

TITO시스템의 최적 PI제어기 동조

엄태호, 서병설
한양대학교 전기공학과

An Optimal PI Controller Tuning for TITO System

Tae-Ho Um, Byung-Suh Suh
Dept. of Electrical Engineering, Hanyang University.

Abstract - This paper presents an optimal tuning method of the decentralized PI controller of two-input, two-output(TITO) second order system to be formulated as LQR. The tuning method of proposed decentralized PI controller is developed by establishing the relationships between the closed-loop state equation including decentralized PI control factors and the closed-loop state equation of LQR, which can be guaranteed the performance and stability-robustness by selecting the weighting factors Q and R of the cost function in order to satisfy design specifications in frequency domain.

1. 서 론

다면수 시스템의 분산된 최적 PI제어기를 설계하는 것은 난해하고 복잡하다. 다변수 시스템 중에서 산업현장에서 가장 흔히 접할 수 있는 TITO시스템의 분산된 최적 PI제어기 설계방법은 Zhuang-Atherton^[1]과 Vlachos^[2] 등에 의해 제시하였으나 이들의 방법은 강인성이 결여된 PI제어기 설계방법이다. 그래서 최적성 및 강인성을 내포하는 분산된 PI제어기를 설계하기 위해 Skogestad^[3], Chiu^[4], Ito^[5], Hovd^[6], Gagnon^[7]등은 μ -Synthesis이론을 이용하여 강인한 성능을 이룰 수 있는 PI제어기를 제시하였다. 그러나, μ -Synthesis를 이용한 분산된 PI제어기 설계방법은 수치적인 계산의 많은 어려움이 있고 설계과정이 매우 복잡하다. 이러한 복잡함과 난해함을 극복하기 위해 설계상의 간편성과 최적성 및 강인성을 내포하는 LQ방법은 하니의 대인이 될 수 있다.

LQ방법으로서는 Suh^[8]은 Athans^[9]이 제안했던 LQ-서보구조의 부분상태궤환을 가진 다변수 PI형 제어기로 해석하여 LQ-서보형 다변수 PI제어기를 제안하였으나 이러한 설계방법은 부분상태변수를 궤환시켜야 하므로 실제 응용에서는 실현 불가능한 경우가 많다. 또한, Lin-Gundes^[10]는 다변수 시스템에서의 PI동조를 LQR설계문제로 전환하고자 노력하였다. 그러나, Lin-Gundes는 PI제어기 구조로 나타내기 위해 시스템의 상태방정식을 상태변수의 개수와 출력의 개수가 같도록 하는 극심한 제한조건이 있다. 그리고 LQ방법의 전자와 후자의 제어기 설계방법은 다변수 PI제어기(Multivariable Controller 또는 Full Controller)로서 설계가 매우 복잡하고, 실제적인 구현에 있어서 비용이 많이 드는 단점이 있다.^{[11], [12]} 반면에 분산된 PI제어기(Multi-loop Controller 또는 Decentralized Controller)는 다변수 PI제어기에 비해 구조가 간단하고 비용이 적게 든다는 장점이 있다. 그러므로 본 연구에서는 다변수 시스템을 TITO시스템으로 제한하여 분산된 LQ-PI제어기 설계방법을 창출하고자 하였고, 주파수 영역의 설계사양인 명령추종, 외란제거, 센서 잡음 저감도를 만족하도록 제어기를 설계하였다.

분산된 LQ-PI제어기 설계방법은 LQR입력을 PI제어기

로 나타내기 위해 플랜트를 2차 시스템으로 제한하여 PI제어요소를 포함한 폐루프 상태방정식과 LQR의 폐루프 상태방정식의 관계를 유도하고 루프형성절차를 통해 가격함수의 가중치 요소 Q와 R을 선정함으로써 성능 및 안정도-강인성이 보장되도록 하는 방법이다.

2. 상태방정식으로 표현

본 연구에서는 다변수 시스템에서 가장 흔히 접할 수 있는 TITO시스템에 대해서 고려하고자 한다. 이러한 TITO시스템에 주파수 영역에서의 일반적인 블록선도는 아래와 같다.

