

시멘트재료로 덧씌우기 보수된 RC보의 계면응력식 제안

Proposal of Interfacial Stresses at RC Beam Repair-Purpose Overlaid by Cementious Material

김현오* · 김성환** · 윤경구*** · 이봉학****

Kim, Hyun Oh, Kim, Sung Hwan, Yun, Kyong Ku, Lee, Bong Hak

1. 서론

국내·외의 많은 구조물 및 기간시설이 노후화되고 내하력이 저하되어 이에 따른 보수·보강의 관심이 집중되고 있다. 보강재로 보강한 복합 구조체의 경우 이질재료의 계면에서 발생하는 응력집중으로 인하여 기대되는 보강 기능을 발휘하지 못하고 단부 박리파괴 등의 조기 파괴를 유발하게 된다. 이러한 급작스러운 취성파괴를 방지하기 위해서는 사전에 계면의 파괴거동을 예측하는 것이 중요하다.

따라서, 본 연구에서는 기존의 Smith-Teng 제안식(2001)을 수정하여 구조물 조기파괴의 원인이 되는 계면 전단응력과 수직응력을 예측하는 기본 원리를 제시하고 시멘트계 보수재료 사용시 발생하는 계면에서의 응력을 산정하는 식을 제안하였다. 또한 이를 유한요소 해석을 통해 얻은 응력 값과 비교·검토하였다.

2. 계면응력 산정 이론

2.1 기본 가정 및 방법

보수·보강된 구조물의 계면응력 산정 이론은 기본적으로 선형탄성재료이며 접착층의* 두께를 따라 일정한 전단응력과 수직응력의 영향을 받는다고 가정한다. 이것은 계산 과정의 복잡함과 시간을 절약하고 단순한 Closed-Form 해를 얻는 중요한 바탕이 된다. 일반적인 예로 교면 포장의 경우, 간단한 철근콘크리트보의 거동과 유사하므로 계면응력 산정은 보의 굽힘 변형과 보강재의 축 변형을 고려하여 보 이론에 따르는 계면 수직응력과 전단응력의 미분 지배방정식을 이끌어내어 일반해를 도출하고 다양한 경계조건을 이용하여 특수해를 구한 값이 계면응력의 값이 된다.

시멘트계 보수재료를 덧씌우기한 철근콘크리트보의 모식도는 그림 1과 같다. 탄성계수, 전단탄성계수, 두께를 각각 E, G, t 로 표현하였다. M, V, N 은 겹쳐진 부분의 끝에서 작용하는 단위 폭 당 각각 모멘트, 전단력, 축력을 나타낸다.

2.2 계면 전단응력

계면에서의 전단응력은 다음과 같은 식으로 표현할 수 있다.

$$\tau(x) = G_a \left(\frac{du(x,y)}{dy} + \frac{dv(x,y)}{dx} \right) \quad (\text{식1})$$

* 정회원 · 강원대학교 토목공학과 석사과정 · 033-250-6240(E-mail : kho0124@hotmail.com)

** 정회원 · 강원대학교 토목공학과 박사과정 · 공학석사 · 033-250-6240(E-mail : ksh0304@korea.com)

*** 정회원 · 강원대학교 토목공학과 조교수 · 공학박사 · 033-250-6240(E-mail : kkyun@cc.kangwon.ac.kr)

**** 정회원 · 강원대학교 토목공학과 교수 · 공학박사 · 033-250-6234(E-mail : bonghak@cc.kangwon.ac.kr)

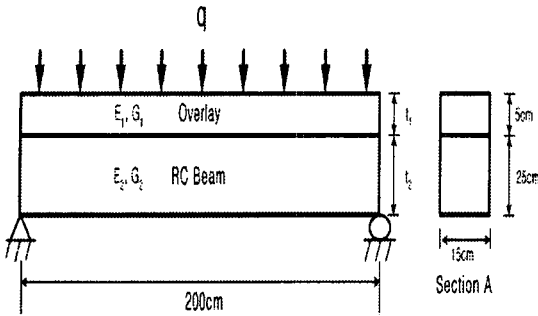


그림 1 덧씌우기 된 RC 보

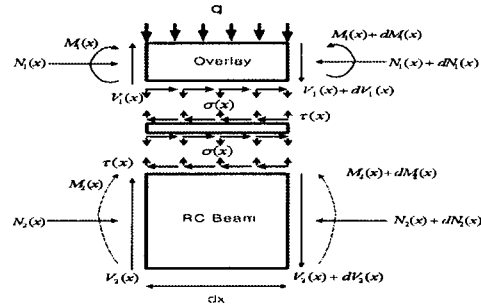


그림 2 RC 보의 미소요소 자유도

여기서, G_a 는 접착층의 전단계수이고 위의 식을 x 에 관하여 미분하면

$$\frac{d\tau(x)}{dx} = G_a \left(\frac{d^2u(x,y)}{dx dy} + \frac{d^2v(x,y)}{dx^2} \right) \quad (\text{식2})$$

