

Mathcad를 이용한 전력전자 회로 Simulation

김대영
비에스티씨 코리아

Abstract - 이 study는 수치 계산 및 수치 해석 프로그램으로 폭넓게 사용되는 Mathcad를 이용하여 전기/전자/전력 회로를 수학적인 모델링으로 구현하여 다양한 분석법으로 해를 구하는 내용을 보여준다.

1. 서 론

전기/전자 분야를 해석하는데 범용적인 Spice같은 프로그램 외에 전문적인 기능 해석이 가능한 다양한 프로그램을 사용하고 있다.

이 프로그램을 이용 각 소자 혹은 노드의 전압/전류/전력의 특성을 쉽게 컴퓨터에서 가상적으로 모의 실험하여 사전 동작을 예측하거나 중요한 value와 topology를 파악하는데 필요한 사항을 알려 준다.

이런 소프트웨어는 대개 vendor에서 제공하는 라이브러리(모델)와 그래픽 display를 사용 한다. 이런 종류의 tool은 아주 쉽게 회로를 작성하고 바로 결과를 보여 주지만,공학적인 입장에서 사용자들이 수학적으로 접근하는데 한계를 보인다.

지금 소개하는 소프트웨어는 수학적인 계산/방정식을 기반으로 회로의 모델링과 simulation을 가능하게 한다. 특히 코딩이나 명령어 없이 누구나 쉽게 수학적인 방정식을 그대로 표기하여 필요한 해를 구하고 원하는 2D,3D와animation같은 dynamic하고 interactive한 환경을 제공하여 다양한 접근을 하면서 결과를 확인하게 한다.

2. Simulation 예제

2.1 DC 분석

아래 그림1에 나오는 다이오드를 포함한 간단한 정류 회로에 DC SWEEP을 적용하여 비선형 소자인 다이오드의 동작 특성을 파악할 수가 있다. 우선 기본적으로 우리가 알고 있는 KCL과 KVL의 법칙을 이용하여 아래 회로의 수학적인 방정식을 세운 다음 각 소자의 기본 값을 지정한다.

분석을 원하는 범위의 동작 전압과 출력 원(전류)을 지정하면 자동적으로 계산이 완료되고 원하는 출력을 그래프로 쉽게 확인할 수 있게 된다.

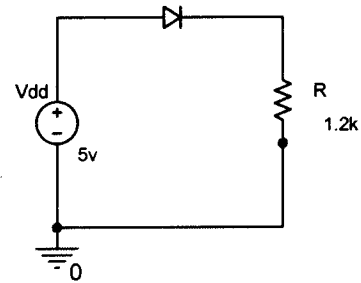


그림1

Parameters

다이오드에 0.7V 전압에 1mA가 흐른다고 가정하면

$$V_{DD} := 5 \cdot \text{vol}$$

$$R := 1.2 \cdot \text{k}\Omega$$

Solution

루프 방정식을 적용하여 수식을 세운다.

$$I_{KVL}(V_D) := \frac{V_{DD} - V_D}{R}$$

다이오드 방정식을 세우고 IS 와 n을 규정한다.

$$i := 1 \cdot \text{mA}$$

$$v := .7 \cdot \text{vol}$$

$$nV_T := \frac{.1}{2.3} \cdot \text{vol}$$

$$I_S := \frac{i}{\frac{v}{e^{nV_T}} - 1}$$

$$I_D(V_D) := I_S \cdot \left(e^{\frac{V_D}{nV_T}} - 1 \right)$$

출력 할 전압 범위를 정의한다.

$$V_D := 0 \cdot \text{volt}, .1 \cdot \text{volt}, V_{DD}$$

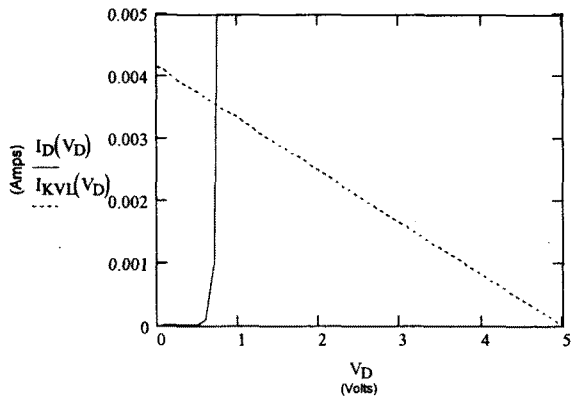


그림 2

2.2 Time base & AC 분석

이번에는 간단한 RC Low Filter에서 Mathcad을 이용하여 시간에 따른 파형과 이득/위상을 동시에 출력하여 분석한 예이다.

