

H_∞ 와 유전자 알고리즘을 이용한 PID 제어기루프의 외란제거 및 최적화 튜닝

Disturbance Rejection and Optimal Tuning of PID Controller Using H_∞ and Genetic Algorithms

김동화*, 조재훈**

* 국립 한밭대학교 제어계측공학과

** 국립 한밭대학교 제어계측공학과

Dong Hwa Kim*, Jea Hoon Cho**

* Dept. of Contol Instrumentation Engineering, Hanbat National University

** Dept. of Contol Instrumentation Engineering, Hanbat National University

ABSTRACT

본 논문에서는 PID 제어기를 이용해 외란제거를 함은 물론 최적 제어가 될 수 있는 파라미터를 유전자 알고리즘을 통해 구하는 방법을 제안하였다.

외란제거를 위해 H_∞-norm을 응용하여 제어시스템의 외란 제거 조건들을 제시하고 이 조건들을 만족하는 PID 제어기를 설계하였다. 설계된 PID제어기의 최적 파라미터를 구하기 위해 유전자 알고리즘을 이용하였고 최적 파라미터를 평가하기 위하여 ITSE(Integral of time weighted squared error)성능지수를 이용하였다. 위의 설계 기법들을 서보모터의 제어에 적용하여 만족할 만한 결과를 얻었다.

1. 서 론

PID(Proportional-Integral-Derivative) 제어기는 1940년대 Zigler-Nichols가 개발한 이래 대부분의 플랜트에서 많이 이용되어 왔다. 최근에 마이크로프로세서 용량이 급격히 증대하고 처리 속도가 빨라짐에 따라 PID제어기의 성능 및 그 특성도 급격히 개선되어 다방면의 생산현장에 사용할 수 있게 되었고, 또한 기본으로 다른 제어기와 조합하여 고도의 제어 계통에도 융통성 있게 사용되고 있다. 그러나 다중 루프를 가진 시스템에서는 루프간의 상호 간섭 영향 등으로 부하 변화에 따라 요구되는 제어 시스템 요구 조건들을 PID 제어기만으로 만족시키면서 제어 하는 것은 어렵다.

H_∞ 최적화 기법은 모델의 불확실성이나 외란의 불확실성에 대하여 강건한 제어 시스템을 설계하기 위한 기법으로 H_∞ 은 많은 연구가 진행 되어왔다. 그러나 복잡한 계산 과정과 제어기 설계가 쉽지 않아 실제 산업 현장에 적용한 예는 많이 없었다. 이러한 문제점들을 보완하기 위하여 제안된 최적화 기법 중의 한 방법이 H₂/H_∞을 이용한 최적화 기법이다.

H₂/H_∞을 이용한 최적화제어 설계는 제어기의 파라미터 섭동(perturbation)과 불명확한 외란 속에서도 시스템의 강건한 성능을 가도록 하는 유용한 설계 기법 중의 하나이다. 그러나 이 최적기법 또한 복잡한 계산과 산업 현장에 대한 적용문제는 여전히 남아 있다.^[1]

유전 알고리즘은 생물의 진화를 모방하여 만들어진 알고리즘으로 1975년 Holland에 의해 개발 되었다. 복잡하고 해 공간의 영역이 넓은 최적화 문제를 풀기 위하여 개발된 이 알고리즘은 자연진화에서 작용하는 여러 유전자들을 응용하여 다양한 방향으로 연구되어 왔다. 1989년에 Goldberg가 유전 알고리즘의 기본 구조를 개발하였고 그 형태는 염색체를 비트 스트링 형태로 표현하여 각각의 염색체가 하나의 해를 대표하고 돌연변이, 교배, 재생산과 같은 유전 연산자들에 의해서 최적해로 수렴해 가는 형태로 구성된다. 그 후 많은 분야의 최적화 문제에 유전 알고리즘을 적용하여 우수한 성능들을 얻었다.