요소의 곡률은 작용되는 모멘트 $M_T(x)$ 와 관련될 수 있으므로

$$\frac{d^2v(x)}{dx^2} = -\frac{1}{(EI)_t} M_T(x) \quad (\text{식3})$$

접착층은 균일한 전단 응력의 영향을 받게 된다고 가정되었고 따라서 $u(x,y)$ 는 접착 두께 t_a 를 따라 선형적으로 변화되어야 한다.

$$\frac{du}{dy} = \frac{1}{t_a} [(u_2(x) - u_1(x))], \text{ thus } \frac{d^2u(x,y)}{dx dy} = \frac{1}{t_a} \left(\frac{du_2(x)}{dx} - \frac{du_1(x)}{dx} \right) \quad (\text{식4})$$

여기서 $u_1(x), u_2(x)$ 는 각각 덧씌우기와 RC 보의 윗면에서 가로방향 처짐이고 t_a 는 접착층의 두께이다. 그러면 (식2)는 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\frac{d\tau(x)}{dx} = \frac{G_a}{t_a} \left(\frac{du_2(x)}{dx} - \frac{du_1(x)}{dx} - \frac{t_a}{(EI)_t} M_T(x) \right) \quad (\text{식5})$$

덧씌우기의 밑면과 RC보의 윗면에서 변형은 축, 굽힘, 전단변형의 모든 세가지를 고려하여 다음과 같이 주어진다.

$$\epsilon_1(x) = \frac{du_1}{dx} = \frac{y_1}{E_1 I_1} M_1(x) - \frac{1}{E_1 A_1} N_1(x) + \frac{y_1}{G_1 \alpha A_1} [q + b\sigma(x)] \quad (\text{식6})$$

$$\epsilon_2(x) = \frac{du_2}{dx} = -\frac{y_2}{E_2 I_2} M_2(x) + \frac{1}{E_2 A_2} N_2(x) + \frac{y_2}{G_2 \alpha A_2} b\sigma(x) \quad (\text{식7})$$

수평 평형을 고려하면,

$$\frac{dN_1(x)}{dx} = \frac{dN_2(x)}{dx} = b\tau(x) \quad (\text{식8})$$

여기서 $N_1(x) = N_2(x) = N(x) = b \int_0^x \tau(x) dx$ 이다.

또한 덧씌우기와 RC 보의 곡률이 같다고 가정하면, 계면에서 모멘트 사이의 관계는 다음과 같이 표시된다.

$$M_1(x) = R M_2(x), \text{ 여기서 } R = \frac{E_1 I_1}{E_2 I_2} \text{이다.} \quad (\text{식9})$$

각각의 계면에서 굽힘모멘트는 총 작용된 모멘트와 계면 전단응력의 함수로 표현된다.

$$M_1(x) = \frac{R}{(R+1)} M_T(x) - b \int_0^x \tau(x) (y_1 + y_2 + t_a) dx \quad (\text{식10})$$



$$M_2(x) = \frac{1}{(R+1)} M_T(x) - b \int_0^x \tau(x)(y_1 + y_2 + t_a) dx \quad (식11)$$

위의 식을 한번 미분하고 (식5)에 대입한 후 다시 미분하여 정리하면 다음과 같은 지배 미분 방정식을 얻게 된다.

$$\begin{aligned} & \frac{d^2\tau(x)}{dx^2} - \frac{G_o b}{t_a} \left(\frac{(y_1 + y_2)(y_1 + y_2 + t_a)}{E_1 I_1 + E_2 I_2} + \frac{1}{E_1 A_1} + \frac{1}{E_2 A_2} \right) \tau(x) \\ &= - \frac{G_o}{t_a} \left(\frac{y_1 + y_2}{E_1 I_1 + E_2 I_2} \right) V_T(x) - \frac{G_o y_1 dq}{t_a G_1 \alpha A_1 dx} - \frac{G_o b}{\alpha t_a} \left(\frac{y_1}{G_1 A_1} - \frac{y_2}{G_2 A_2} \right) \frac{d\sigma(x)}{dx} \end{aligned} \quad (식12)$$

