

# 오일러 매개변수를 이용한 해양 세장체 대변위 거동 해석

홍 섭\*

\*한국해양연구원 해양개발시스템연구본부

## Euler Parameters Method for Large Deformation Analysis of Marine Slender Structures

SUP HONG\*

\*Korea Research Institute of Ships and Ocean Engineering, KORDI  
Daejeon, Korea

**KEY WORDS:** flexible slender structure, geometric nonlinearity, Euler parameters, virtual rotation, sequential update

**ABSTRACT:** A novel method for 3-dimensional dynamic analysis of marine slender structure has been developed by using Euler parameters. The Euler parameter rotation, which is being widely used in aerospace vehicle dynamics and multi-body dynamics, has been applied to elastic structure analysis. Large deformation of flexible slender structures is described by means of Euler parameters. Euler parameter method is implemented effectively in incremental-iterative algorithm for 3D dynamic analysis. The normalization constraint of Euler parameters is efficiently satisfied by means of a sequential updating method.

### 1. 서론

로프, 체인, 파이프, 케이블, 라이저 등 해양세장체로 분류되는 단면에 비하여 길이가 긴 구조물들은 외력작용에 대한 대변위 응답을 특징으로 한다. 작업목적에 따라서 구조물의 형상의 기하학적 비선형성이 커지는 경우에는 구조물의 유연성이 더욱 증가됨으로써 대 변위 응답 특성은 강화된다. 이러한 예는 해저석유 생산을 위한 유연라이저(flexible riser), 심해용 무인잠수정 케이블, 심해저 자원 채광시스템 등에서 더욱 두드러진다.

이와 같은 세장체의 대 변위 3차원 거동 해석에는 오일러 각(Euler angles)이 가장 흔히 사용되어 왔다(Bernitsas 1982, Patrikalakis 1986, Hong 1992, 1994, 1995, 1997a, 1997b). 강체 운동학 분야에서 오래 전부터 연구된 오일러 각 또는 Brynat 각(Goldstein 1980)은 물체의 회전을 설명하는데 편리함과 더불어 몇 가지 단점을 가진다. 물체의 회전운동을 기술하는데 특이(singular) 방향각을 내포하며, 삼각함수의 계산 양이 많은 점이다. 이러한 이유로 비행체역학, 다물체 동역학 분야에서는 오일러 매개변수(Euler parameters)의 사용이 선호되고 있다(Haug 1989).

공간상 물체가 가지는 3개의 회전 자유도에 대하여 4개의 오일러 매개변수들은 서로 독립적이지 않고 정규구속조건(normalization constraint)을 가지며, 이는 오일러 매개변수 사용상의 어려움이 되어 왔다. 배대성(1994)은 오일러 매개변수의 정규구속조건을 연속적인 교정방법을 이용하여 만족시키는 방법을 제안하였다.

본 연구는 심해용 세장체 구조물 해석 기법에 있어서 걸림돌이 되고 있는 오일러 각의 특이점 문제를 해결하고 연산시간의 대폭적으로 줄이기 위한 방안으로써 오일러 매개변수를 단성 구조체 해석에 적용하는 기법을 다루고 있다.

세장체 구조물의 기하학적 비선형성을 나타내는 곡률 및 대 변위 거동에서 발생하는 회전각속도 및 회전가속도 등을 오일러 매개변수를 이용하여 표현하고, 지배방정식의 해법으로서 미소증분 반복계산 알고리즘에 적용하여 반복계산 과정에서 오일러 매개변수의 구속조건을 연속적으로 교정하는 방법을 정립하였다.

### 2. 오일러 매개변수

#### 2.1 오일러 정리와 오일러 매개변수

두 직교 좌표계간의 변환 관계를 설명하는 오일러 정리(Euler's theorem)의 내용은 다음과 같다(Goldstein 1980):

“만약 두 개의 직교 좌표계의 원점이 서로 일치한다면, 어떤 축을 중심으로 하는 한번의 회전으로 그 두 좌표계는 일치될 수 있다”

두 직교 좌표계  $x-y-z$  와  $x'-y'-z'$ 에 대한 오일러 정리의 내용은 Fig. 1과 같이 나타내어진다. 즉, 회전축  $u$ 를 중심으로 하는  $\chi$  만큼의 회전에 의해 두 좌표계의 단위벡터  $(i, j, k)$ 와  $(f, g, h)$  간의 변환이 표현된다.

