

유한 요소법과 진화 알고리즘을 이용한 압전 변압기의 형상 최적화

서정무, 주현우, 정현교
서울대학교

Optimal Shape Design for High Efficiency and Voltage Gain of Piezoelectric Transformer

Jung-Moo Seo, Hyun-Woo Joo, Hyun-Kyo Jung
Seoul National Univ.

Abstract - 본 논문에서는 압전 트랜스듀서의 임피던스 해석을 유한 요소법을 통해 실험적으로 검증하였고, 이러한 유한 요소법을 이용하여 압전 변압기의 동작 주파수 및 동가회로 정수를 도출하였다. 또한, 동가 회로법을 이용하여 부하 변동에 따른 압전 변압기의 공진 주파수와 효율 변화를 분석하고 이를 실험적으로 검증하였다. 한편, 유한 요소법과 자동 요소 분할 프로그램 (Auto-Mesh Generator), 최적화 알고리즘을 이용하여 일정 부하에서 최대 효율과 승압비를 갖는 압전 변압기의 형상 최적화를 수행하였는데, 최적화 기법으로는 sinc 함수의 수렴 결과를 통해 타당성이 입증된 진화 알고리즘(Evolution Strategy)을 적용하였다.

T : 응력 벡터
 S : 변형 벡터
 E : 전기 벡터
 D : 유전 변위 벡터
 C^E : 기계 계수 행렬식(E = 상수)
 ϵ^S : 유전상수(S =상수)
 e : 압전상수

해밀턴의 변분법을 압전체에 적용하면 아래와 같은 유한 요소법을 이용하여 압전체를 해석하기 위한 선형 차분 방정식을 얻을 수 있다[1].

$$\begin{aligned} -\omega^2 M + j\omega D_{uu} + K_{uu}u + K_{u\phi}\phi \\ = F_B + F_S + F_P \\ K^t_{u\phi}u + K_{\phi\phi}\phi = Q_S + Q_P \end{aligned} \quad (2)$$

K_{uu} : 기계 계수 행렬식
 D_{uu} : 기계 감쇄 행렬식
 $K_{u\phi}$: 압전 결합 행렬식
 $K_{\phi\phi}$: 유전 계수 행렬식
 M : 질량 행렬식
 F_B : 기계적인 체적 힘
 F_S : 기계적인 면적 힘
 F_P : 기계적인 point 힘
 Q_S : 면전하
 Q_P : 점전하
 u : 기계적인 변위
 ϕ : 전위

3. 유한 요소 해석

3.1 압전체의 임피던스 해석

압전체의 전기적인 임피던스는 임피던스 analyzer를 통해 실험적으로 쉽게 검증될 수 있는 물리량이며 또한 압전체의 임피던스 해석을 통해 압전체의 공진 특성 즉 공진 주파수와 반공진 주파수를 알 수 있다. 유한 요소법을 통한 임피던스 해석은 (3)과 같이 전극에서의 외부 전하량과 전위와의 비를 이용하여 계산된다[1].

$$Z(\omega) = \frac{\phi(\omega)}{j\omega Q} \quad (3)$$

그림 2는 유한 요소법을 통해 구한 압전체의 전기적인 임피던스 파형과 실험에 의한 임피던스 파형의 비교를 나타낸다. 또한 임피던스 파형 해석을 통해 그림 2의 시험 모델에 대한 공진 주파수와 반공진 주파수를 구할 수 있다. 유한 요소법을 이용한 해석 결과와 참고 문헌 [1]에서 인용된 실험 결과와 유사한 경향을 나타내므로 그림 2의 임피던스 파형은 본 논문에서의 유한 요소법 파형의 타당함을 보여준다.

1. 서 론

1957년 Rosen에 의해 제안된 압전 변압기는 압전체의 적은 손실, 높은 전기-기계 결합 계수, 소형화의 이점을 이용한 장치이다. 소형화, 경량화 및 높은 주파수 대역에서 동작이 가능한 장점을 갖는 압전 변압기는 고주파 영역에서의 동작이 요구되는 전원 공급 장치 및 노트북의 패널 등과 같은 분야에의 적용을 위해 연구되어지고 있다. 압전 변압기가 Rosen에 의해 제안된 이래 이를 효과적으로 해석하기 위한 방법으로 전기 동가 회로에 의한 방법이 주를 이루고 있었으나, 최근에는 압전 변압기의 형상 및 전극의 구조가 복잡해지고 수치 해석법에 의한 최적 설계가 요구됨에 따라 유한 요소법을 이용한 수치 해석법이 동가 회로법에 의한 해석에 비해 더 효율적인 방법으로 인식되고 있다.