지배방정식의 일반해를 구하기 위하여 계면에서의 전단 변형은 무시한다는 가정하에 (식12)에 대한 비제차 미분방정식을 풀면 다음과 같은 일반해를 구할 수 있다.

$$\therefore \tau(x) = B_1 \cosh(\lambda x) + B_2 \sinh(\lambda x) + m_1 V_T(x) \quad (식13)$$

여기서 $\lambda^2 = \frac{G_o b}{t_a} \left(\frac{(y_1 + y_2)(y_1 + y_2 + t_a)}{E_1 I_1 + E_2 I_2} + \frac{1}{E_1 A_1} + \frac{1}{E_2 A_2} \right)$ 이고 $m_1 = \frac{G_o}{t_a} \frac{1}{\lambda^2} \left(\frac{y_1 + y_2}{E_1 I_1 + E_2 I_2} \right)$ 이다.

2.3 계면 수직응력

계면 전단응력과 마찬가지로 수직응력도 덧쇠우기와 RC 보의 수직방향 처짐에 관한 평형을 이용하여 구할 수 있다.

$$\sigma(x) = \frac{E_o}{t_a} [\nu_2(x) - \nu_1(x)] \quad (식14)$$

덧쇠우기 밑면

$$\frac{d^2\nu_1(x)}{dx^2} = - \frac{1}{E_1 I_1} M_1(x) - \frac{1}{G_1 \alpha A_1} [q + b\sigma(x)] \quad (식15)$$

$$\frac{dM_1(x)}{dx} = V_1(x) - by_1\tau(x), \quad \frac{dV_1(x)}{dx} = -b\sigma(x) - q \quad (식16)$$

RC 보 윗면

$$\frac{d^2\nu_2(x)}{dx^2} = - \frac{1}{E_2 I_2} M_2(x) - \frac{1}{G_2 \alpha A_2} b\sigma(x) \quad (식17)$$

$$\frac{dM_2(x)}{dx} = V_2(x) - by_2\tau(x), \quad \frac{dV_2(x)}{dx} = b\sigma(x) \quad (식18)$$

위의 평형방정식에 근거하여, 덧쇠우기와 RC 보의 굴절에 대한 지배 미분 방정식은 계면 전단과 수직응력의 향으로 표현된다.

덧쇠우기 밑면

$$\begin{aligned} \frac{d^4\nu_1(x)}{dx^4} &= \frac{1}{E_1 I_1} b\sigma(x) - \frac{1}{G_1 \alpha A_1} b \frac{d^2\sigma(x)}{dx^2} + \frac{y_1}{E_1 I_1} b \frac{d\tau(x)}{dx} \\ &+ \frac{1}{E_1 I_1} q - \frac{1}{G_1 \alpha A_1} \frac{d^2q}{dx^2} \end{aligned} \quad (식19)$$

RC Beam 윗면

$$\frac{d^4\nu_2(x)}{dx^4} = - \frac{1}{E_2 I_2} b\sigma(x) + \frac{1}{G_2 \alpha A_2} b \frac{d^2\sigma(x)}{dx^2} + \frac{y_2}{E_2 I_2} b \frac{d\tau(x)}{dx} \quad (식20)$$

(식19)와 (식20)을 식(14)에 대입하면 계면 수직 응력에 대한 지배 미분 방정식은 (식21)과 같고 계면에서의 전단 변형은 무시한다는 가정하에 비제차 미분방정식을 풀면 일반해는 (식22)와 같은 계면 수직응력의 일반해를 구할 수 있다.



$$\frac{d^4\sigma(x)}{dx^4} - \frac{E_0 b}{\alpha t_a} \left(\frac{1}{G_1 A_1} + \frac{1}{G_2 A_2} \right) \frac{d^2\sigma(x)}{dx^2} + \frac{E_0 b}{t_a} \left(\frac{1}{E_1 I_1} + \frac{1}{E_2 I_2} \right) \sigma(x) \tag{식 21}$$

$$= - \frac{E_0 b}{t_a} \left(\frac{y_1}{E_1 I_1} - \frac{y_2}{E_2 I_2} \right) \frac{d\tau(x)}{dx} - \frac{E_0}{t_a} \frac{1}{E_1 I_1} q + \frac{E_0}{t_a} \frac{1}{G \alpha A_1} \frac{d^2 q}{dx^2}$$

$$\therefore \sigma(x) = e^{-\beta x} [C_1 \cos(\beta x) + C_2 \sin(\beta x)] - n_1 \frac{d\tau(x)}{dx} - n_2 q \tag{식 22}$$

여기서 $\beta = \sqrt{\frac{E_0 b}{4 t_a} \left(\frac{1}{E_1 I_1} + \frac{1}{E_2 I_2} \right)}$, $n_1 = \left(\frac{y_1 E_2 I_2 - y_2 E_1 I_1}{E_1 I_1 + E_2 I_2} \right)$, $n_2 = \frac{E_2 I_2}{b_2 (E_1 I_1 + E_2 I_2)}$ 이다.