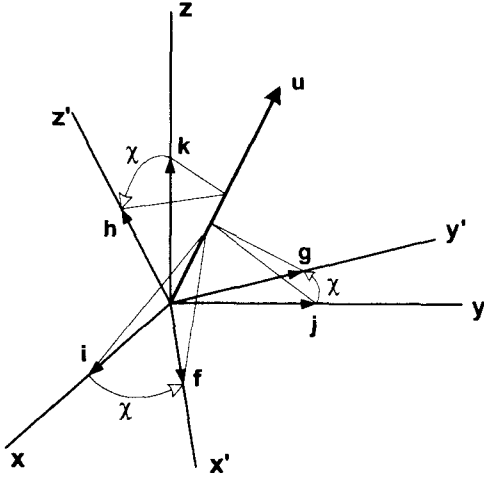


Fig. 1 Euler rotation of reference frames

오일러 매개변수는 쿼터니온(quaternion)인  $e_0$  (스칼라)와 쿼터니온 벡터( $e_1, e_2, e_3$ )로 4개의 요소로 구성된다.

$$e_0 \equiv \cos \frac{\chi}{2}, \quad \mathbf{e} = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} \equiv \mathbf{u} \sin \frac{\chi}{2} \quad (1)$$

식(1)의 오일러 매개변수는 서로 독립적이지 못하고 다음의 구속조건을 가진다.

$$e_0^2 + e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 = 1 \quad (2)$$

식(3)의 매개변수 벡터를 도입하면, 오일러 매개변수 구속조건식은 식(4a) 또는 식(4b)와 같이 표현된다.

$$\mathbf{p} = [e_0, e_1, e_2, e_3]^T \quad (3)$$

$$\mathbf{p}^T \mathbf{p} = 1 \quad (4a)$$

$$\phi^N = \mathbf{p}^T \mathbf{p} - 1 = 0 \quad (4b)$$

## 2.2 오일러 매개변수와 좌표변환행렬

두 직교좌표계간의 좌표변환 행렬식은 오일러 매개변수에 의해 식(4)와 같이 얻어진다(Haug 1989).

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \mathbf{A} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$\mathbf{A} = 2 \begin{bmatrix} e_0^2 + e_1^2 - \frac{1}{2} & e_1 e_2 - e_0 e_3 & e_1 e_3 + e_0 e_2 \\ e_1 e_2 + e_0 e_3 & e_0^2 + e_2^2 - \frac{1}{2} & e_2 e_3 - e_0 e_1 \\ e_1 e_3 - e_0 e_2 & e_2 e_3 + e_0 e_1 & e_0^2 + e_3^2 - \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (6)$$

## 2.3 오일러 매개변수와 가상회전

국부좌표계의 미소변화량, 즉 변분량을 가리키는 가상회전  $\delta \phi$ 과 오일러 매개변수의 미소증분(변화량)간의 관계는 다음과 같다.

$$\delta \mathbf{p} = \frac{1}{2} \mathbf{G}^T \delta \phi \quad (7)$$

이때,  $\delta \phi$ 는 3개 성분을 가지는 벡터이고,  $\mathbf{G}$ 는 아래와 같은 3×4 행렬이다.

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} -e_1 & e_0 & e_3 & -e_2 \\ -e_2 & -e_3 & e_0 & e_1 \\ -e_3 & e_2 & -e_1 & e_0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

## 3. 해양 세장체 동력학 해석 기법

### 3.1 해양 세장체 동력학 지배방정식

공간에서 거동하는 해양 세장체의 동력학 지배방정식은

- 운동학적 접합조건식
- 재료역학 관계식
- 힘의 평형조건식
- 모멘트 평형조건식

등으로 구성되어 식(9)의 꼴의 비선형 편미분 방정식군으로 얻어진다.

$$\mathbf{g}(t, \mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}}, \ddot{\mathbf{z}}, \mathbf{z}') = \mathbf{0} \quad (9)$$

여기서,  $t$ 는 시간,  $\mathbf{z}$ 는 일반좌표,  $(\dot{\quad})$ 은 세장체의 길이에 대한 편미분,  $(\ddot{\quad})$ 는 시간에 대한 편미분을 가리킨다.