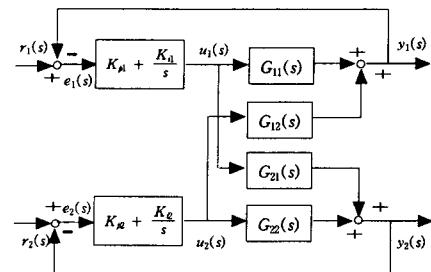


그림 1. TITO시스템

그림 1에서 $y(s) \in \mathbb{R}^2$ 는 출력변수, $u(s) \in \mathbb{R}^2$ 는 제어변수, $r(s) \in \mathbb{R}^2$ 는 명령입력, $e(s) \in \mathbb{R}^2$ 는 오차변수이다. 그림 1에서 TITO 시스템의 전달함수행렬(Transfer Function Matrix) $G(s)$ 는 다음과 같다.

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (1)$$

위 그림에서 보듯이 각각의 PI제어기와 오차신호에 의해 제어입력신호가 결정되며 이는 식(2)와 같이 시스템식(1)을 제외한 대각행렬 제어기 형태로 표현된다.

$$u(s) = \begin{bmatrix} u_1(s) \\ u_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{\mu} + \frac{k_1}{s} & 0 \\ 0 & k_{\mu} + \frac{k_2}{s} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e_1(s) \\ e_2(s) \end{bmatrix} \quad (2)$$

식(2)는 또한 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$u(s) = \begin{bmatrix} k_{\mu} & 0 \\ 0 & k_{\mu} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e_1(s) \\ e_2(s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{e_1(s)}{s} \\ \frac{e_2(s)}{s} \end{bmatrix} \quad (3)$$

여기서,

$$K_p = \begin{bmatrix} k_{11} & 0 \\ 0 & k_{22} \end{bmatrix}, \quad K_i = \begin{bmatrix} k_{11} & 0 \\ 0 & k_{22} \end{bmatrix} \quad (4)$$

이다. $K_p \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ 는 비례이득행렬이고 $K_i \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ 는 적분이득행렬이다.

이제, 그림 1의 주파수역인 TITO시스템을 시간역인 상태방정식으로 전환하기 위해 다음을 고려하여 보자.

일반적인 선형 시불변 다변수 시스템 상태방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (5)$$

$$y = Cx \quad (6)$$

여기서, $A \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$, $B \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$, $C \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ 이고, y 는 출력벡터, u 는 제어입력벡터이다. 식(5)와 식(6)의 행렬은 TITO 시스템에서 2차 시스템을 고려하기 위해 다음과 같이 2×2 행렬의 각 요소별로 나타낸다.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} \quad (7)$$

제어의 목적은 출력이 정상상태($t \rightarrow \infty$)에 도달하여 오차 e 가 어떤 조건하에서도 0으로 수렴하도록 하여 명령 입력과 함께 하는 제어시스템이기를 원한다. 정상상태에서 출력벡터와 오차벡터를 나타내면,

$$y(\infty) = r \quad (8)$$

$$e(\infty) = 0 \quad (9)$$

이다. TITO시스템의 적분오차벡터를 참가시켜 새로운 변수벡터를 도입하면 오차벡터 e 는 다음과 같다.

$$\dot{z} = e \text{ 또는 } z = \int e \cdot dt \quad (10)$$

이제, 본래의 상태에서 정상상태를 뺀 새로운 변수벡터로 나타내어보면,

$$\hat{x} = x - x(\infty), \quad \hat{u} = u - u(\infty), \quad \hat{y} = y - y(\infty) \quad (11)$$

$$\hat{z} = z - z(\infty) \quad (12)$$

$$e = r - y \quad (13)$$

이다. 식(11)에 의해 식(13)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{y} = y - y(\infty) = y - r = -e \quad (14)$$

$$e = -\hat{y} = -C\hat{x} \quad (15)$$

선형 시불변 다변수 시스템의 상태방정식에 즉, 식(5), (6)에 적분오차벡터를 참가하고 식(11), (12), (13), (14), (15)를 이용하여 참가된 상태방정식을 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \hat{u} \quad (16)$$

$$\hat{y} = [C \quad 0] \cdot \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{z} \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\hat{u} = -K_p \cdot C\hat{x} + K_i \cdot \hat{z} \quad (18)$$

여기서,

$$A_o = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix}, \quad B_o = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C_o = [C \quad 0] \quad (19)$$

이다.

