

반응표면기법을 이용한 5상 10/8 스위치드 리럭턴스 모터의 형상최적설계

김용대\*, 이대욱\*\*, 박기환\*  
\*광주과학기술원, \*\*국방과학연구소

Shape Optimization of a 10/8 Switched Reluctance Motor Using Response Surface Methodology

Yongdae Kim\*, Daek Lee\*\*, Kyihwan Park\*

\*Kwang-Ju Institute of Science and Technology, \*\*Agency for Defense Development

**Abstract** - 본 연구에서는 반응표면기법을 이용하여 5상, 10/8 스위치드 리럭턴스 모터의 최적설계를 수행하였다. 반응표면 기법은 여러 개의 독립적인 설계변수가 출력 함수에 복합적인 작용을 하고 있을 때, 설계변수의 변화에 대한 출력함수의 변화를 추정하는 통계적인 분석방법이다. 여기서는, 모터 형상을 결정하는 모든 기하학적인 치수들을 변수로 선택하였고, D-Optimal 기법을 이용하여 실험점들을 선택하였다. 각각의 실험점들에 대해서 FEM 해석을 수행하였고, 평균토크와 권선면적을 만족하는 최소부피의 모터를 설계하였다. 반응표면 모델을 이용하여 최적설계를 수행하였고, 각도와 전류에 따른 토크 프로파일과 인덕턴스 프로파일을 얻었다. 이를 바탕으로 동적 거동을 예상해 보았다.

반응표면기법을 이용한 최적설계에서는 global optimum을 보장할 수 있으며, 최적설계에 소요되는 시간을 줄일 수 있다.

본 논문은 SRM의 형상 최적화를 위해 반응표면기법을 도입한다. 여기서는, 형상을 결정하기 위해 필요한 모든 설계변수들을 최적화하고 비선형성을 고려하기 위해 2차 반응표면 모델링을 수행한다.

2. 본 론

2.1 초기설계

그림 1은 5상, 10/8 SRM의 설계변수와 최적화과정의 흐름도를 보여준다. 왼쪽 그림에서, Dsh, Drm, Dsi, Dsm, Dso,  $\beta_r, \beta_s$ , 그리고 g는 각각 모터의 축지름, 회전자 요크 지름, 고정자 안쪽 지름, 고정자 요크 지름, 고정자 바깥지름, 회전자의 극각, 고정자의 극각 그리고 공극을 나타낸다. 모터의 형상을 결정하기 위해서는 총 8개의 설계변수가 필요함을 알 수 있다.

1. 서 론

스위치드 리럭턴스 모터(Switched Reluctance Motor, SRM)는 구조가 간단하여 견고하고 모터 및 컨버터의 제작비용이 저렴하며 단위부피당 발생토크가 큰 장점으로 인해, 최근 들어 많은 연구들이 진행되고 있다. 몇몇 선형 연구자들이 SRM의 설계과정에서, 계산 시간을 줄이기 위해, 해석적 모델 또는 실험식을 얻기 위한 연구를 진행하였지만, SRM이 주로 비선형 영역에서 동작하는 것을 감안하면 그 정확도를 신뢰하기 어렵다. 이러한 단점을 보완하기 위해 유한요소 해석법을 이용한 비선형 해석이 널리 사용되고 있다.

초기설계 과정에서는 요구성능을 만족하는 대강의 크기와 구속조건들을 얻게된다. Krishnan[2]과 Chang[3] 등은 요구성능과 구속조건을 만족하는 대강의 설계 범위를 제안하였으며, 본 연구에서는 이들이 제시한 경험식을 바탕으로 설계파라미터의 초기값을 설정하였다. 또 다른 연구자들은 파라메트릭 연구를 통해, 각각의 파라미터 변화가 모터 출력에 미치는 영향을 관찰하고 이들 중 출력특성에 큰 영향을 미치는 일부 파라미터만을 최적화시키는 연구를 진행하기도 하였다. 그러나, 파라메트릭 연구는 엄밀한 의미에서의 최적설계라고 할 수는 없으며, 모터의 형상을 결정하는 모든 파라미터에 대한 최적설계를 수행하여야 한다.

반응표면기법(RSM)은 입력의 변화에 대한 출력의 변화를 관찰하여 알지 못하는 시스템을 추정하는 통계학적 분석방법이다. 이 기법은 주로 화학공정에서, 블랙박스 로 표현된 플랜트 시스템을 입력과 출력에 의해 추정하는 방법으로 도입되었다. 그러나, 이러한 통계학적 추정 방법은 최근에 자동차의 진동을 포함한 기계시스템의 거동을 추정하는 방법으로 그 활용도를 넓혀가고 있으며, 설계 변수가 많거나 입력과 응답의 관계가 복잡한 시스템의 설계과정에서도 유용할 것으로 생각된다.