### 3.2 오일러 매개변수와 세장체 곡률 및 회전각속도

세장체 기하학적 형상을 기술하는 곡률은 국부좌표계상에서 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{x} = 2 \mathbf{G} \mathbf{p}' \quad (10)$$

한편, 국부좌표계 상에서의 회전 각속도 및 각가속도 벡터는 다음과 같이 도출된다.

$$\boldsymbol{\omega} = 2 \mathbf{G} \dot{\mathbf{p}} \quad (11)$$

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} = 2 \mathbf{G} \ddot{\mathbf{p}} \quad (12)$$

### 3.3 미소증분-반복 해석 알고리즘

식(9)의 비선형 지배방정식의 해석 기법의 일환으로서 미소증분-반복 알고리즘이 사용된 바 있다(Hong 1992).

$$\mathbf{g}_z \delta \mathbf{z} + \mathbf{g}_{\dot{z}} \delta \dot{\mathbf{z}} + \mathbf{g}_{\ddot{z}} \delta \ddot{\mathbf{z}} + \mathbf{g}_{z'} \delta \mathbf{z}' + \mathbf{g}(t) = \mathbf{0} \quad (13)$$

이때, 아래첨자는 편미분에 의한 자코비안을 나타낸다.  
 식(13)의 시간적분 및 공간적분을 거쳐서 해(일반좌표)의 증분(변분량)의 구해지며,  $t = t + \delta t$ 에서의 해를 얻게 된다.

$$\mathbf{z}(t + \delta t) = \mathbf{z}(t) + \delta \mathbf{z} \quad (14)$$

본 연구에서는 일반좌표의 증분벡터  $\delta \mathbf{z}$ 의 오일러 매개변수는 식(7)에 의해 가상회전  $\delta \boldsymbol{\varphi}$ 로 대체되어 사용된다.  
 정밀한 해를 얻기 위해서 구해진 일반좌표는 반복적으로 교정되어야 한다.

### 3.4 오일러 매개변수의 연속적 교정

식(14)에서 얻어진 가상회전으로부터 식(4)의 구속조건식을 만족하는 오일러 매개변수를 구하기 위해 수정된 뉴턴 방법이 사용되었다(배대성 1994). 식(4b)에 뉴턴 방법을 적용하고 식(7)을 변환하면, 다음의 미소증분 방정식이 얻어진다.

$$\begin{aligned} 2\mathbf{G} \delta \mathbf{p} &= \delta \boldsymbol{\varphi} \\ 2\mathbf{p}^T \delta \mathbf{p} &= -\boldsymbol{\varphi}^N \end{aligned} \quad (15)$$

배대성(1994)은 식(15)의 해로서 오일러 매개변수의 증분값을 식(16)과 같이 제안함으로써 강체 동역학 해석 분야에서 오일러 매개변수를 효과적으로 교정하였다.

$$\delta \mathbf{p} = \frac{1}{2\mathbf{p}^T \mathbf{p}} (\mathbf{G}^T \delta \boldsymbol{\varphi} - \mathbf{p} \boldsymbol{\varphi}^N) \quad (16)$$

### 3.5 해양 세장체 해석 전산프로그램 개발

전절에서 기술한 미소증분-반복적 해석 알고리즘에 의거하여 Newmark 시적분법과 집중질량 모델을 이용하는 해양 세장체의 3차원 시간영역 동역학 해석 흐름도는 Fig. 2와 같다.

Fig. 2의 해석 절차에 따라서 해양세장체를 보요소로 이상화하는 해양세장체 비선형 동역학 해석 프로그램(RISA\_EP12)이 FORTRAN 90을 사용하여 개발되었다.

