

## 작은지연을 갖는 플랜트에 대한 LQ-PID 제어기 설계

### LQ-PID controller design for the Plant with small delay

\*박재규, 서병설  
한양대학교 전기공학과

e-mail : nautisl@daum.co.kr, bssul@hanyang.ac.kr

\*Jae-Kyu Park, Byung-Suhl Suh  
Dept. of Electrical Engineering, Hanyang University

#### Abstract

This paper presents an optimal robust LQ-PID controller design method for the second-order system with both small state delay and small input delay to satisfy the design specifications in time domain. The modified sensitivity approach method is considered for its optimization.

#### I. 서 론

산업 공정에서, 임의의 한 시스템의 다른 부분들 사이에서 정보나 물질의 전송 시, 시간 지연이 발생하는데 화학공정시스템, 운송시스템, 통신시스템, 그리고 전력시스템이 시간지연 시스템의 전형적인 예라고 할 수 있다<sup>[1]</sup>. 이러한 시간 지연은 입력지연과 상태지연으로 나누며, 제어입력에 지연이 발생하는 입력 지연 시스템은 많은 산업공정에서 종종 접하게 되는데, 유압장치(Hydraulic System)에서의 저장탱크와 유압 작동기(hydraulic actuator)사이의 전달 지연이 이에 해당된다. 입력 지연 시스템을 제어하는 간단한 방법은 예측기(Predictor)를 이용하여 지연의 영향을 제거하는 것이며, 그로 인해 유한 차원 시스템에 대하여 개발된 제어기술을 사용할 수 있다. 이러한 개념에 근거한 방법 중의 하나로 Smith 예측기를 들 수 있다. 상태 지연 시스템은 특성 방정식에 포함되어지는 지연요소에 의해서 무한개의 극점들을 갖는 무한 차원의 지연 시스템은 특성 방정식에 포함되어지는 지연요소에 의해서 무한개의 극점들을 갖는 무한 차원의 시스템으로서, 시스템의 안정도 해석에 있어서 유한 차원의 시스템에 비해 상대적으로 어렵다. 위와 같은 시간 지연의 발생은 시스템의 안정도나 성능 상에 심각한 악화를 가져올 수 있기 때문에, 그에 대해서 강인성을 보장하는 제어기 구현이 필요하다.

이를 위한 입력지연이 있는 시스템에 대한 연구로는, He<sup>[2]</sup> 와 Suh<sup>[3]</sup> 등이 LQ-PID 제어기설계 방법을 제

안 하였으며, 일반적인 상태지연이 있는 시스템에 대해 Jamshidi<sup>[4]</sup> 가 감도 접근 방법을 제안 한 바가 있으며, Kwon 과 Suh<sup>[6]</sup> 등은 이 감도 접근 방법을 이용해 LQ-PID 제어기설계 방법으로 제안 한 바 있다. 그러나 이 방법은 상당한 계산이 요구되어 실시간 제어가 힘든 문제점이 지적될 수 있기 때문에, 본 연구에서는 이와 같은 문제점을 해결하여 시간지연이 크지 않은 상황에서 Tang<sup>[5]</sup>에 의해 수정된 감도 접근(Sensitivity approach) 방법을 제안하고자 한다.

#### II. 작은지연 2차 시스템의 LQR의 해

다음의 작은 지연 2차 시스템을 고려하자.

$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) + a_1 \frac{d}{dt}x(t) + a_0x(t) + b_1 \frac{d}{dt}x(t-h) + b_0x(t-h) = c_1u(t) + c_0u(t-h) \quad (1)$$

여기서,  $x(t)$ 는 출력변수,  $u(t)$ 는 제어변수, 그리고,  $a_1, a_0, b_1, b_0, c_1, c_0$ 는 플랜트 계수이다.

초기조건  $\frac{d}{dt}x(t), x(t), t_0-h \leq t \leq t_0$ 는 정의 되어진다.