본 연구에서는 PID제어기가 가지고 있는 단순성과 강인성을 H₂/H_∞을 이용하여 외란 제거 능력을 가지는 건설한 제어기를 설계하고 유전 알고리즘을 H₂/H_∞최적화 기법에 도입하여 PID 파라미터의 자동 동조에 적용하였다.

설계된 제어기는 ITSE(Integral of time weighted squared error)의 성능평가 방법을 통해 파라미터 최적화에 우수한 성능을 보였음을 입증하였다.

2. 유전자 알고리즘을 이용한 외란 제거 PID튜닝

2.1 외란제거 조건

본 논문에서 도입하고자 하는 H_∞ -norm을 이용한 외란 조건은

R(s)=0 일 때

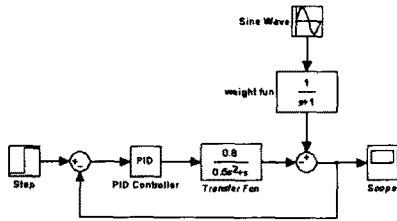


그림.1서보 모터 모델 블록선도.

$$\max_{dy(t) \in L_2} \frac{\|y\|_2^2}{\|d_y\|_2^2} = \left\| \frac{w_d(s)}{1 + c(s, k)G_0(s)} \right\| < \gamma \quad (1)$$

이고 여기서 $\gamma < 0.1$ 의 요구되는 제거 정도에 따라서 $\|\cdot\|_\infty = H_\infty - norm$ 을 아래와 같이 정의한다.

$$\|G(s)\|_\infty = \max_{w \in [0, \infty)} |G(jw)| \quad (2)$$

$w_d(s)$ 는 외부외란 d_y 의 응답주파수를 제거하는 것과 같은 저역통과필터로 구성되는 가중함수이다. $H_\infty - norm$ 을 이용하면 외란제거조건은 식(3)으로 이루어진다.

$$\begin{aligned} \left\| \frac{w_d(s)}{1 + c(s, k)G_0(s)} \right\|_\infty &= \\ \max_{w \in [0, \infty)} \frac{w_d(jw)w_d(-jw)}{(1 + c(jw, k)G_0(jw))(1 + c(-jw, k)G_0(-jw))} &= \\ \max_{w \in [0, \infty)} (\alpha(w, k))^{0.5} & \quad (3) \end{aligned}$$

여기서

$$\alpha(w, k) = \frac{\alpha_z(w, k)}{\alpha_n(w, k)} = \frac{w_d(jw)w_d(-jw)}{(1 + c(jw, k)G_0(jw))(1 + c(-jw, k)G_0(-jw))} \quad (4)$$

따라서 외란제거조건은 주파수 영역에서 아래와 같이 정의된다.

$$\max_{w \in [0, \infty)} (\alpha(w, k))^{0.5} < \gamma \quad (5)$$

$\alpha(w, k)$ 함수는 아래와 같이 표현된다.

$$\alpha(w, k) = \frac{\alpha_z(w, k)}{\alpha_n(w, k)} = \frac{\sum_{j=0}^p \alpha_{zj}(k)w^{2j}}{\sum_{i=0}^q \alpha_{ni}(k)w^{2i}} \quad (6)$$

두 다항식 $\alpha_z(w, k)$ 와 $\alpha_n(w, k)$ 는 주파수의 세기만을 가지는 함수가 되고 계수는 k 의 함수이다.^[2]

2.2 유전알고리즘 개요

유전알고리즘의 기본 구조는 크게 초기화, 적합도 평가와 재생산, 교배, 돌연변이의 4단계로 구분된다. 초기화 단계에서는 최적화 문제의 해가 될 가능성이 있는 개체들의 집단이 형성된다. 해가 될 수 있는 해공간상의 초기점들은 무작위로 분포 되도록 선택되거나 아니면 경험적인 방법으로 선택된다. 경험적인 초기집단 생성은 문제마다 다르기 때문에 해공간에 대한 정보가 없을 경우에는 거의 사용하지 않는다. 그 다음 단계는 적합도 평가이다. 구해진 해들은 목적함수를 제공하고 이로부터 적합도를 평가한다.