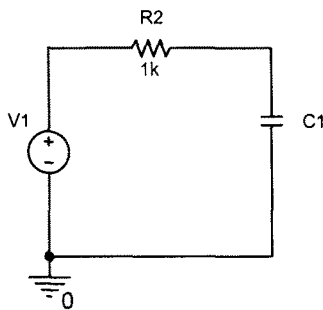
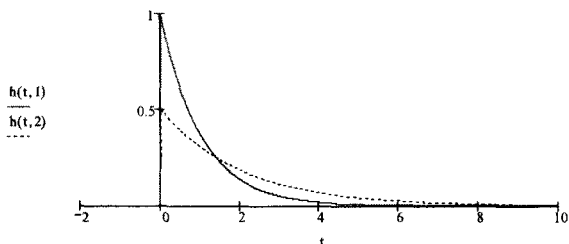
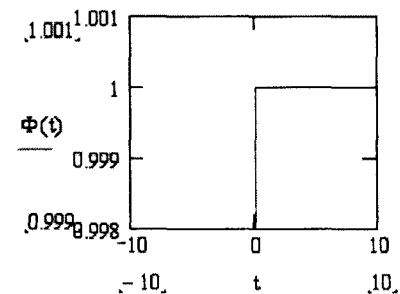


그림 3

impulse response는 아래와 같이 정의한다.

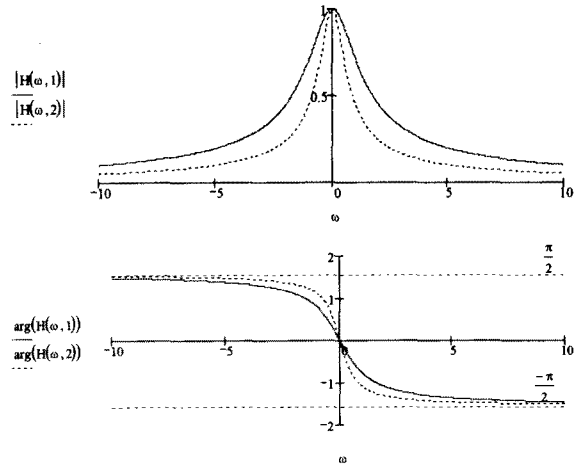
$$h(t, \tau) := \frac{1}{\tau} \cdot \exp\left(\frac{-t}{\tau}\right) \cdot \Phi(t)$$

$$t := -1, -0.99 .. 10$$



frequency response:

$$H(\omega, \tau) := \frac{1}{1 + j \cdot \tau \cdot \omega}$$



2.3 입력원 만들기

Mathcad는 주기적인 함수를 한번에 만들 수가 없고 내장된 주기 함수를 이용하여 생성이 가능하다. 특히 mod() 함수를 이용하여 train같은 펄스를 쉽게 생성이 가능하다.

$$h(t, u) := \text{if}(\text{mod}(t, T_0) < 0, u(\text{mod}(t, T_0) + T_0), u(\text{mod}(t, T_0)))$$

T_0 는 신호의 주기이고 $u()$ 는 기본 함수이다.

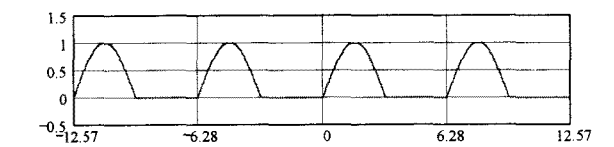
$$T_0 := 2 \cdot \pi$$

$$\omega_0 := \frac{2 \cdot \pi}{T_0}$$

$$t := -4.1 \cdot \pi, -4.09 \cdot \pi .. 4.1 \cdot \pi$$

Halfwave Rectified Function

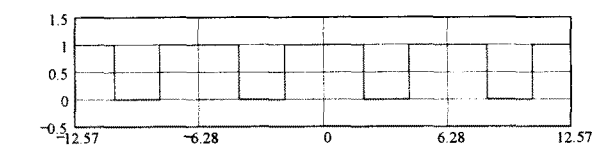
$$u1(t) := \text{if}[(t < 0.5 \cdot T_0), \sin(t), 0]$$



Even Square Pulse

$$\tau := 2$$

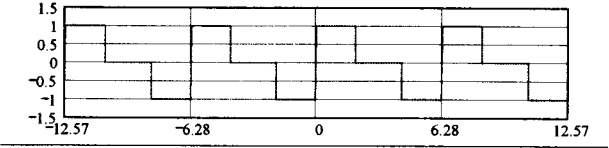
$$u2(t) := \text{if}[0.5 \cdot [(t \leq \tau) + [t \geq (T_0 - \tau)]], 1, 0]$$



Square Pulses (Odd)

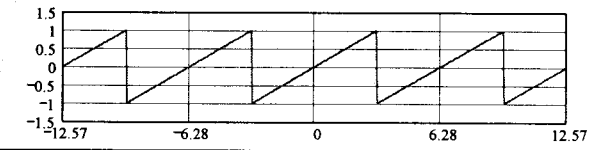
$$\tau := 2$$

$$u4(t) := \text{if}(t = 0, 0.5, \text{if}(t < \tau, 1, \text{if}(t > T_0 - \tau, -1, 0)))$$