PI제어요소가 포함된 폐루프 상태방정식을 나타내기 위해서 식(16)의 \hat{u} 에 식(18)을 대입하여 폐루프 상태방정식을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK_p, C - BK_i \\ -C & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{z} \end{bmatrix} \quad (20)$$

식(20)에서 보는 바와 같이 PI제어요소가 포함된 TITO 시스템의 폐루프 상태방정식이 유도됨을 알 수 있다.

3. LQ-PI제어기 해석

LQR로 해석하기 위해서 식(10)의 적분오차벡터를 첨가한 2차 가격함수를 고려하자.

$$J = \int_0^\infty \left\{ [\hat{x}^T \hat{z}^T]^T Q \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{z} \end{bmatrix} + \hat{u}^T R \hat{u} \right\} dt \quad (21)$$

식(21)에서 상태가중행렬 Q 는 양의 반한정(Positive semi-definite)대칭행렬이고, 제어가중행렬 R 은 양의 한정(Positive-definite)대칭행렬이다. $R = \rho \cdot I$ 로 선정하고, 상태가중행렬 $Q = N^T N$ 으로 놓는다. 그러면, 최적제어법칙은 다음과 같다.

$$\hat{u} = -(G_1 \cdot \hat{x} + G_2 \cdot \hat{z}) = -[G_1 \quad G_2] \cdot \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{z} \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$G = [G_1 \quad G_2] = R^{-1} B_o^T K \quad (23)$$

여기서, G 는 LQR의 제어이득행렬이고, K 는 양의 반한정 대칭행렬이고 다음 Riccati방정식의 해이다.

$$KA_o + A_o^T K + Q - KB_o R^{-1} B_o^T K = 0 \quad (24)$$

$$K = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ k_{13} & k_{23} & k_{33} & k_{34} \\ k_{14} & k_{24} & k_{34} & k_{44} \end{bmatrix} \quad (25)$$

LQR의 제어이득행렬이 포함된 폐루프 상태방정식을 나타내기 위해서 식(16)의 \hat{u} 에 식(23)을 대입하여 LQR의 폐루프 상태방정식을 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BG_1 & -BG_2 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{z} \end{bmatrix} \quad (26)$$

TITO제어시스템을 LQR로 해석하기 위해서는 식(20)과 식(26)의 폐루프 상태방정식이 같아야 한다.

$$\begin{bmatrix} A - BK_p, C - BK_i \\ -C & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BG_1 & -BG_2 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \quad (27)$$

따라서, 식(27)과 같은 각각의 폐루프 상태방정식이 의해 LQR제어이득과 분산된 PI계수와 관계를 맺어 안정도-강인성을 보장하는 PI계수행렬을 얻을 수 있다.

식(27)에서 각각의 폐루프 상태방정식에서 다음과 같은 분할행렬(Partitioned matrix)이 같아야 한다.

$$A - BK_p C = A - BG_1 \quad (28)$$

$$BK_i = -BG_2 \quad (29)$$

식(28)을 요소별로 나타내어 비례이득인 K_1 , 행렬의 요소 k_{11}, k_{12} 와 LQR제어이득 G_1 행렬의 요소 $g_{11}, g_{12}, g_{21}, g_{22}$ 와의 관계식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} b_{11}c_{11} & b_{12}c_{21} \\ b_{11}c_{12} & b_{12}c_{22} \\ b_{21}c_{11} & b_{22}c_{21} \\ b_{21}c_{12} & b_{22}c_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} k_{11} \\ k_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11}g_{11} + b_{12}g_{21} \\ b_{11}g_{12} + b_{12}g_{22} \\ b_{21}g_{11} + b_{22}g_{21} \\ b_{21}g_{12} + b_{22}g_{22} \end{bmatrix} \quad (30)$$

식(30)에 의하여 비례이득요소들인 k_{11}, k_{12} 의 해를 구할 수 있다. 식(29)을 요소별로 나타내어 적분이득인 K_2 행렬의 요소 k_{11}, k_{12} 와 LQR제어이득 G_2 행렬의 요소 $g_{13}, g_{14}, g_{23}, g_{24}$ 와의 관계식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} b_{11} & 0 \\ 0 & b_{12} \\ b_{21} & 0 \\ 0 & b_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} k_{11} \\ k_{12} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} b_{11}g_{13} + b_{12}g_{23} \\ b_{11}g_{14} + b_{12}g_{24} \\ b_{21}g_{13} + b_{22}g_{23} \\ b_{21}g_{14} + b_{22}g_{24} \end{bmatrix} \quad (31)$$

식(31)에 의하여 적분이득요소들인 k_{11}, k_{12} 의 해를 구할 수 있다.