## 4. 예제 해석

전술한 오일러 매개변수를 이용하여 개발된 해양세장체 비선형 동역학 해석 프로그램(RISA\_EP12)의 해석 예제로는 Table 1의 심해용 양광관과 Table 2의 심해용 무인잠수정 케이블을 선택하였다.

Fig. 3에서 Fig. 4에 예시한 바와 같이 3차원 거동 해석에 있어서 아무런 특이점(singular) 문제가 발생되지 않았으며, 식(6)과 식(8)의 행렬 요소에 삼각함수 계산이 없으므로 계산시간이 대폭 단축되는 것이 확인되었다.

Table 1: Specifications of lifting pipe of deep-seabed mining

외경	0.25m
내경	0.21m
질량	113kg/m
영계수(E)	5.0E6 kN/m <sup>2</sup>
전단계수(G)	2.0E5 kN/m <sup>2</sup>
Poisson's ratio	0.5
길이	5000m

Table 2: Specifications of lifting pipe of deep-seabed mining

외경	20.6 mm
질량	1430 kg/km
해수중 중량	1087 kgf/m
축강성(EA)	10,608 kN
길이	6,000 m
ROV/Launcher	1.5 ton (in water)

## 5. 결론

오일러 매개변수를 활용하는 해양세장체의 대 변위 구조 동역학 해석 기법이 새로이 개발되었다.

3차원 거동 해석에서 문제시되었던 특이점 문제의 발생이 제거되었고, 컴퓨터 프로그램의 연산시간이 대폭 단축됨으로써 보다 심해용 세장 구조물의 실시간 시뮬레이션의 기반이 확보되었다.

## 후기

본 연구는 국가 프로젝트인 "심해저 집광시스템 및 채광운용기술 개발" 과제의 일부분으로 수행되었습니다.

## REFERENCES

- Bernitsas, MM (1982): Three Dimensional Nonlinear Large-Deflection Model for Dynamic Behaviour of Risers, Pipelines and Cables, *Journal of Ship Research*, 26(1), pp. 59-64.
- Patrikalakis, NM (1986): Three Dimensional Compliant Riser Analysis, *5th Int. Symp. Offshore Mechanics and Arctic Eng. (OMAE)*.
- Hong, Sup (1992): *Three dimensional nonlinear static and dynamic analysis of flexible risers* (in German), doctoral dissertation, Univ. of Aachen.
- Hong, Sup and Hong, SW (1994): A Three-Dimensional Dynamic Analysis of Towed Systems, Part I. A Mathematical Formulation, *한국해양공학회지*, 제8권 제1호,

1994년 6월, pp. 16~22.

Hong, Sup (1995): Three Dimensional Analysis on Behaviour of Mining Pipe of Deep Seabed Mineral Resources, *Proc. 1st ISOPE Ocean Mining Symposium*, Tsukuba, November 21-22, 1995.

Hong, Sup and Hong, SY (1997): Effects of Mooring Line Dynamics on Position Keeping of a Floating Production System, *Proc. 7th ISOPE Conference*, Honolulu, May 25-30.

Hong, Sup (1997): 3-D Dynamic Analyses of Lifting Pipe Systems in Deep Seabed Mining, *Proceedings of 2nd ISOPE Ocean Mining Symposium*, Seoul, November 24-25.

Goldstein, H (1980): *Classical Mechanics, 2nd edition - Chapter 2 The Kinematics of Rigid Body Motion*, Addison-Wesley, pp. 128-187.

Haug, EJ (1989): *Computer-Aided Kinematics and Dynamics of Mechanical Systems, Volume I: Basic Methods*, Allyn and Bacon pp. 335-347.

배대성 (1994): 오일러 매개변수의 연속적인 교정방법, 한양대학교 생산공학논문집 Vol. 3, No. 1, pp. 65-73.