적합도가 우수한 개체들은 다른 개체들보다 더 많이 선택되어 교배를 통해 재결합되는데 서로간의 유전정보를 교환함으로써 집단에 새로운 개체를 도입하게 되고 현 집단 내에 존재하는 정보만을 이용하여 변화를 시도하게 된다.

돌연변이는 선택된 개체의 하나 이상의 유전 정보를 임의로 변경하여 집단에 새로운 정보를 도입하는 수단으로 제공한다. 그러나 이러한 변화는 매우 낮은 확률을 가지고 이행된다.

교배나 돌연변이가 자주 발생하면 인위진화의 빠른 최적해 수렴 속도를 잃게 되고 빈도가 너무 낮으면 최적해를 찾는데 어려움이 있다.

본 논문에서는 유전알고리즘을 H_2/H_∞ 을 이용한 최적화 방법에 적용하였다.

2.3 유전알고리즘과 H_2/H_∞ 제어를 이용한 PID제어기 최적화

본 논문에서 구현한 방법을 요약하면 다음과 같다.

- 1) 플랜트 $G_0(s)$ 와 함께 제어기 전달함수 $c(s, k)$ 주어지면 이들 함수는 가중함수 $w_d(s)$, 에러신호 $E(s)$, 외란제거조건 $\alpha(w, k)$ 을 나타낸다.
- 2) 튜닝하기위한 제어기 파라미터의 하한값과 상한값을의 범위를 정한다.
- 3) 최적 파라미터 탐색용 유전자 알고리즘 GA_2과 성능지수 판단용 유전자 알고리즘 GA_1에 대한 유전자 알고리즘 파라미터를 정한다. (교배확률, 돌연변이확률, 집단크기, 개체수의 최대값)

- Step 1: GA_1 $k_i(i=1,2,\mu_1)$ 과 GA_2 $w_j(j=1,2,\dots,\mu_2)$ 의 집단들을 초기화하고 $g_1 = 1$ 을 GA_1의 세대수로 정한다. g_1 은 GA_1에 대한 세대수를 나타낸다.

- Step 2: GA_1집단의 각각의 개체 k_i 에 대하여 GA_2를 이용한 $\alpha(w, k_i)$ 의 최고값을 계산한다. 만약 조건 $\max(\alpha(w, k_i))^{0.5} < \gamma$ 을 만족하는 GA_1의 개체가 존재하지 않는다면 적합한 해는 없는 것으로 된다. 그리고 알고리즘은 멈춘다. 이 경우는 새로운 제어기구조를 가지는 것으로 간주된다.

- Step 3: 식(7)과 (8)로 GA_1의 각각의 개체 k_i 에 대한 적합도 값이 계산된다.

$$F_1(k_1) = (I_n(k_i) + P(k_i)) \quad (7)$$

$$\begin{cases} m_2 & \text{if } k_i \text{ is unstable} \\ m_1 \cdot \max(\alpha(w, k)) & \text{if } \max(\alpha(w, k_i))^{0.5} > \gamma \\ 0 & \text{if } \max(\alpha(w, k_i))^{0.5} < \gamma \end{cases} \quad (8)$$

- Step 4: 토너먼트 선택방식으로 선택되고 GA_1의 개체들에 대해 유전 연산자를 적용한다. (교배, 돌연변이)

- Step 5: 아래와 같이 GA_2(substep)를 이용하여 GA_1의 각각의 개체 k_i 에 대한 $\max(\alpha(w, k_i))^{0.5}$ 를 계산한다.