4. 가중치 요소 Q와 R의 선정

가중치 요소 Q와 R은 성능 및 안정도-강인성 개선을 위해 플랜트 출력측에서 절단한 루프전달함수의 특이값 일치기법 Suh^[8]에 기초하여 설정한다.

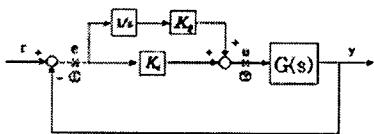


그림 2. PI제어기

그림 2의 $G(s)$ 는 식(1)에서 나타내었고 K_p, K_i 는 식(4)에서 나타낸 것임으로 그림 1을 간략하게 나타낸 것임을 알 수 있다. 그림 2에서 루프형성기법으로 성능 문제를 고려하기 위해서는 플랜트 입력인 ②에서가 아닌 출력인 ①에서 절단한 루프전달함수 $T(s)$ 를 사용해야 한다.^{[8],[9]} 식(28)과 식(29)에 의해 $K_p = G_1 C^{-1}$ 이고 $K_i = -G_2$ 의 관계가 나오므로 식(32)는 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} T(s) &= C(sI - A)^{-1}B \cdot (K_p + \frac{K_i}{s}) \\ &= C(sI - A)^{-1}B \cdot (G_1 C^{-1} - \frac{G_2}{s}) \end{aligned} \quad (32)$$

저주파수와 고주파수에서 $T(s)$ 의 극한값을 구하기 위해 Kwakernaak Sivan^[13]의 LQR의 제어이득행렬 G 의 극한거동인 다음과 같은 관계식을 이용한다.

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} \sqrt{\rho} G = WN \quad (33)$$

여기서 W 는 일원행렬(unitary Matrix)로 $W^T W = I$ 이다. LQR의 제어이득행렬 G 와 설계 파라미터 N 은 $G = [G_1 \ G_2]$ 와 $N = [N_1 \ N_2]$ 으로 분해하고, 각각의 N_1, N_2 에 대해 W 가 단위행렬이 되도록 하는 새로운 설계 파라미터 \bar{N}_1, \bar{N}_2 이라고 할 때 다음과 같은 극한거동식이 얻어질 수 있다.

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} \sqrt{\rho} [G_1 \ G_2] = [\bar{N}_1 \ \bar{N}_2] \quad (34)$$

그러면 관계식 (34)을 이용하여 식(32)의 $T(s)$ 의 극한값

을 저주파수와 고주파수 부분에서 구해보자.

저주파수 부분에서는 $s \rightarrow 0$ 이므로 $T(s)$ 는 식(35)과 같이 근사화되고 식 (34)에 의해 식(36)와 같이 변형된다.

$$T(s) \approx -C(-A)^{-1}B \frac{I}{s} G_2 \quad (35)$$

$$T(s) \approx -\frac{I}{s\sqrt{\rho}} C(-A)^{-1}B \bar{N}_2 \quad (36)$$

$T(s)$ 의 극한값을 구하기 위해 $-C(-A)^{-1}B \bar{N}_2 = I$ 을 만족하는 설계 파라미터 \bar{N}_2 은 식(37)과 같이 결정된다.

$$\bar{N}_2 = -(C(-A)^{-1}B)^{-1} \quad (37)$$

고주파수 부분에서는 $s \rightarrow \infty$ 이므로 $T(s)$ 는 식(38)과 같이 근사화되고 식(39)과 같이 된다.

$$T(s) \approx \frac{I}{s} CBG_1 C^{-1} \quad (38)$$

$$T(s) \approx \frac{I}{s\sqrt{\rho}} CB \bar{N}_1 C^{-1} \quad (39)$$

$CB \bar{N}_1 C^{-1} = I$ 을 만족하는 설계 파라미터 \bar{N}_1 은 식(40)과 같다.

$$\bar{N}_1 = (CB)^{-1}C \quad (40)$$

식(37)과 식(40)에 의해 \bar{N}_1, \bar{N}_2 가 결정되면 상태가중행렬 Q 는 $N^T N$ 으로 결정되고, 제어가중행렬 $R = \rho I$ 에서 ρ 는 명령추종 및 외란 장벽과 센서 잡음 장벽을 고려하여 결정된다.