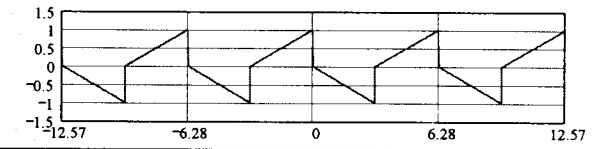
Odd See-Saw Waveform

$$u5(t) := \text{if} \left[\left(t \leq 0.5 \cdot T_0 \right), \frac{2}{T_0} \cdot t, \frac{2}{T_0} \cdot (t - T_0) \right]$$



Halfwave Symmetrical Function

$$u6(t) := \text{if} \left[t < \frac{T_0}{2}, -\frac{2}{T_0} \cdot t, \frac{2}{T_0} \cdot \left(t - \frac{T_0}{2} \right) \right]$$

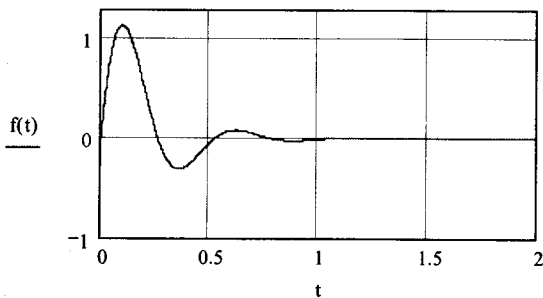


2.4 안정도 검증

임펄스 함수를 먼저 시간 대비 출력을 해보고 Mathcad의 Symbolic 기능을 사용하여 쉽게 라플라스 변환을 하여 시스템의 안정도를 판단 할 수 있다.

Parameters

$$f(t) := 2 \cdot e^{-5 \cdot t} \cdot \cos \left(12t - \frac{\pi}{2} \right)$$



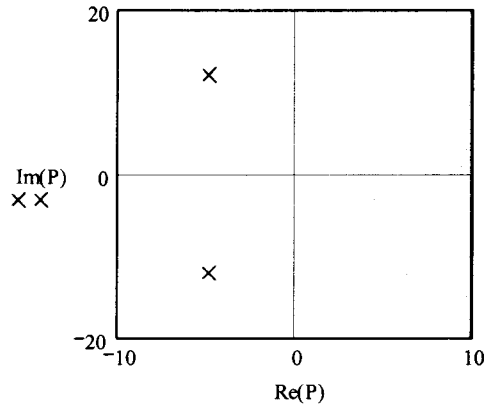
Solution

이시간축 함수를 Mathcad의 Laplace 변환 기능을 이용하여 fourier transform 도메인으로 변환을 해본다.

$$2 \cdot e^{-5 \cdot t} \cdot \cos \left(12t - \frac{\pi}{2} \right) \left| \begin{array}{l} \text{laplace, t} \\ \text{simplify} \end{array} \right. \rightarrow \frac{24}{s^2 + 10s + 169}$$

Mathcad Solver를 이용 Poles(해)를 찾는다.

$$P := s^2 + 10s + 169 = 0 \text{ solve, } s \rightarrow \begin{pmatrix} -5 + 12i \\ -5 - 12i \end{pmatrix}$$



왼쪽 영역에 두개의 pole이 존재하므로 이 시스템의 안정도에 이상이 없다는 판단이 가능하다.

2.5 Optimization

Mathcad는 최적화에 사용이 가능한 내장 함수를 가지고 있다. 이런 함수는 어떤 전기적 특성을 보이는 실험값이나 파형에서 적당한 데이터 포인트를 추출한 후 소자 혹은 시스템 고유의 특성 방정식에 대입하여 데이터 수만큼 식을 세우고 나머지 구하고자 하는 값은 그대로 둔다. 최종적으로 Minerr와 같은 함수를 이용하여 최적화 된 미지의 parameter를 구할 수가 있는데 사용하는 데이터 포인트가 많으면 많을수록 더욱 정확한 해를 구할 수 있다.

3. 결 론

Calculation 소프트웨어를 이용하여 전기, 전자와 관련된 여러 가지 분석을 시도하여 다양한 결과를 도출 할 수가 있었다.

Spice와 같은 전문적인 툴에서 제공하는 라이브러리와 툴 기능을 통해 바로 회로의 동작 확인이 가능하지만, 특히 전력전자 분야에는 Convergence문제와 simulation하는 시간이 상당히 소요되어 필요에 따라서는 이런 계산 소프트웨어가 이런 전문적인 툴을 보완하여 사용할 경우에 전문 툴에서 제공하는 기능 이상의 것을 분석하고 자료화를 할 수 있다는 장점을 갖고 있다.

특히 교육적인 측면에서 볼 때 Mathcad와 같은 계산 소프트웨어의 활용은 학생들이 정확한 이론을 습득하고 더 깊이가 있는 전공을 공부하도록 도움을 주는 모의실험 툴로써의 역할이 가능하다.

이번 study에서는 전기전자의 회로 분야에만 한정하여 간단한 예를 소개하였지만 다른 공학 분야에도 이런 수학 모델링에 대해 더 많은 관심이 요구되기를 바라면서 글을 맺습니다.