그림 1은 각각 화살표 방향으로 분극된 구동부와 발전부로 구성되어 있는 압전 변압기의 구조를 나타낸다. 압전 변압기에서의 전기 에너지 변환은 압전체의 공진 특성에 의한 진동에 의해 이루어지며, 입력측에 전압이 인가되면 구동부와 발전부에 같은 전계가 형성되지만 전계 경로의 길이가 발전부에서 더 크기 때문에 출력측에 승압된 전압이 발생하게 된다.

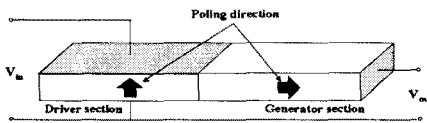


그림 1. 압전 변압기의 구조

2. 유한 요소 정식화

행렬식 (1)은 압전체에서 기계적인 물리량과 전기적인 물리량의 상관관계를 표현하는 식으로 압전체 유한 요소 정식화의 기본이 되는 식이다[1].

$$\begin{aligned} T = c^E S - e^t E \\ D = eS + \epsilon^t E \end{aligned} \quad (1)$$

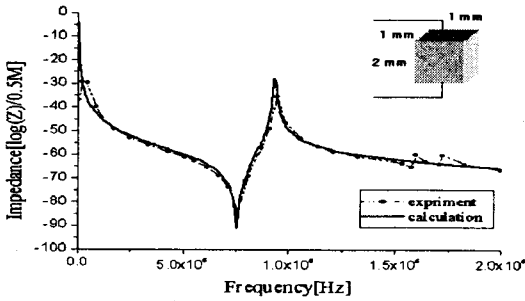


그림 2. 임피던스 파형의 비교

3.2 압전 변압기의 임피던스 해석

그림 3은 실험에 의해 그 타당성이 검증된 압전체의 유한 요소 해석을 이용하여 얻은 압전 변압기 구동부 및 발전부의 임피던스 파형을 나타낸다. 이 해석을 통해 압전 변압기의 공진 및 반공진 주파수를 얻어낸 후 등가회로 정수들을 계산하였다.

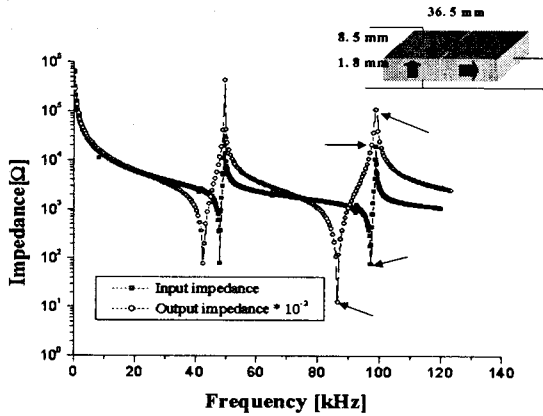


그림 3. 압전 변압기 구동부의 임피던스

4. 진화 알고리즘(Evolution Strategy)

본 논문에서는 일정부하에서 최대효율을 갖는 압전 변압기의 형상을 최적화하기 위하여 자동 요소분할 프로그램을 적용한 진화 알고리즘을 사용하였다. 진화 알고리즘은 재생산, 선택, 적용의 세가지 과정으로 이루어져 있으며, 절대 최적값을 찾아갈 수 있고 빠른 수렴특성을 나타낸다. 아래의 그림 4와 5는 각각 자동 요소분할 프로그램을 적용한 진화 알고리즘의 간단한 순서도와 요소분할의 예를 그림으로 나타낸 것이고, 표 1은 진화 알고리즘을 이용한 sinc 함수의 검증결과를 나타낸다.

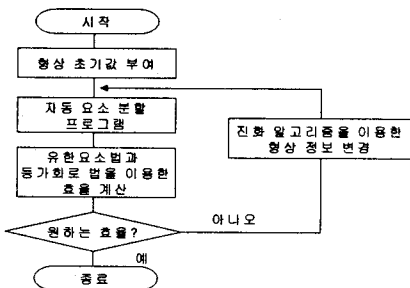


그림 4. 자동 요소분할 프로그램을 적용한 진화알고리즘의 순서도



그림 5. 자동 요소분할 프로그램에 의한 요소분할의 예 36.5 × 8.5 × 1.8 (mm) (초기 형상 모델)