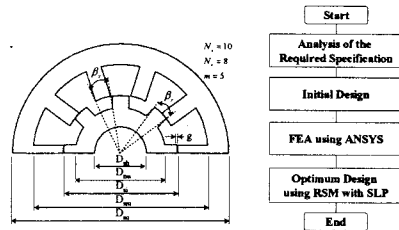


그림 1. 10/8 SRM의 설계변수와 최적화과정의 흐름도

Krishnan등은 모터제작의 경험을 바탕으로 요구성능을 만족하는 대강의 설계 변수의 범위를 제안하였는데, 이를 바탕으로 그림 2와 같은 초기설계를 도출하였고 FEM 해석을 통해 오른쪽 그림과 같은 토크 프로파일을 얻었다. 고정자 바깥지름은 500mm이고, 적층길이는

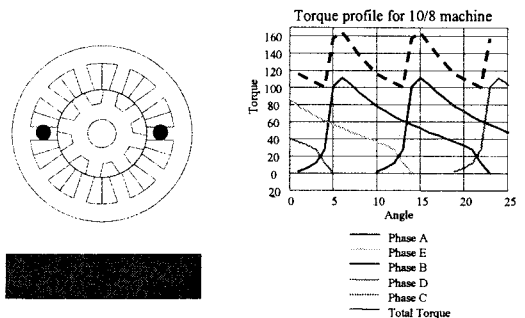


그림 2. 초기설계와 토크프로파일

300mm로 두었다. 그림 2의 오른쪽 그림에서 토크프로 파일을 5상의 출력에 대해 각각 표현하였으며, 굵은 점선으로 전체출력토크를 표현하였다.

## 2.2 반응표면 기법을 이용한 최적설계

반응표면 기법은 여러 개의 독립적인 설계변수가 출력 함수에 복합적인 작용을 하고 있을 때, 설계변수의 변화에 대한 출력함수의 변화를 추정하는 통계적인 분석방법이다. 즉, 연속적으로 거동하는 실제 시스템에 대해서, 샘플된 데이터를 이용하여 모델을 만들고 이를 검증하는 방법이다. 일반적으로, 비선형성을 고려하기 위해 2차 반응표면기법을 적용하며, 여기서는 D-optimal 알고리즘을 이용하여 실험계획을 수립하고 제작비를 감안하여 각각의 실험점들에 대한 FEM 해석을 수행함으로써 실험을 대신하였다.

### 2.2.1 설계변수와 실험계획

표 2는 실험계획과 FEM 해석결과를 나타낸다. SRM의 형상을 결정하는 8개의 변수 중, 구조상의 제약으로 인해 모터의 축지름과 공극은 각각 80mm와 0.4mm로 고정하였고 나머지 6개의 설계변수만을 최적화한다. 6개의 변수에 대한 2차의 반응표면 모델을 얻기 위해서는 최소한 28개의 실험점이 필요하며, 보다 정확한 모델을 찾기 위해 64개의 실험점을 선택하였다. 표 2에서 x1, x2, x3, x4, x5, 그리고 x6은 각각 고정자 바깥지름, 고정자 요크지름, 고정자 안쪽지름, 회전자 요크지름, 회전자 극각, 그리고 고정자 극각이다. y1과 y2는 유효요소해석을 통해 얻은 결과이며 각각 평균토크와 권선전력을 나타낸다. 표 2에서는 설계범위의 최소값을 -1, 최대값을 1로 표현하였으며, 실제의 설계범위는 표 3에 나타내었다.

표 2에서 얻은 결과를 바탕으로, 시스템의 응답특성은 식 (1)과 같이 하나의 수식으로 표현된다.

$$\eta = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_j + \sum_{j=1}^k \beta_{jj} x_j^2 + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j + \epsilon_i \quad (1)$$

위의 식을 (2)와 같은 행렬식으로 표현하면 컴퓨터를 이용하여 해를 얻을 수 있다.

$$y = X\beta + \epsilon \quad (2)$$

여기서, y는 FEM 해석을 통해 얻은 해석결과이고, X는 설계변수들의 조합이다. β는 표 2를 바탕으로 구해야 하는 계수벡터이고, ε은 오차를 나타낸다. 결국, 반응표면 모델을 얻는 작업은 계수벡터, β를 얻는 것으로 귀결된다.

