모양으로 전파하고 있음을 알 수가 있다. 또한, 이러한 점들에게 있어서 압력파의 변동의 크기는 0.0025 정도이며, edge근방의 압력변동에 비해서 미소하다는 것을 확인할 수가 있다.

한편, Fig. 6 및 7로부터, feedback의 발생은 다음과

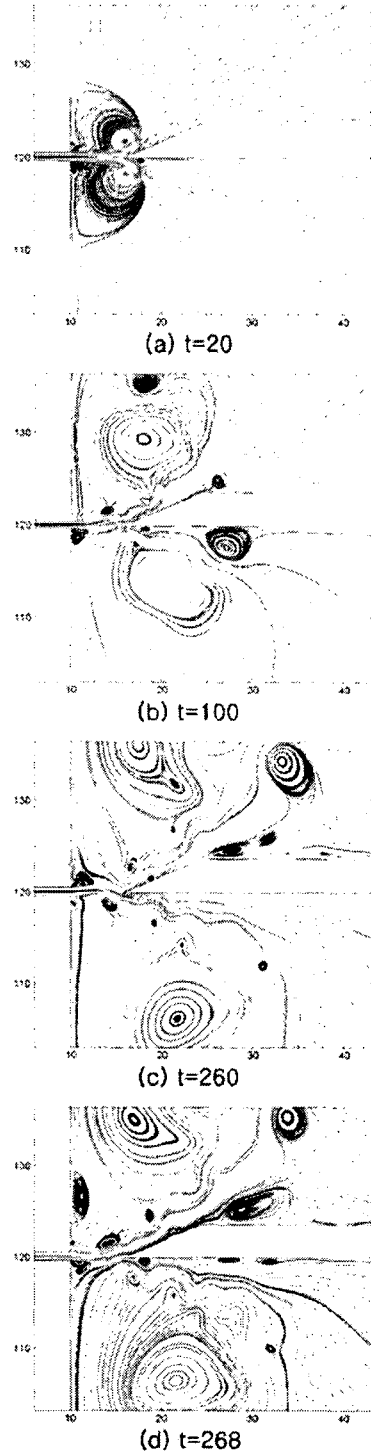


Fig. 4 Streamlines around the wedge

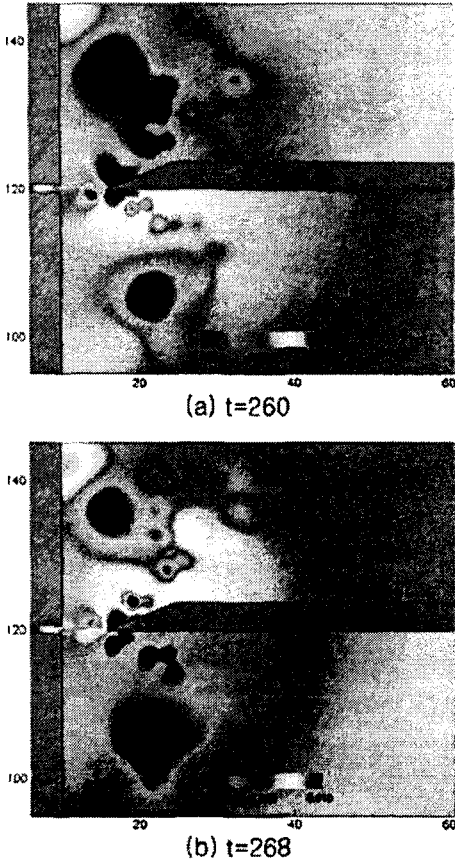


Fig. 5 Pressure distribution  
 $(-0.01 < \Delta p < 0.01)$

같은 요인 때문이라고 사료된다. (i)노즐출구의 상하벽면 근방으로부터 발생하는 와가 분류에 의하여 edge 방향으로 이동하여, edge의 근방에서 어떠한 이유로 인하여 와가 합체된다. (ii) 그 결과 그때까지 보다 강한 와가 발생함에 따라, 이 와에 의해 유기되는 분류의 변동도 크게된다. (iii) 그것에 수반되어, edge부근으로부터 발생하는 압력도 크게된다. (iv) 발생하는 압력변동이 크게됨에 따라 노즐로부터 나오는 와의 주기 및 강도를 변화시킨다. 이상 (i)~(iv)의 변화가 일어난다고 사료된다. 즉, 와의 합체에 의해, 이제까지보다 더욱 큰 압력이 edge의 근방으로부터 발생하며, 그 큰 압력이 전파하여 상류측의 분류에 의한 와의 발생주기 및 강도에 변화를 미친다. 그 결과, 새로운 와가 방출되어 분류에 변화를 미치게 하며, edge근방에서의 압력변화를 유기하고, 압력이 다시 와의 방출에 영향을 미치는