출력변수에 적분요소를 첨가시킨 새로운 상태 변수를 도입하면 상태변수  $x(t)$ 는 다음과 같다.

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_0(t) \\ x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int_0^t y(\tau) d\tau \\ y(t) \\ \frac{d}{dt}y(t) \end{bmatrix} \quad (2)$$

따라서, 식(1)은 식(3)과 같이 표현할 수 있다.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + A_1x(t-h) + Bu(t) + B_1u(t-h) \quad (3)$$

여기서,  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -a_0 & -a_1 \end{bmatrix}, A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -b_0 & -b_1 \end{bmatrix},$

$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ 이다.

그리고 식(4)와 같이 초기 조건식을 가정하자.

$$x(t) = \psi(t), t_0-h \leq t \leq t_0 \quad (4)$$

LQR로 해석하기 위해서 식(5)와 같은 2차 가격함수를

고려하자.

$$J(u(t)) = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (5)$$

여기서  $Q$ 는 양의 반한정(positive semi-definite) 대칭행렬인 상태가중행렬이고,  $R$ 은 양의 한정(positive definite)대칭행렬인 제어가중행렬이다.

식(3)과 같은 시스템을 제약 조건으로 하면서, 식(5)와 같은 가격함수를 최소화하는 최적제어법칙을 얻기 위해 식(6)과 같이 표현할 수 있다.

$$J^* = J + \int_{t_0}^{t_f} p^T [Ax(t) + A_1 x(t-h) + Bu(t) + B_1 u(t-h) - \dot{x}(t)] dt \quad (6)$$

의 1차 변분은 식(7)과 같다.

$$\delta J^* (\delta x(t), \delta x(t-h), \delta u(t), \delta u(t-h)) = 0 \quad (7)$$

을 만족하는 식이 필요하다.

그에 따라 Hamiltonian  $H$ 는 아래와 같이 정의하고,

$$H(x, p, u) = \frac{1}{2} [x^T Q x + u^T R u + p^T [Ax(t) + A_1 x(t-h) + Bu(t) + B_1 u(t-h)]] \quad (8)$$

아래와 같은 2점 경계치 조건식이 얻어진다.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + A_1 x(t-h) + Bu(t) + B_1 u(t-h), \quad t_0 \leq t \leq t_f \quad (9)$$

$$\dot{p}(t) = -Qx(t) - A^T p(t) - A_1^T p(t+h), \quad t_0 \leq t \leq t_{f-h} \quad (10)$$

$$= -Qx(t) - A^T p(t), \quad t_{f-h} \leq t \leq t_f \quad (11)$$

$$u(t) = -R^{-1} B^T p(t) - R^{-1} B_1^T p(t+h), \quad t_0 \leq t \leq t_{f-h} \quad (12)$$

$$u(t) = -R^{-1} B^T p(t), \quad t_{f-h} \leq t \leq t_f \quad (13)$$

$$x(t_0) = \phi(t_0), \quad t_0 - h \leq t \leq t_0 \quad (14)$$

$$p(t_f) = 0 \quad (15)$$

식(9),(10)에서 보듯, 시간  $t_f - h$ 를 기준으로 두 구간으로 나누어서 수식을 표현한 것을 볼 수 있는데, 이를 통해, 두 구간 사이에서 얻어지는 최적가격함수의 형태가 다르게 나타날을 알 수 있다. 그리고, 식(10)에서 보듯이,  $p(t+h)$ 와 같은 미래의 시간을 의미하는 항이 나타나게 되는데, 그것은 위의 조건식을 이용해서 일반적인 최적제어법칙을 적용할 수가 없음을 의미한다. 먼저, 식(3),(4)와 같은 시스템에 대해서 최적제어법칙을 얻기 위해서 Tang<sup>[5]</sup>이 제시한 감도 접근 방법(Sensitivity Approach)을 도입하고자 한다.