5. 시뮬레이션

다음과 같이 선형화된 TITO시스템의 GE-21제트엔진에 대하여 분산된 PI제어기를 설계하고자 한다. 제트엔진의 선형화된 상태방정식과 주파수역 설계사양은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned}$$

여기서,

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} -3.5527 \times 10^{-15} & -7.1402 \\ 1 & -5.335 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 590.43 \\ 0 & 244.57 \end{bmatrix}, \\ C &= \begin{bmatrix} 0.0655 & -0.1402 \\ 0.0755 & -0.17855 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

주파수역 설계사양에서 저주파수 부분의 명령추종장벽과 외란장벽은 $\Omega_r = 10$ 으로 하고 고주파수 부분의 센서 잡음장벽은 $\Omega_s = 10^6$ 으로 놓는다.

위 상태방정식을 전달함수 행렬로 나타내면 다음과 같다.

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B = \begin{bmatrix} \frac{0.0655s + 0.2092}{s^2 + 5.335s + 7.14} & \frac{4.384s + 9.161}{s^2 + 5.335s + 7.14} \\ \frac{0.0755s + 0.2242}{s^2 + 5.335s + 7.14} & \frac{0.3026s + 0.5561}{s^2 + 5.335s + 7.14} \end{bmatrix}$$

본 논문에서 제시한 방법을 이용하여 제어가중행렬 $R = \rho I$ 에서 $\rho = 10^{-6}$ 로 선택하고 상태가중행렬 $Q = N^T N$ 은 \bar{N}_1 과 \bar{N}_2 는 식(37)과 식(40)에 의해서 결정된다. 따라서 설계 파라미터 N 과 LQR의 제어이득행렬 G 는 다음과 같이 얻어진다.

$$N = \begin{bmatrix} 1.000 & -2.4142 & 2.0462 & -33.7508 \\ 0.0000 & 0.0041 & -0.8261 & 0.7708 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 0.1000 & -0.2414 & -0.2046 & -3.3751 \\ -0.0000 & 0.0004 & -0.0826 & 0.0771 \end{bmatrix} \times 10^4$$

위의 LQR 제어이득행렬 G 의 각각의 요소를 식(30)와 식(31)에 대입하여 K_p , 비례이득요소와 K_i 적분이득요소가 얻어진다.

$$K_p = \begin{bmatrix} 1.8232 & 0 \\ 0 & -0.0021 \end{bmatrix} \times 10^4, K_i = \begin{bmatrix} 4.8570 & 0 \\ 0 & -0.0072 \end{bmatrix} \times 10^5$$

$T(s)$ 의 루프형성이 주파수역 성능-강인성을 보장함을 그림 3에서 볼 수 있다. 즉, $T(s)$ 곡선이 저주파에서 명령 추종장벽, 외란장벽과 고주파에서 잡음장벽을 침범하지 않는다. 그리고 그림 4에서는 주파수역 설계사양에 따라 설계된 분산된 PI제어기의 시간응답곡선을 나타냈다.