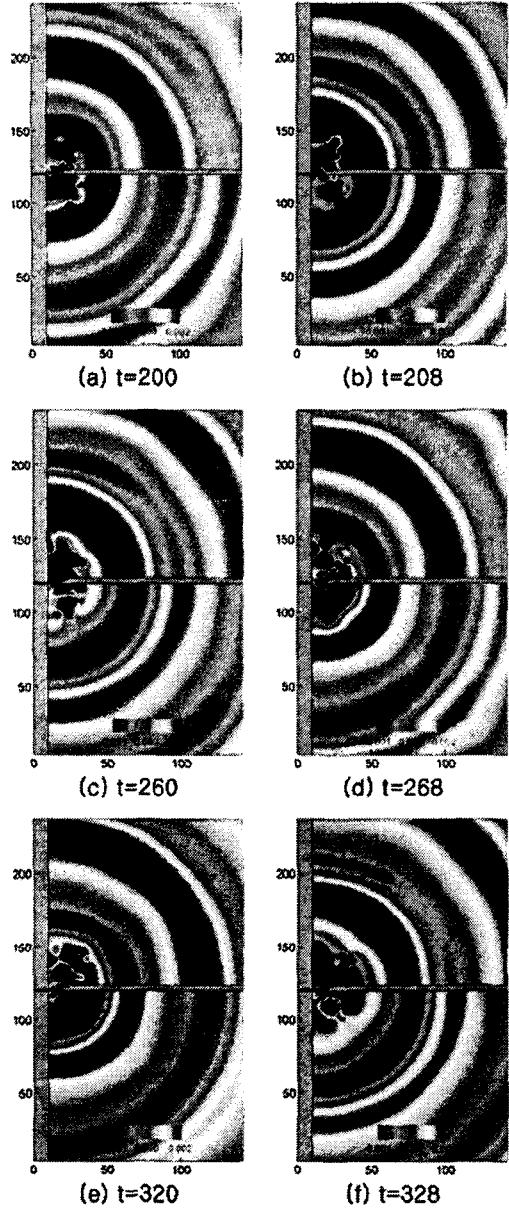


Fig. 6 Acoustic pressure distribution  
 $(-0.001 < \Delta p < 0.002)$

feedback 구조를 갖는다고 사료된다.

한편, 음파의 발생주기가 변하는지를 확인하기 위하여, Fig. 8에 표시한 봐와 같이 무차원시간  $t=500$ 까지 수치계산을 행하였지만, 음파의 발생주기는 거의 일정함을 보였다. 또한, edge의 후방에 분류에 의한 극히