Tang은 최적화에 근접하는 제어기 구현을 위해 민감도 매개변수(Sensitivity parameter)  $\epsilon$ 을 갖는  $u(t, \epsilon)$ 의 MacLaurin급수를 사용했으며, 지연이 없는 시스템에서의  $x^{(0)}(t)$ ,  $p^{(0)}(t)$ 를 구해서 그것으로부터 무한 급수의 계수를 얻을 수 있다.

상태지연과 입력지연이 있는 시스템에 대해 최적제어법칙  $u(t)$ 를 얻기 위해서, 식(9)~(15)와 유사한 형태를 갖는, 민감도 매개변수를 포함하는 조건식을 도입하자.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t, \epsilon) &= (A + A_1)x(t, \epsilon) - \epsilon A_1((x(t, \epsilon) - x(t-h, \epsilon))) \\ &\quad - BR^{-1}B^T p(t, \epsilon) - B_1 R^{-1}B_1^T p(t, \epsilon) - \epsilon BR^{-1}B_1^T p(t+h, \epsilon) \\ &\quad - \epsilon B_1 R^{-1}B^T p(t-h, \epsilon), \quad t_0 \leq t \leq t_{f-h} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}(t, \epsilon) &= (A + A_1)x(t, \epsilon) - \epsilon A_1((x(t, \epsilon) - x(t-h, \epsilon))) - BR^{-1}B^T p(t, \epsilon) \\ &\quad - \epsilon B_1 R^{-1}B^T p(t-h, \epsilon), \quad t_{f-h} \leq t \leq t_f \end{aligned} \quad (17)$$

$$p(t, \epsilon) = -Qx(t, \epsilon) - (A + A_1)^T p(t, \epsilon)$$

$$- \epsilon B^T p(t+h, \epsilon), \quad t_0 \leq t \leq t_{f-h} \quad (18)$$

$$= -Qx(t, \epsilon) - (A + A_1)^T p(t, \epsilon), \quad t_{f-h} \leq t \leq t_f \quad (19)$$

$$u(t, \epsilon) = -R^{-1} B^T p(t, \epsilon) - \epsilon R^{-1} B^T p(t+h, \epsilon), \quad t_0 \leq t \leq t_{f-h} \quad (20)$$

$$u(t, \epsilon) = -R^{-1} B^T p(t, \epsilon), \quad t_{f-h} \leq t \leq t_f \quad (21)$$

$$x(t, \epsilon) = \phi(t), \quad t_0 - h \leq t \leq t_0 \quad (22)$$

$$p(t_f, \epsilon) = 0 \quad (23)$$

위 경계치 조건식을 살펴보면, 민감도 매개변수  $\epsilon$ 은 지연(delay) 항과 앞선(advanced) 항에 대한 매개변수이며, 기존의 경계조건식에서 민감도 매개변수  $\epsilon$ 을 첨가시킴으로서  $x(t, \epsilon)$ ,  $p(t, \epsilon)$ ,  $u(t, \epsilon)$ 의 형태로 바뀐 것으로 볼 수 있다.

식(16)~(23)은  $\epsilon$  ( $0 \leq \epsilon \leq 1$ )에 대해서,  $\epsilon = 1$ 일 때 기존의 조건식(9)~(15)과 동일하게 되며,  $\epsilon = 0$ 일 때 아래의 형태로 변화하게 된다.

$$\dot{x}^{(0)}(t) = (A + A_1)x^{(0)}(t) + (B + B_1)u^{(0)}(t) \quad (24)$$

$$\dot{p}^{(0)}(t) = -Qx^{(0)}(t) - (A + A_1)^T p^{(0)}(t) \quad (25)$$

$$u^{(0)}(t) = -R^{-1} B^T p^{(0)}(t) \quad (26)$$

$$x^{(0)}(t_0) = \phi(t_0), \quad p^{(0)}(t_f) = 0 \quad (27)$$

위 식에서 볼 수 있듯이,  $x(t-h)$ 와  $p(t+h)$ 항이 소거되어 식(24)~(27)에 대해서 해를 얻을 수 있으며, 여기서 얻어지는  $x^{(0)}(t)$ ,  $p^{(0)}(t)$ 등은 최적제어에 근접하도록 반복적으로  $u^{(i)}(t)$ 값을 구하고자 할 때 초기값과 같은 역할을 한다고 할 수 있다.