따라서 경계조건 $x=0$ 에서 $M_T(0) = 0$ 과 $x=L/2$ 에서 $\tau(L/2) = 0$ 을 이용하여 계면 전단응력의 특수해를 구하고 $x=0$ 에서 $M_T(0) = 0$ 과 $x=L/2$ 에서 $V(L/2) = 0$ 을 이용하여 계면 수직응력의 특수해를 구하면 각각의 계면 응력은 다음과 같다.

$$\tau(x) = - \frac{m_1}{\lambda} q \cosh(\lambda x) + \frac{m_1}{\lambda} q \sinh(\lambda x) + m_1 q \left(\frac{L}{2} - x \right) \tag{식 23}$$

$$\sigma(x) = e^{-\beta x} [C_1 \cos(\beta x) + C_2 \sin(\beta x)] - n_1 \frac{d\tau(x)}{dx} - n_2 q \tag{식 24}$$

여기서 $C_1 = - \frac{n_1}{2\beta^2} \frac{d^3\tau(x)}{dx^3} \Big|_{x=0} - n_1 \frac{d^4\tau(x)}{dx^4} \Big|_{x=L/2}$

$C_2 = - \frac{n_1}{2\beta^2} \frac{d^3\tau(x)}{dx^3} \Big|_{x=0}$ 이다.

3. 유한요소해석

시멘트계 보수재료로 보강된 철근콘크리트보의 유한요소해석은 범용유한요소해석 프로그램 Lusas를 이용하여 선형 해석을 실시하였으며, 그림 1과 같이 15×25cm의 단면에 순지간 200cm, 두께가 각각 5cm, 25cm를 고려하였다. 중앙부의 경계조건은 롤러로 지점부는 힌지로 고려하였고 0.1ton/m의 등분포하중을 적용하였으며 요소는 평면응력을 사용하였다. 그림 3은 모델링 된 RC 보를 해석하여 나타난 수직응력 Contour를 나타내고 그림 4는 전단응력 Contour이다. 이때 덧쇠우기와 RC보는 일체거동을 한다고 가정하였고 구조물의 대칭으로 인하여 반만 모델링 하였다.