표 1. 진화 알고리즘(ES)을 이용한 sinc 함수의 수렴 과정

계산횟수	변수	x_1	x_2	f
1		14.984200	19.773800	5.511550E-02
2		14.907580	19.779760	5.803867E-02
:	:	:	:	:
44		9.324476	10.425380	8.098955E-01
45		10.249070	10.170390	9.709324E-01
46		9.919673	10.043380	9.974514E-01
47		10.000880	9.946590	9.995089E-01

$$(f = \frac{\sin(|x_1-10| + |x_2-10|)}{|x_1-10| + |x_2-10|}, \text{ 함수 } f \text{의 목표값은 } 1 \text{로 설정})$$

5. 부하에 따른 공진 주파수 효율 및 승압비의 계산

5.1 부하의 변화에 따른 공진 주파수

그림 3과 같은 형상의 압전 변압기에 대해 구동부 및 발전부의 임피던스와 어드미턴스, 발전부를 단락시킨 상태에서의 어드미턴스를 각각 계산하여 무부하시의 등가회로 정수들을 계산하였다[2-4]. 그림 6은 계산된 정수들로 구성된 압전 변압기의 등가회로로서, C_{in} 과 C_o 는 각각 구동부와 발전부의 전극에 의한 캐패시턴스를 의미하고 R 은 압전 변압기의 기계적인 진동에 의한 손실을, $L-C$ 는 공진회로를 나타낸다. 이러한 정수들로부터 등가회로법을 이용하여 부하를 고려했을 경우의 공진 주파수를 계산한 결과를 그림 7에 나타내었다.

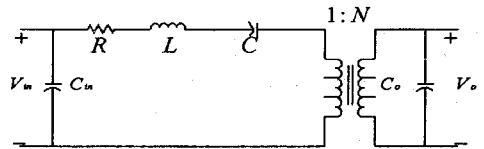


그림 6. 무부하시 압전 변압기의 등가회로

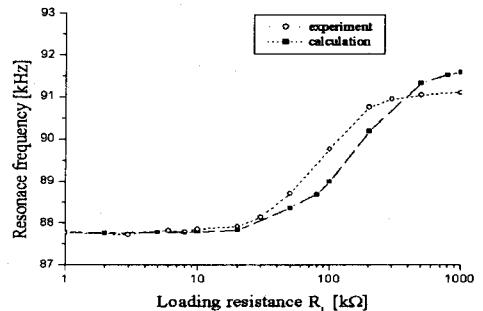
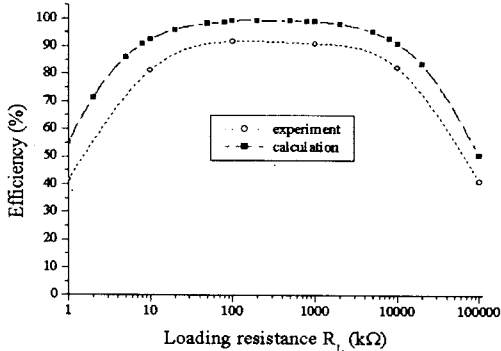


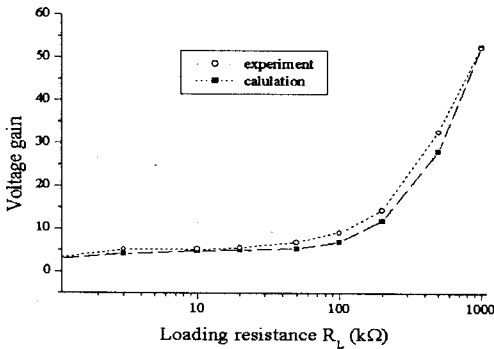
그림 7. 부하의 변화에 따른 공진 주파수의 변화

5.2 부하의 변화에 따른 효율과 승압비

그림 7에 의해 변화된 공진 주파수로부터 각 부하에 대한 새로운 등가회로 정수들을 계산한 후, 등가회로법을 이용하여 부하의 변화에 따른 압전변압기의 효율과 승압비를 계산하였다.



(a) 부하의 변화에 따른 효율의 변화



(b) 부하의 변화에 따른 승압비의 변화

그림 8. 부하의 변화에 따른 압전 변압기의 효율과 승압비의 변화

그림 8에 의하면 그림 3과 같은 압전 변압기의 형상에서는 약 298kΩ의 부하에서 99.4%의 최대 효율을 갖는다는 것을 알 수 있었다.