$\epsilon$ 항을 포함하는 식(16)~(23)을 이용해서, 최적제어법칙을 얻기 위해서,  $u(t, \epsilon)$ ,  $x(t, \epsilon)$ ,  $p(t, \epsilon)$ 가 식(28),(29),(30)과 같이  $\epsilon=0$ 에서 무한히 미분이 가능하다고 가정하자.

$$u(t, \epsilon) \approx \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\epsilon^i}{i!} u^{(i)}(t) \quad (28)$$

$$x(t, \epsilon) \approx \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\epsilon^i}{i!} x^{(i)}(t) \quad (29)$$

$$p(t, \epsilon) \approx \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\epsilon^i}{i!} p^{(i)}(t) \quad (30)$$

그러면, 최적제어법칙  $u(t)$ 는 식(28)에서  $\epsilon=1$ 일 때의 계수  $u^{(i)}(t)$ 를 결정함으로써 얻어지며, 임의의  $N$ 차 항까지를 고려하고자 할 경우, 식(28)의 무한 급수를  $N$ 차 항까지 취함으로써 얻어진다.  $i=1$ 일 때 나타나는 조건식은 식(31)~(36)과 같이 나타난다.

$$\begin{aligned} \dot{x}^{(1)}(t) &= (A + A_1)x^{(1)}(t) - A_1(x^{(0)}(t) - x^{(0)}(t-h)) \\ &\quad - BR^{-1}B^T p^{(1)}(t) - B_1 R^{-1}B_1^T p^{(1)}(t) - BR^{-1}B_1^T p^{(0)}(t+h) \\ &\quad - B_1 R^{-1}B^T p^{(0)}(t), \quad t_0 \leq t \leq t_{f-h} \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}^{(1)}(t) &= (A + A_1)x^{(1)}(t) - A_1(x^{(0)}(t) - x^{(0)}(t-h)) \\ &\quad - BR^{-1}B^T p^{(1)}(t) - B_1 R^{-1}B^T p^{(0)}(t), \quad t_{f-h} \leq t \leq t_f \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \dot{p}^{(1)}(t) &= -Qx^{(1)}(t) - (A + A_1)^T p^{(1)}(t) \\ &\quad - A_1^T(p^{(0)}(t+h) - p^{(0)}(t)), \quad t_0 - h \leq t \leq t_{f-h} \end{aligned} \quad (33)$$

$$= -Qx^{(1)}(t) - (A + A_1)^T p^{(1)}(t), \quad t_{f-h} \leq t \leq t_f \quad (34)$$

$$\begin{aligned} u^{(1)}(t) &= -R^{-1} B^T p^{(1)}(t) - R^{-1} B^T p^{(1)}(t+h) \\ &\quad t_0 \leq t \leq t_{f-h} \end{aligned} \quad (35)$$

$$u^{(1)}(t) = -R^{-1} B^T p^{(1)}(t), \quad t_{f-h} \leq t \leq t_f \quad (36)$$

$$x^{(1)}(t_0) = 0 \quad (37)$$

$$p^{(1)}(t_f) = 0 \quad (38)$$

여기서, 조건식(31)~(38)은 새로운 경계치 조건식이 되며,  $x^{(0)}(t-h)$ 와  $p^{(0)}(t+h)$ 는 조건식(24)~(27)의 해를 얻음으로써 얻어지는 항이다.