표 2 실험계획과 FEM 해석결과

	x1	x2	x3	x4	x5	x6	y1	y2
1	-1	0	1	0	-1	1	58.0	471
2	-1	1	-1	-1	0	0	8.3	1034
3	-1	1	0	1	-1	1	8.5	977
...	...	...	...	...	...	...	...	...
63	-1	-1	1	-1	-1	0	61.6	219
64	0	0	-1	-1	1	0	62.5	642

표 3 ormalized된 설계값과 실제 설계범위

	normalized lower limit	real design lower limit	normalized upper limit	real design upper limit
x1	-1	244	1	260
x2	-1	200	1	240
x3	-1	140	1	180
x4	-1	96	1	116
x5	-1	10	1	20
x6	-1	12	1	24

### 2.2.2 최소제곱법을 이용한 근사화

식 (2)에서 오차는 0에 가까울수록 반응표면은 실제 시스템을 잘 반영한다고 할 수 있다. 따라서, 다음과 같이 에러의 제곱합 L을 최소화하는 계수벡터, β를 구하면 된다.

$$\begin{aligned} L &= \sum_{i=1}^n \epsilon_i^2 = \epsilon^T \epsilon = (y - X\beta)^T (y - X\beta) \\ &= y^T y - \beta^T X^T y - y^T X\beta + \beta^T X^T X\beta \\ &= y^T y - 2\beta^T X^T y + \beta^T X^T X\beta \end{aligned} \quad (3)$$

여기서, L을 최소화하기 위해 다음 식을 만족해야 한다.

$$\frac{\partial L}{\partial \beta} \Big|_{\beta} = -2X^T y + 2X^T X\beta = 0 \quad (4)$$

벡터 b를 구하는 것이 목적이므로 (X'X)의 역행렬을 양변에 곱하면,

$$b = (X^T X)^{-1} X^T y \quad (5)$$

따라서, 실험 또는 해석에서 측정된 값(y<sub>i</sub>)을 바탕으로 fitting 된 모델( $\hat{y}_i$ )은 다음과 같이 간단하게 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} y_1 &= 72.924 + 9.2957x_1 - 15.481x_2 + \dots \\ &\quad + 1.1404x_6x_5 - 7.7537x_6^2 \\ y_2 &= 580.89 + .048965x_1 + 241.28x_2 + \dots \\ &\quad + 0.13249x_6x_5 - 0.28183x_6^2 \end{aligned} \quad (6)$$

표 4에서 나머지 계수들의 값을 표현하였다.

표 4. 반응표면 y1 y2에 대한 각 항들의 계수값

Term	y1	y2
1	7.2924e+001	5.8089e+002
x1	9.2957e+000	4.8965e-002
x2	-1.5481e+001	2.4128e+002
x3	8.4571e+000	-1.8613e+002
x4	3.5106e+000	-4.5961e-002
x5	7.6643e+000	-1.0145e+002
x6	1.3796e+000	-1.1326e-001
x1*x1	-1.4513e+000	5.5556e-001
x2*x1	1.2187e+001	-6.5800e-001
x2*x2	-1.2939e+001	1.7050e+001
x3*x1	1.6005e+000	6.5069e-002
x3*x2	-3.9972e+000	-1.4040e+001
x3*x3	-1.8164e+000	-3.0373e+000
x4*x1	8.0689e-001	-1.6004e+000
x4*x2	-3.3427e+000	3.8096e-001
x4*x3	2.8795e+000	-3.8780e-001
x4*x4	-2.3609e+000	-9.4992e-001
x5*x1	2.4186e+000	2.7965e-001
x5*x2	-5.6893e+000	-3.5076e+001
x5*x3	-4.4860e-001	2.1642e+001
x5*x4	2.6969e+000	3.7550e-001
x5*x5	-2.0831e+000	-5.5917e-001
x6*x1	1.3145e+000	4.0925e-001
x6*x2	-2.3226e+000	-3.7849e-001
x6*x3	3.6755e-001	2.6301e-001
x6*x4	-4.3649e-001	3.2592e-001
x6*x5	1.1404e+000	1.3249e-001
x6*x6	-7.7537e+000	-2.8183e-001
R <sup>2</sup>	0.962543	0.999898
R <sup>2</sup> <sub>adj</sub>	0.934451	0.999821

### 2.2.3 최적설계

최종적인 최적설계는 식(6)에 대해 각각의 설계변수들을 최적화하는 것이다. 이 방법은 설계범위 내에서 전체의 응답특성을 예측한 것이므로, global optimum을 보장할 수 있다. 따라서, 기존의 최적화 과정에서 필요했던 각각의 설계변수에 대한 민감도 계산은 필요하지 않으며, 일정한 값에 수렴하기까지 반복해서 수행하던 계산량을 크게 줄일 수 있다.