6. 최대효율을 위한 일정 부하에서의 형상 최적화

압전 변압기의 형상 최적화는 해석적인 수식이나 유한 요소법을 이용하여 수행되어질 수 있으나, 해석적인 방법은 복잡한 형상에 대해서는 적절하게 대응하지 못하는 단점이 있고 유한요소법은 형상의 변화에 따른 모델링 작업의 반복으로 상당한 시간을 필요로 하게 된다. 본 논문에서는 앞서 언급한 바와 같이 자동 요소분할 프로그램을 적용시킨 진화 알고리즘을 이용하여 일정 부하(10kΩ)에서 최대 효율과 승압비를 갖는 압전 변압기의 형상 최적화를 보다 간단하고 빠른 시간내에 수행할 수 있었으며, 그 결과의 일부를 표 2에 나타내었다.

표 2. 일정 부하에서 형상에 따른 압전 변압기의 효율과 승압비

(a) 형상의 초기값과 변화 범위			
	초기값	최소값	최대값
길이(mm)	36.5	32.5	40.5
너비(mm)	8.5	6.5	10.5
두께(mm)	1.8	1.4	2.2

(b) 일정 부하(10 kΩ)에서 형상에 따른 효율

길이(mm)	너비(mm)	두께(mm)	효율(%)
36.500000	8.500000	1.800000	91.624070
32.500180	6.840130	1.881082	92.420550
39.712270	10.346130	1.531770	90.877210
⋮	⋮	⋮	⋮
36.431150	10.050330	2.168971	93.686270
35.676910	9.918772	2.176888	94.069050
35.191990	10.408040	2.124367	94.283240

(c) 일정 부하(10 kΩ)에서 형상에 따른 승압비

길이(mm)	너비(mm)	두께(mm)	승압비
36.500000	8.500000	1.800000	4.682095
32.500180	6.840130	1.881082	3.927309
39.712270	10.346130	1.531770	4.836007
⋮	⋮	⋮	⋮
39.491180	10.463000	1.455038	5.745442
40.231940	9.655327	1.412908	6.070748
40.048680	10.256010	1.405246	6.158453

(d) 효율과 승압비를 동시에 고려한 형상최적화 (승압비에 70%의 가중치 부여)

길이(mm)	너비(mm)	두께(mm)	효율(%)	승압비
36.500000	8.500000	1.800000	91.624070	4.682095
32.500180	6.840130	1.881082	92.420550	3.927309
39.712270	10.346130	1.531770	90.877210	4.836007
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
40.103190	9.515070	1.420910	88.622870	6.101415
40.367340	9.427729	1.413006	88.830540	6.10590
40.048680	10.256010	1.405246	89.461970	6.158453

표 2의 (d)는 승압비에 70%의 가중치를 부여한 상태에서의 효율과 승압비를 동시에 고려한 압전변압기의 형상 최적 결과를 나타내는 것으로서, (c)의 승압비 최적화 결과와 크게 차이가 없음을 알 수 있다.

7. 결 론

본 논문에서는, 압전 트랜스듀서의 임피던스 해석을 위한 요소법을 통해 실험적으로 검증하였고, 이러한 유한 요소법을 압전 변압기에 적용하여 변압기의 동작 주파수 및 등가회로 정수를 계산하였다. 이를 토대로 얻어진 데이터 값을 등가 회로법을 이용하여 해석한 후, 임의의 부하에 대한 압전 변압기의 동작 주파수와 효율의 변화 특성을 해석하고 이를 실험적으로 검증하였다. 유한 요소법, 자동 요소분할 프로그램(Auto-Mesh Generator) 및 진화 알고리즘(Evolution Strategy)을 이용하여 일정 부하에 대한 최대 효율을 갖는 압전 변압기의 형상 최적화를 수행하였다.

[참 고 문 헌]

- [1] Reinhard Lerch, "Simulation of Piezoelectric Devices by Two- and Three-Dimensional Finite Elements," IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, vol. 37, pp. 233-247, May 1990
- [2] Chin-Yi Lin, "Design and Analysis of Piezoelectric Transformer Converter", VPEC Ph.D Dissertation, 1997
- [3] Hyun-Woo Joo, Hyun-Kyo Jung, "Analysis of Piezoelectric Transformer by using Finite Element Method and Equivalent Circuit considering Load variation", IEEE Ultrasonics Symposium, pp. 459-462, 2001
- [4] Takao Tsuchiya, Yukio Kagawa, "Finite Element Simulation of Piezoelectric Transformer", IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, vol. 48, July 2001