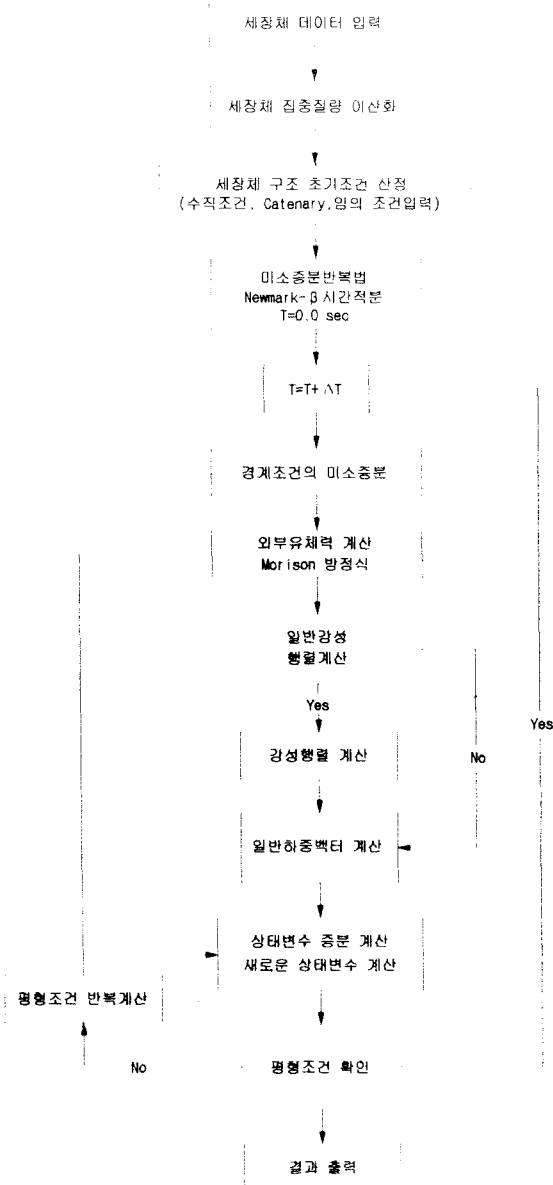


Fig. 2 Flow chart of incremental-iterative algorithm of RISA\_EPI2

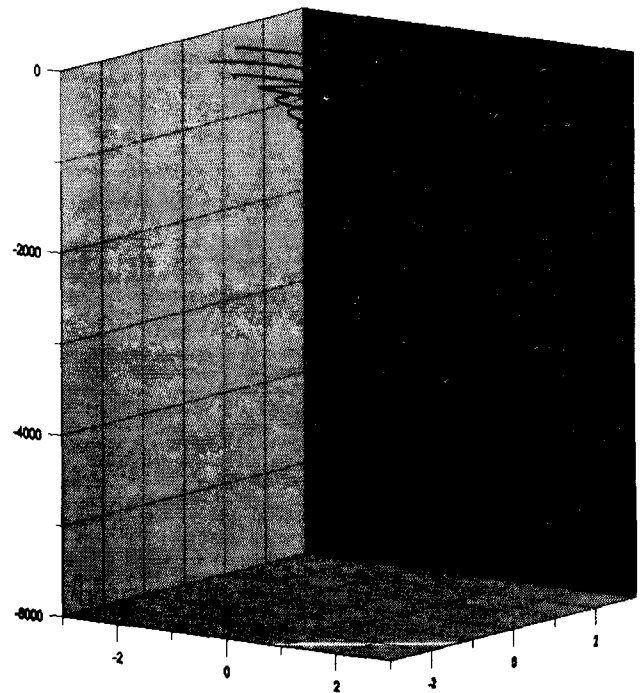


Fig. 3 A bird's-eye view of 3D dynamic analysis result of 5000m lifting pipe at top excitation of horizontal circle motion of 2m radius with period of 10sec