식(39)는  $u^{(1)}(t)$ 를 얻기 위해서 식(31)~(38)로부터 얻을 수 있다.

$$p^{(1)}(t) = Kx^{(1)}(t) + g_1(t) \quad (42)$$

여기서,  $g_1(t)$ 는 지연 요소에 의해 발생하는 항들을 분리하여 고려하기 위해서 도입된 adjoint vector로서, 식(39), 식(31)~(36)에 의해서 얻어지는 조건식은 아래와 같이 나타난다.

$$\begin{aligned} & \dot{g}_1(t) + ((A+A_1)^T - KBR^{-1}B^T - KB_1R^{-1}B_1^T)g_1(t) \\ & + A_1^T(p^{(0)}(t+h) - p^{(0)}(t)) - KA_1(x^{(0)}(t) - x^{(0)}(t-h)) \\ & - KBR^{-1}B_1p^{(0)}(t+h) - KB_1R^{-1}x^{(0)}(t-h), \quad t_0 \leq t \leq t_f - h \quad (40) \\ & \dot{g}_1(t) + ((A+A_1)^T - KBR^{-1}B^T)g_1(t) - KA_1(x^{(0)}(t) - x^{(0)}(t-h)) \\ & - KB_1R^{-1}x^{(0)}(t-h) = 0, \quad t_f - h \leq t \leq t_f \quad (41) \end{aligned}$$

또한,  $p^{(1)}(t_f) = 0$ 와 식(39)로부터 식(42)의 관계가 성립함을 알 수 있다.

$$g_1(t_f) = 0 \quad (42)$$

따라서, 식(40),(41),(42)으로부터 각 구간에 대하여 역방향으로 계산하여  $g_1(t)$ 를 얻을 수 있다. 그리고

$g_1(t)$ 는 식(31),(37)에 의해서  $x^{(1)}(t)$ 를 구하는 데 이용하며, 식(37)과 식(35)에 의해 각각  $p^{(1)}(t)$ ,  $u^{(1)}(t)$ 를 얻을 수 있다.

이와 동일하게  $g_2(t)$ ,  $x^{(2)}(t)$ ,  $p^{(2)}(t)$ ,  $u^{(2)}(t)$ 의 경우, 식(16)~(23)을  $\epsilon$ 에 대해 두 번 미분하여 얻어진 조건식을  $\epsilon \rightarrow 0$ 로 두면, 앞서 언급한 방법으로  $g$ 값을 얻을 수 있다. 그리고 임의의  $u^{(i)}(t)$ 는 식(43)과 같이 표현할 수 있다.

$$u^{(i)}(t) = -R^{-1}B^T(Kx^{(i)}(t) + g_i(t)) \quad (43)$$

또한, 식(28),(29)로부터 식(44)을 얻을 수 있다.

$$u(t, \epsilon) = -R^{-1}B^T[Kx(t, \epsilon) + \sum_{i=1}^N \frac{\epsilon^i}{i!} g_i(t)] \quad (44)$$

임의의  $N$ 차 항까지의 최적제어법칙은 식(48)과 같다.

$$u(t) = -R^{-1}B^T[Kx(t) + \sum_{i=1}^N \frac{1}{i!} g_i(t)] \quad (45)$$

구현되는 제어기의 형태는 그림1과 같다.

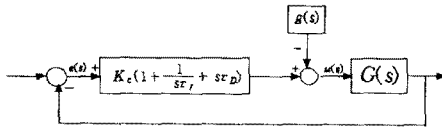


그림 1. 구현된 제어기

### III. LQ-PID 제어기

감도 접근(Sensitivity Approach) 방법의 도입으로부터 얻어지는 제어기의 형태는 상태 피드백 항과 시간 지연의 영향을 고려하여 부가적인 이득으로 표현되는 파드포워드 항이 결합된 형태로 나타나기 때문에 상태

피드백 항을 LQ-PID 제어기로 구현할 수 있다.