· Substep a: 집단에서 각각의 개체 $w_j(j=1,2, \mu_2)$ 의 유전자를 초기화 한다. $g_2 = 1$ 로 세대수를 셋트한다.

여기서 g_2 는 GA_2에 대한 세대수를 나타낸다

· Substep b: (a)를 이용하여 각각의 적합도를 계산한다.

· Substep c: 토너먼트 선택으로 선택하고 유전 연산자를 적용한다.

· Substep d: GA_2가 최고 세대수에 도달했다면 멈추고 GA_1에서 최고 개체의 적합도 값을 반환 한다. $g_2 = g_2 + 1$ 하고 step b로 간다.

- Step 6: GA_1의 세대수가 최대치에 도달했다면 멈추고 step 3으로 간다.^[4]

3. 시뮬레이션 및 결과 고찰

그림 1에서 주어진 제어시스템의 서보모터 전달함수는

$$G_0 = \frac{0.8}{s(0.5s + 1)} \quad (9)$$

가중함수 $w_d(s)$ 는 아래와 같이 결정되어 졌다.

$$w_d = \frac{1}{s+1} \quad (10)$$

외부외란의 상태를 고찰하기 위해 외란은

$d_y(t) = 0.1 \sin(t)$ 일 때와 $d_y(t) = 0$ 일때를 비교하였다. 식(1),(5)에서 정의된 외란 감쇠 레벨 $\gamma = 0.1$ 이고 $c(s, k)$ 는 아래의 전달함수로 표시된다.

$$c(s, k) = k_1 + \frac{k_2}{s} + k_3s \quad (11)$$

PID 제어기 파라미터의 벡터 k 는 아래와 같이 주어졌다.

$$k = [k_1, k_2, k_3]^T = [k_p, k_i, k_d]^T \quad (12)$$

입력신호가 단위 계단 입력일 때 E(s)는 식 (13)과 같이 주어진다.

$$E(s) = \frac{d_0s^2 + d_1s + d_2}{a_0s^3 + a_1s^2 + a_2s + a_3} \quad (13)$$

식(13)에서 각 계수는

$$a_0 = 0.5, a_1 = (1 + 0.8k_3), a_2 = 0.8k_1, a_3 = 0.8k_2$$

$$d_0 = 0.5, d_1 = 1, d_2 = 0 \text{ 가 된다.}$$

한편 성능지수(ITSE) $I_3(k)$ 는

$$I_3(k) = \frac{d_2^2}{4a_3^2} - \frac{d_0d_1 + d_1d_2 \frac{a_1}{a_3}}{2(a_1a_2 - a_0a_3)} +$$

$$\frac{d_0^2(a_2^2 + a_1a_3) + (d_1^2 - 2d_0d_2)(a_0a_2 + a_1^2) + \frac{d_2^2}{a_3}(a_0^2a_3 + a_1^2)}{2(a_1a_2 - a_0a_3)^2} \quad (14)$$

가 되고 식 (6)에서 정의된 외란제거조건

$$\alpha(w, k) = \frac{\alpha_z(w, k)}{\alpha_n(w, k)}$$

는 다음과 같이 얻어진다.

$$\alpha_z(w, k) = w^4 + 0.25^6$$

$$\alpha_n(w, k) = 0.25w^8 + (1.25 + 1.6k_3 + 0.64k_3^2 - 0.8k_1) \\ + (1 + 1.6k_3 + 0.64k_3 - 1.6k_2 - 1.28k_3k_2 - 0.8k_1 + 0.64k_1^2)w^4 \\ + (-1.6k_2 - 1.28k_3k_2 + 0.64k_2^2 + 0.64k_1^2)w^2 + k_2^2$$

표1. 유전자 알고리즘 파라미터

$P_{c1} = P_{c2}$ (교배율)	0.35
$P_{m1} = P_{m2}$ (돌연변이율)	0.02
Popsize GA_1(집단크기)	100
Popsize GA_2(집단크기)	50
Max_Generation GA_1(최고세대수)	100
Max_Generation GA_2(최고세대수)	50