여기서는 모터의 무게를 줄이기 위해, 고정자의 바깥 지름을 최소화하는 것을 목적함수로 선택하고, 요구 토크와 권선면적을 충분히 확보할 수 있도록 구속조건을 둔다. 각각의 설계변수는 지정된 범위 내에서 정의되어야 한다.

$$\begin{aligned}
 \text{Obj.} & \min. x_1 \\
 \text{s.t.} & g_1 = 3000 - y_1 \leq 0 \\
 & g_2 = 60 - y_2 \leq 0 \\
 & 244 \leq x_1 \leq 260 \\
 & 200 \leq x_2 \leq 240 \\
 & 140 \leq x_3 \leq 180 \\
 & 96 \leq x_4 \leq 116 \\
 & 10 \leq x_5 \leq 20 \\
 & 12 \leq x_6 \leq 24
 \end{aligned} \quad (7)$$

최적설계의 결과는 그림 4와 표 5에 나타내었다. 총 iteration은 7번이었고, 구속조건인  $g_1$ 과  $g_2$ 는 모두 active constraint로 나타났다. 최적설계결과를 보면 초기설계에서 500mm이던 고정자 바깥 지름이 250mm로 줄어들었고, 회전자 극각과 고정자 극각이 각각 18.4도와 17.2도로 결정되었다.

표 5 최적설계결과

Symbols	Description	Values
Dso	고정자 바깥 지름	250.0mm
Dsm	고정자 요크 지름	215.2mm
Dsi	고정자 안쪽 지름	146.4mm
Drm	회전자 요크 지름	112.6mm
Dsh	축 지름	80.0mm
l	적층 길이	250mm
g	공극 길이	0.4mm
$\beta_r$	회전자 극각	18.4(deg)
$\beta_s$	고정자 극각	17.2(deg)
Vmax	최대 전압	200V
Imax	최대 전류	20A
Nturn	상당 권선수	200 turns

### 3. 결 론

본 논문에서는 반응표면기법을 이용하여 10/8 SRM을 설계하였다. 모터의 형상을 결정하는 모든 치수들을 설계변수로 선택하였고, 반응표면모델을 기준으로 최적설계를 수행하였다. 이 방법을 이용하여 선택된 설계범위 내에서 global optimum을 보장하고 계산량을 줄임으로써, 최적설계에 소요되는 노력과 시간을 줄일 수 있었다.

감사의 글

본 연구는 국방과학연구소(과제번호:98-05-01)의 지원으로 수행되었습니다.

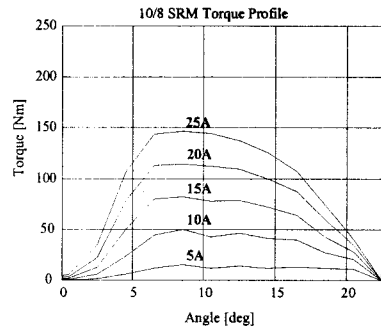


그림 3 전류 변화에 따른 토크 프로파일

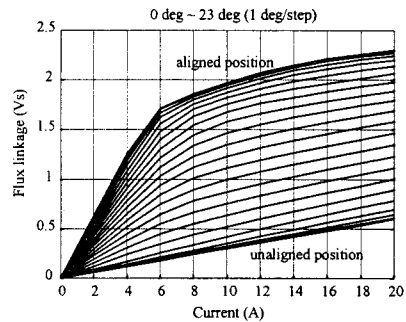


그림 4. 자속쇄교-전류 곡선

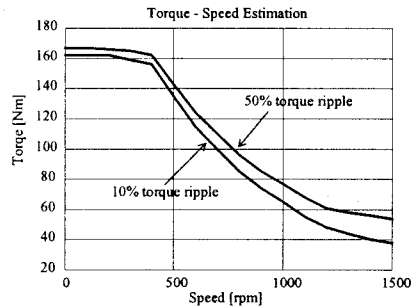


그림 5. 토크-속도 곡선

### [참 고 문 헌]

- [1] V.Vujicic, S.N.Vukosavic, "A simple nonlinear model of the switched reluctance motor", Energy Conversion, IEEE Transactions on, Volume: 15 Issue: 4, Dec. 2000, Page(s): 395 - 400
- [2] R.Krishnan, R.Arumugan, J.F.Lindsay, "Design Procedure for switched reluctance motors", Industry Applications, IEEE Transactions on, Vol. 24, pp456-461, 1988
- [3] L.Chang, "Design procedures of a switched reluctance motor for automobile applications", Electrical and Computer Engineering, 1996. Canadian Conference on, Volume: 2, 26-29 May 1996, pp.947-950 vol.2
- [4] Myers and Montgomery, "Response Surface Meth-odology" John Wiley & Sons. Inc., New York, 1995
- [5] Chwail Kim, "Efficient Response Surface Modeling and Design Optimization using Sensitivity", K-JIST