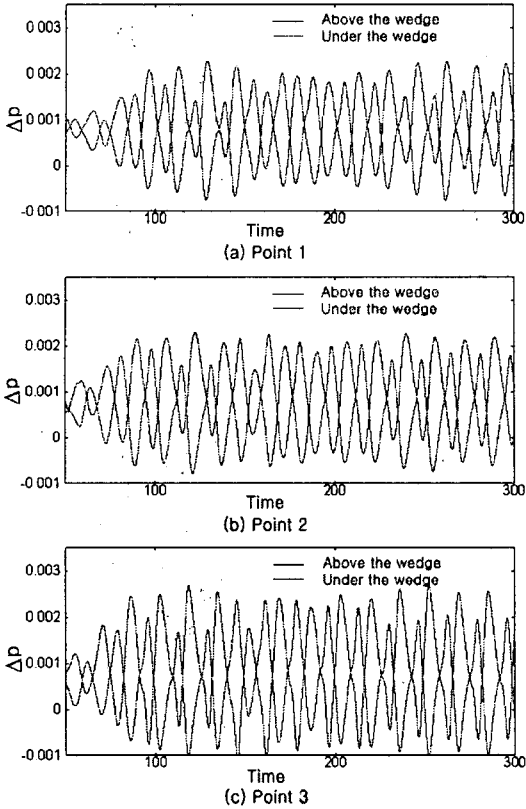


Fig. 7 Time variation of acoustic pressure

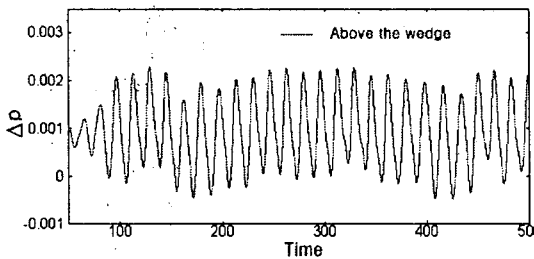


Fig. 8 Time variation of acoustic pressure (point 1)

압력이 낮은 영역이 발생한다. 이것은 음파로서 전파하지 않고, edge의 후방에 정체한다.

## 5. 결론

본 연구에서는 차분격자볼츠만법의 압축성 모델을

이용하여 2차원 edge음의 수치계산을 행하여, 분류와 edge의 상호간섭에 의해 발생하는 음파를 확인하였다. 이 음파는 노즐출구의 상하 벽면근방으로부터 발생하는 와의 주기와 같이 발생하며, 분류가 edge에 충돌함으로써 edge 주위의 압력변동을 발생시키며, 이 결과 음파가 발생함을 확인하였다.

유체의 압력변동에 비해서 매우 작은 압력변동이 발생하며, 그 전파속도는 음속에 일치하고 있다. 음압의 변동성분은 유체의 압력에 크게 영향을 받지 않고 전파하고 있는 것을 확인하였다.

한편, 노즐출구의 상하벽면 근방으로부터 발생하는 와가 edge근방에서의 합체에 의해 분류의 변동이 변화하며, edge근방에서 발생하는 압력에 변화를 미치며, 그 압력이 전파함으로써 노즐출구의 상하벽면 근방으로부터 새로운 와의 발생을 유기한다는 feedback 메커니즘에 의해서 일어난다고 사료된다.

## 참고문헌

- (1) Curle, N., 1953, "The Mechanism of Edge-tones," Proc. R. Soc. Lond., A216, pp. 412-424.
- (2) Howe, M. S., 1997, "Edge, Cavity and Aperture Tones at Very Low Mach Numbers," Journal of Fluid Mechanics, Vol. 330, pp. 61-84.
- (3) Powell, A., 1953, "On Edge Tones and Associated Phenomena," ACUSTICA, Vol. 3, pp. 233-243.
- (4) Crighton, D. G., 1992, "The Jet Edge-tone Feedback Cycle; Linear Theory for the Operating Stages," Journal of Fluid Mechanics, Vol. 234, pp. 361.
- (5) 土田, 伊東, 藤沢, 矢川, 2002, "エッジトーンにおける振動モード遷移のシミュレーション," 日本流体力学会, 年会, pp. 286-287.
- (6) Kang, H. K., Tsutahara, M., Ro, K. D. and Lee, Y. H., 2003, "Numerical Simulation of the Far-field Acoustic Sounds by the Finite Difference Lattice Boltzmann Method," The Fifth Asian Computational Fluid Dynamics Conference, Busan, Korea, pp. 440-447.
- (7) Alexander, F. J., Chen, S. and Sterling, D. J., 1993, "Lattice Boltzmann Thermodynamics," Physical Review E, Vol. 47, pp. 2249-2252.
- (8) Mei, R. and Shyy, W., 1998, "On the Finite

- Difference-based Lattice Boltzmann Method in Curvilinear Coordinates," *Journal of Computational Physics*, Vol. 143, pp. 426-448.
- (8) Bhatnagar, P. L., Gross, E. P. and Krook, M., 1954, "A Model for Collision Processes in Gases. I. Small Amplitude Processes in Charged and Neutral One Component Systems," *Physical Review*, Vol. 94, pp. 511-525.
- (9) Pointsot, T. and Lele, S. K., 1992, "Boundary Conditions for Direct Simulation of Compressible Viscous Flows," *Journal of Computational Physics*, Vol. 101, pp. 104-129.