PID 제어기 파라미터는 아래의 범위에서 정하였다.^[2]

$$k_1 = [0 \ 30] \quad k_2 = [0 \ 30] \quad k_3 = [0 \ 30]$$

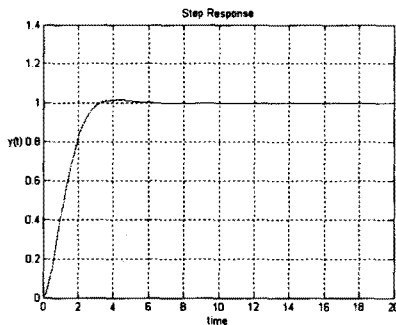


그림. 2 제어기가 없는 경우의 서보모터 계단응답

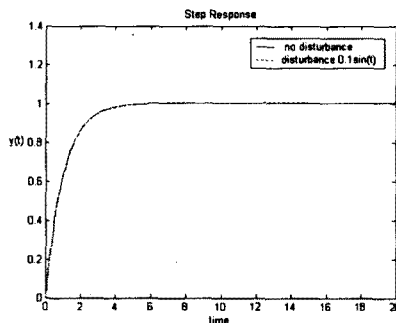


그림.3 유전자 알고리즘에 의한 제어결과 (외란 0.1sin(t))

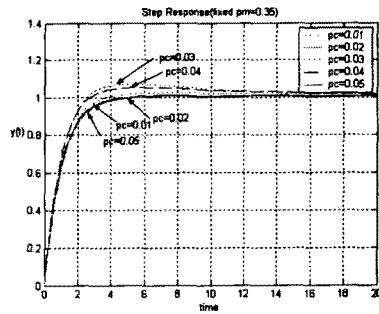


그림.4 유전자 교배율 변화에 따른 응답 특성

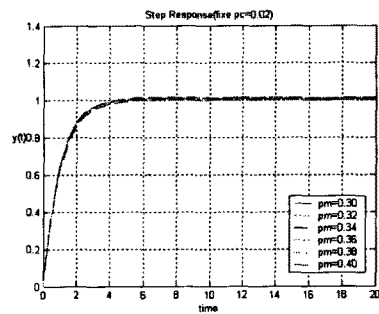


그림.5 유전자 돌연변이 변화에 따른 변화

4. 결 론

본 논문에서는 유전자 알고리즘과 H_∞ 을 이용해 서보모터 계통의 외란제거는 물론 PID 제어기의 파라미터를 최적으로 튜닝할 수 있는 방법을 제시 하고 시뮬레이션 하였다. 시뮬레이션 결과 외란이 있는 경우도 없는 경우와 같이 안정하게 제어가 될 수 있음을 나타내고 있다.

본 연구 결과를 서보 모터에 적용한 것으로 향후 유사한 제어 계통에 적용하여 실험 및 확대 연구를 진행하고자 한다.

참 고 문 헌

- [1] Chen, B. S, Cheng, Y. M and Lee, C. H "A Genetic Approach to Mixed H_2/H_∞ Optimal PID control," *IEEE Control Systems Magazine*, pp. 51-60, 1995.
- [2] Renato A.Krohling and Joost P.Rey "Design of Optimal Disturbance Rejection PID Controllers Using Genetic Algorithms", *IEEE Transactions on Evolutionary Computation* Vol.5, No. 1, 78-82, 2001, February.
- [3] J. H. Westcott, "The minimum-moment-of-error squared criterion: A new performance criterion for servo mechanism," *IEE Proc. Measurement Section*, pp.471-480, 1954.
- [4] R. A. Krohling, " Design of a PID controller for disturbance rejection: A genetic optimization approach,"*IEE/IEEE Int. Conf. Gen. Alg. Eng Syst. Innov. Applicat.*, 1997.