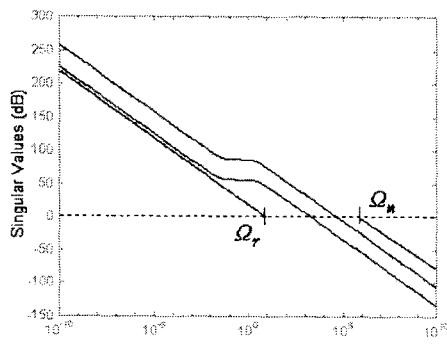


그림 3. 루프전달함수 $T(s)$

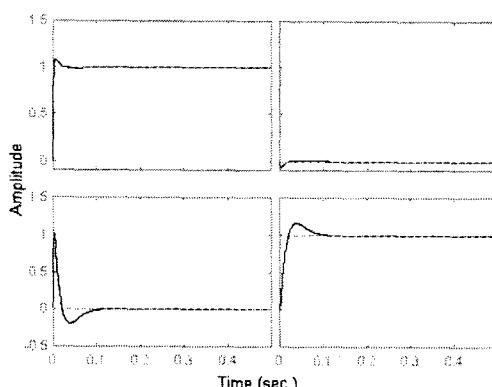


그림 4. 분산된 PI제어기의 계단응답

6. 결 론

TITO시스템의 분산된 PI제어기 설계방법을 시간영역으로 접근하여 PI제어기의 최적 강인 설계를 LQR설계 문제로 전환하였고, 이를 각각의 폐루프 상태방정식과 관계를 맺어 루프형성절차를 통해 주파수역 설계사양에 만족하도록 가격함수의 가중치 요소 Q 와 R 을 선정함으로써 성능 및 안정도-강인성이 보장되는 분산된 최적 PI제어기 설계방법을 제안하였다. 앞으로의 연구는 n -입력, n -출력 시스템과 지연시간을 갖는 다변수 시스템에 적용될 수 있도록 제안하는데 있다. 본 연구는 TITO시스템의 2차 시스템으로 제한하였지만, 2차 모델은 각종 산업용 자동화 시스템 그리고 항공기, 화학공정

등의 다양한 분야에 적용되어질 수 있다.

(참 고 문 헌)

- [1] M. Zhuang and D. Atherton, "PID controller design for a TITO system," *IEE Proc. Cont. Theory Appl.*, Vol. 141, No. 2, pp. 111-120, 1994.
- [2] C. Vlachos, D. Williams, and J. B. Gomm, "Genetic approach to decentralised PI controller tuning for multivariable processes," *IEE Proc. Cont. Theory Appl.*, Vol. 146, No. 1, pp. 58-64, 1999.
- [3] S. Skogestad and M. Morari, "Robust performance of decentralized control systems by independent designs," *Automatica*, Vol. 25, No. 1, pp. 119-125, 1989.
- [4] M. Chiu and Y. Arkun, "A methodology for sequential design of robust decentralized control systems," *Automatica*, Vol. 28, No. 5, pp. 997-1001, 1992.
- [5] H. Ito, H. Ohmori and A. Sano, "Robust performance of decentralized control systems by expanding sequential designs," *Int. J. Control.*, Vol. 61, No. 6, pp. 1297-1311, 1995.
- [6] M. Hovd and S. Skogestad, "Sequential design of decentralized controllers," *Automatica*, Vol. 30, pp. 1601-1607, 1994.
- [7] E. Gagnon, A. Pomerleau, and A. Desbiens, "Mu-Synthesis of robust decentralised PI controllers," *IEE Proc. Cont. Theory Appl.*, Vol. 146, No. 4, pp. 289-294, 1999.
- [8] 이동영, 윤성오, 임동균, 서병설, "LQ-Servo를 이용한 강인한 PI제어기 설계," *Proceedings of the 11th KACC*, pp. 577-580, 1996.
- [9] M. Athans, "Lecture Note on Multivariable Control System," M.I.T. Ref. No.860224/6234, 1986.
- [10] C. Lin and A. Gundes, "Multi-input Multi-output PI Controller Design," *Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision & Control*, pp. 3702-3707, 2000.
- [11] M. Morari and E. Zafriou, *Robust Process Control*, Prentice-Hall, 1989.
- [12] T. Kiong, W. Guo and H. Chieh, *Advances in PID Control*, Springer, 1999.
- [13] H. Kwakernaak and R. Sivan, "The Maximally Achievable Accuracy of Linear Optimal Regulators and Linear Optimal filters," *IEEE Trans. on Automat. Contr.*, Vol. AC-17, pp. 79-86, 1972, 4, pp. 689-702, 1987.
- [14] J.M. Maciejowski, *Multivariable Feedback Design*, Addison-Wesley, 1989.
- [15] G. Strang, *Linear Algebra and Its Applications*, 3rd ed., Harcourt Brace Jovanovich, Inc., 1988.
- [16] 서병설, "다면수 제어 시스템의 동조에 대한 연구", 대한 의용 생체 공학 논문집, 제 8권 2호, pp. 245-254, 1987.