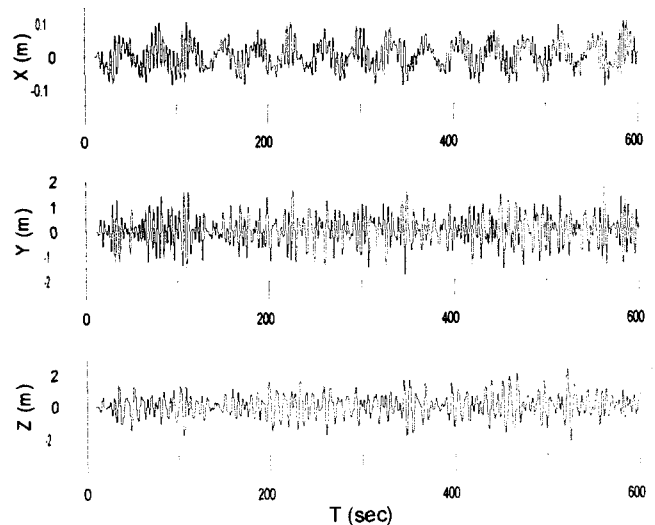


Fig. 4 Motion of A-frame of Onnuri R/V (to be presented by 홍도천, 한국해양공학회 2003년도 춘계학술발표대회)

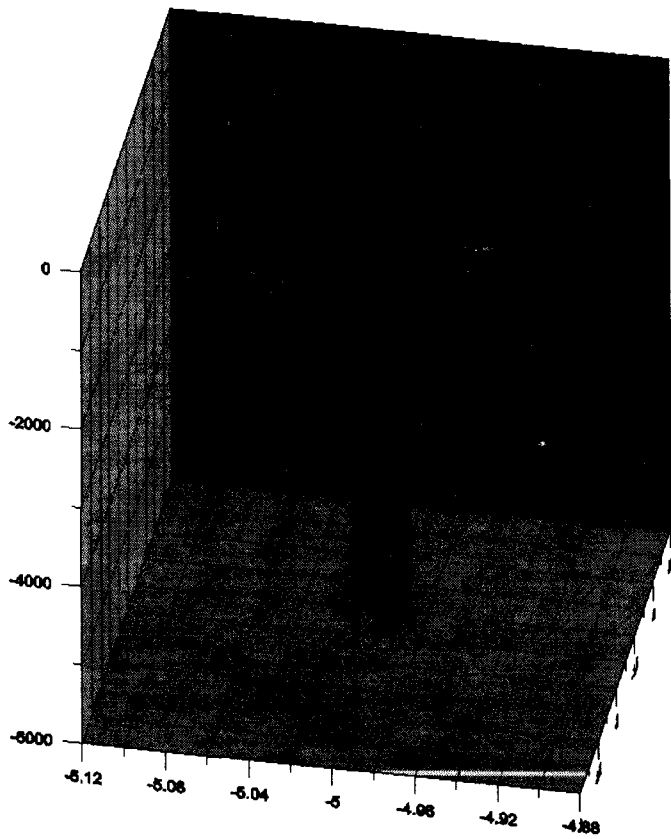


Fig. 5 A birdseye view of 3D dynamic analysis result of 6000m ROV cable system excited by Onnuri R/V, of which motions in waves are given in Fig. 4

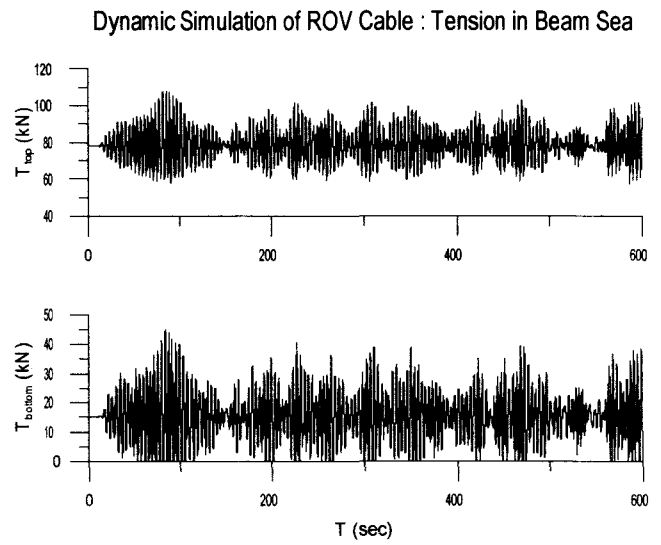


Fig. 6 Tension responses in ROV cable at beam sea condition of Onnuri R/V