식(40)을 식(41)와 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} u(t) &= -R^{-1}B^T[Kx(t) + \sum_{i=1}^N \frac{1}{i!} g_i(t)] \\ &= -R^{-1}B^TKx(t) - R^{-1}B^T \sum_{i=1}^N \frac{1}{i!} g_i(t) \quad (46) \\ &= -Cx(t) - g(t) = u_1(t) + u_2(t) \end{aligned}$$

상태 피드백 부분  $u_1(t)$ 를 살펴보면, 제어 이득  $G$ 는 식(47)와 같다.

$$G = R^{-1}B^TK \quad (47)$$

여기서,  $K$ 는 양의 한정 대칭행렬이고 Riccati식인 식(48)의 해가 된다.

$$A^TK + KA - KBR^{-1}B^TK + Q = 0 \quad (48)$$

여기서  $K = \begin{bmatrix} K_{00} & K_{10} & K_{20} \\ K_{10} & K_{11} & K_{21} \\ K_{20} & K_{21} & K_{22} \end{bmatrix}$ 이다.

식(49)는  $u_1(t)$ 는 식(43)과 같은 PID제어기 형태가 된다.

$$u_1(t) = -\frac{1}{R} \left( K_{22} \frac{d}{dt} y(t) + K_{21} y(t) + K_{20} \int_0^t y(\tau) d\tau \right) \quad (49)$$

기존의 PID 제어기 형태는 식(50)와 같다.

$$u_1(t) = -K_c \left( y(t) + \tau_D \frac{d}{dt} y(t) + \frac{1}{\tau_I} \int_0^t y(\tau) d\tau \right) \quad (50)$$

식(49)과 (50)를 비교하면, 이득  $K_{ij}$ 와 동조 파라미터인  $K_c$ ,  $\tau_I$ ,  $\tau_D$  사이의 관계를 알 수 있다.

상태가중행렬  $Q$ 를 식(51)과 같이 두자.

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{00} & 0 & 0 \\ 0 & Q_{11} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{22} \end{bmatrix} \quad (51)$$

Riccati식 (48)에 대입하면, PID동조 파라미터를 구하기 위한  $K$ 를  $Q$ 와  $R$ 에 대한 관계식으로 나타낼 수 있으며,  $Q$ 와  $R$ 의 선정은 Suh<sup>[5]</sup>가 제안한 것처럼, 고려되어진 목표함수의 특성다항식과 패루프 시스템의 특성다항식 사이의 계수 일치율을 통해 이루어진다. 얻어진  $Q$ ,  $R$ 값은 Riccati식에 의해 제어이득  $K_{ij}$ 를 선정하는데 쓰이며, PID제어기 동조 계수는  $K_{ij}$ 와의 관계로부터 얻을 수 있다.

### IV. 시뮬레이션

다음의 상태 방정식을 고려하자.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + A_1x(t-h) + Bu(t) + B_1u(t-h)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}, A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{초기조건은 } x(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad -0.5 \leq t \leq 0$$

시간영역에서의 설계사양인 정착시간은 입력크기의 약  $\pm 1\%$ 이내에 안정화되는 시간으로 설정하여  $t_s = 2$ 로 주어졌으며,  $p = 0.9$ ,  $r = 1.4122$ 로 선정된다.

$w_n$ 에 대한 정규화된 그래프로부터  $t_{ms} = 8.31$ 를 얻을 수 있으며, 요구되어지는 정착시간을 만족하기 위해  $w_n = 4.156$ 로 정할 수 있다. 그리고,  $R = 1$ 로 결정하면,

Q, K값은 다음과 같다.

$$Q = \begin{bmatrix} 5152.9 & 0 & 0 \\ 0 & 292.6224 & 0 \\ 0 & 0 & -25.1324 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 2541.1 & 479.8 & 71.8 \\ 479.8 & 163.8 & 34.4 \\ 71.8 & 34.4 & 5.7 \end{bmatrix}$$

따라서, 제어기의 상태 피드백 항에 해당되는 PID 제어기의 계수는 다음과 같다.

$$[K_p, K_i, K_d] = [34.4 \quad 71.8 \quad 5.7]$$

시간지연의 영향을 고려하는 피드포워드 항  $g(t)$ 는 식(40),(41),(42)와 같이 최종시간의 경계 조건 식으로부터 역방향에 의해 계산값을 얻을 수 있다.