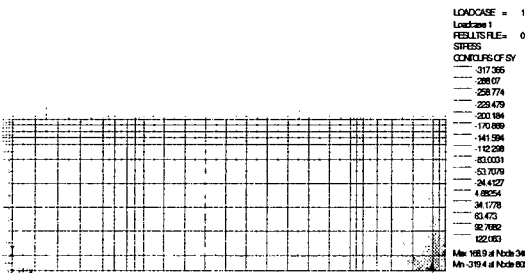


그림 3 RC보의 수직응력 Contour

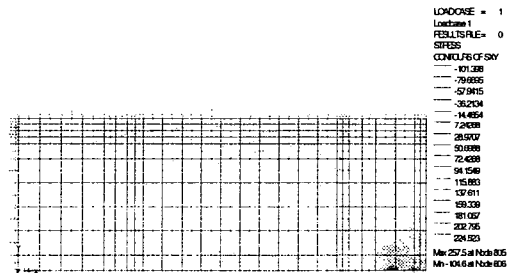


그림 4 RC보의 전단응력 Contour



4. 결과의 비교 · 검토

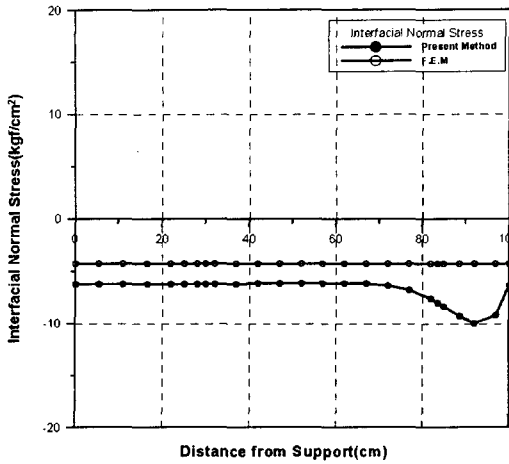


그림 5 RC보의 계면 수직응력

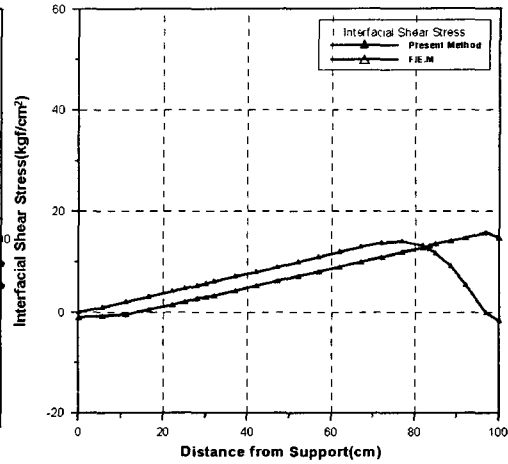


그림 6 RC보의 계면 전단응력

수정 Smith-Teng 산정식에 의한 계면 응력 뿐 만 아니라 유한요소해석에 의한 계면 응력 결과가 그림 5, 6에 보여진다. 그림에서 보는 바와 같이 산정식에 의한 값과 유한요소해석에 의한 값의 경향은 유사하나 산정식에 의한 값이 약간 작은 경향을 보이고 있다. 계면 수직응력의 경우 보 중앙점의 거리로부터 80cm까지는 약 2kgf/cm²의 응력차이를 보이고 있고 지점으로 근접할수록 2~5kgf/cm²의 응력차이를 보이고 있다. 또한 계면 전단응력의 경우 보 중앙점의 거리로부터 80cm까지는 전체적으로 2kgf/cm²의 응력차이를 보이며 지점에 근접할수록 2~16kgf/cm²까지의 큰 차이를 보이고 있다. 지지점에서 근접할수록 응력 차이가 커지는 이유는 지지점에서의 응력집중 영향이 유한요소해석에서는 고려되나 산정식에는 이러한 영향을 고려하지 못한 결과로 판단된다.

5. 결론

선형탄성이론을 토대로 계면 수직응력과 전단응력의 직접적인 지배방정식을 이용하여 덧씌우기된 RC보의 계면에서 발생하는 계면 수직응력과 전단응력의 분포를 지지점에서 보의 중앙까지 예측할 수 있는 수정 Smith-Teng 산정식을 제시하였다. 수정된 Smith-Teng 산정식의 타당성은 범용으로 널리 사용되고 있는 Lusar를 이용한 유한요소해석과 비교 · 검토하였으며 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

1. 수정 Smith-Teng 계면 응력 산정식에 의한 응력값과 유한요소해석에 의한 응력값은 비교적 유사한 경향을 보이나 산정식에 의한 값이 약간 작은 경향을 보이고 있다.
2. 지지점으로 근접할수록 응력은 큰 차이를 보이며 이러한 이유로는 지지점의 경계조건에 의한 응력집중 영향이 유한요소해석에서는 고려되나 산정식에는 고려하지 못한 결과로 판단된다.
3. 차후 다양한 변수에 대한 연구와 지지점의 경계조건에 의한 응력집중 영향을 고려하는 방향의 연구가 필요하다.



감사의 글

본 연구는 한국과학재단지정 강원대학교 부설 “석재복합신소재제품연구센터” 지원에 의해 이루어진 것입니다. 이에 감사드립니다.

참고문헌

1. 심중성, 김규선(1999), “보강재로 보강된 RC보의 계면응력 해석모델”, 대한토목학회논문집, 제19권, 제 I-2호, pp.161~170.
2. Malek, A. M., Saadatmanesh, H. and Ehsani, M. R.,(1998) "Prediction of Failure Load of R/C Beams Strengthened with FRP Plate Due to Stress Concentration at the Plate End," ACI Structural Journal, Vol.95, No.1, January-February, pp.142~152.
3. Smith, S. T. and Teng, J. G.,(2001) "Interfacial Stresses in Plated Beams," Engineering Structures, 23, pp. 857~871.
4. Goland, M. and Reissner, E.,(1994) "The Stresses in Cemented Joints," Journal of Applied Mechanics 11, A17-A27.
5. Tsai, M. Y. and Oplinger, D. W. and Morton, J.,(1998) "Improved Theoretical Solutions for Adhesive Lap Joints," Int. J. Solids Structures Vol.35, No.12, pp.1163~1185.