그리고 식(46)에서  $N=1$ 일 때 두 구간에 대하여 다음과 같은 결과를 얻을 수 있었다.

	오버슈트	정착시간
$N=0$	41.0%	3.0초
$N=1$	34.5%	2.8초

그림2와 같이  $N$ 의 차수가 늘어날수록 제어기의 응답 곡선은 Ziegler-Nichols 방법 보다 오버슈트, 정착 시간이 개선됨을 볼 수 있다.

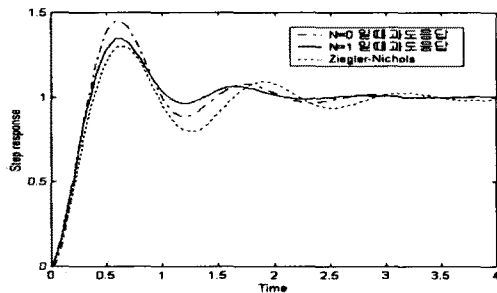


그림 2. 구현된 제어기의 단위계단응답

본 논문에서는  $N=1$  일 때의 항까지의 값을 취해서 얻어진 응답이다. 그러므로  $N$ 의 차수가 늘어남에 따라 설계사양을 만족하는 응답을 얻을 수 있음을 기대할 수 있다.

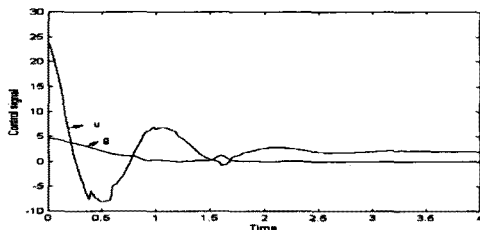


그림 3. 제어 응답 변화 곡선

## V. 결 론

본 연구는 작은 지연이 있는 2차 시스템을 고려하여 LQ-PID를 구현하기 위해 Tang이 제안한 감도 접근(Sensitivity Approach) 방법을 이용하였다. 그리고 시간영역의 설계 사양을 만족하는 LQ-PID제어기 동조

방법을 제안하였다.

## 참 고 문 헌

- [1] Y. S. Moon, "Robust Control of Time-delay Systems Using Linear Matrix Inequalities", Ph. D. dissertation, School of Electrical Engineering, Seoul National University, Seoul, Korea, 1998.
- [2] J. B. He, Q. G. Wang and T. H. Lee, "PI/PID controller tuning via LQR approach". *Chemical Engineering Science*, Vol. 55, No. 13, pp. 2429~2439, 2000.
- [3] B. S. Suh and J. H. Yang "LQ-PID Controller Tuning for the Second-Order System with Time-Delay", 4th IFAC Workshop on Time Delay Systems, Rocquencourt, France, 8-10, 2003
- [4] M. Jamshidi and M. Malek-Zavarei, "Suboptimal design of Linear control systems with time delay", *Proc. of the IEE*, Vol.119, pp. 1743~1746, 1972.
- [5] Gong-You. Tang and Zhi-Wei. Luo, "Suboptimal Control of Linear control systems with time delay", *Proc. of the IEEE*, Vol.119, pp. 104~109, 1999.
- [6] H. J. Kwon and B. S. Suh "LQ-PID Controller Tuning for Second-Order System with State-delay", 대한 전자 공학회 하계 종합 학술대회 pp. 2513~2516. July. 2003.
- [7] D. H. Eller, J. K. Aggarwal and H. T. Banks, "Optimal Control of Linear Time Delay Systems", *IEEE Trans. Automat. Contr.*, Vol. AC-14, No 6, pp. 678~687, 1969.