

## 위치 오차를 갖는 2관성 공진계에 대한 반복학습 제어의 적용에 관한 연구

### Application of Iterative Learning Control to 2-Mass Resonant System with Initial Position Error

이 학성

세종대학교 전자공학과(전화:(02)3408-3732, 팩스:(02)3408-3329, E-mail : hslee@sejong.ac.kr)

**Abstract** : In this paper, an iterative learning control method is applied to suppress the vibration of a 2-mass system which has a flexible coupling between a load and a motor. More specifically, conditions for the load speed without vibration are derived based on the steady-state condition. And the desired motor position trajectory is synthesized based on the relation between the load and motor speed. Finally, a PD-type learning iterative control law is applied for the desired motor position trajectory. Since the learning law applied for the desired trajectory guarantees the perfect tracking performance, the resulting load speed shows no vibration. In order to handle the initial position error, the PD-type learning law is changed to PID-type and a weight function is added to suppress the residual vibration caused by the initial error. The simulation results show the effectiveness of the proposed learning method.

**Keywords** : Iterative Learning Control, 2-Mass System, Vibration Suppression

#### 1. 서 론

대부분의 로봇등의 메카트로닉스 시스템은 DC혹은 AC모터와 감속을 위한 harmonic drive로 구성되어 있다. 이 harmonic drive로 인해 로봇의 joint에는 flexibility가 존재하고 이는 로봇 arm에 진동을 유발하는 한 원인이 된다. 이와 같이 모터와 부하 사이에 동력을 전달하는 요소가 flexibility를 갖는 기계계를 2관성 공진계(2-Mass Resonant System)라고 한다. 2관성 공진계에 대해 보통 널리 이용되어지고 있는 PI 속도 제어를 사용하여 응답이 빠른 속도제어를 하려고 제어 이득을 크게 하면 공진에 의해 축 비틀림 진동이 일어나는 경우가 많다. 이 진동은 통상 장시간의 잔류 시간을 가지고 있어 정착 시간(Settling Time)을 증대시키거나 정밀도를 떨어뜨려 해당 시스템의 성능을 떨어뜨리는 경우가 일반적이다.

이와 같은 2관성 공진계의 축 뒤틀림 진동을 억제하기 위하여, 외란 관측기(Disturbance Observer)를 이용하는 방법[1], LQG제어를 이용하는 방법[2] H-infinity필터를 이용한 제어 방법[3] 등이 연구되어지고 있다. 이러한 연구들은 기본적으로 관측기(Observer)로 측정 불가능한 부하 각속도등을 관측하여 이를 PI제어 혹은 상태 궤환(State Feedback)하는 방식으로 구성되어 있다. 한편 일반적으로 관측기는 제어 대상 시스템에 대한 정확한 모델을 필요하고 또 관측기의 관측 성능이

우수하기 위해서는 모델에 사용되는 계수에 대한 정밀한 수치가 요구된다. 보통 관측기 모델에 사용되는 계수들로는 축의 비틀림 상수 또는 부하의 관성 계수 등을 들 수 있다. 그러나 이와 같은 계수는 구하기가 어렵고 특히 부하의 관성 계수는 로봇의 부하 및 로봇 팔의 기구학등에 의해 달라지므로 정밀한 수치를 추정하는데 어려움이 있다. 이로 인해, 관측기에서는 다소 부정확 계수를 사용할 수밖에 없고 이에 따라 적절한 진동 억제가 이루어지지 않을 수 있다.

이와 같이 모델링 오차가 비교적 큰 시스템에도 반복 학습 제어를 이용하여 속도 및 위치 제어 시 진동 억제를 효과적으로 수행하는 제어 기법이 최근에 소개되고 있다.[6,7]. 이 방식은 진동이 발생되지 않는 속도 궤적을 정의하고 이에 대해 학습 제어를 적용하는 방식으로 되어 있다. 학습 제어는 모델이 다소 부정확하더라도 완벽한 추종 성능을 보장하므로, 주어진 속도 또는 위치 궤적을 오차 없이 정확히 추종하는 것이 가능하다. 본 논문에서는 반복 학습 제어 기법을 이용하여 위치 제어를 수행할 때, 초기 위치 오차에 대한 성능을 분석하고자 한다. 또한 이 초기 오차를 일반적인 학습 제어 기법으로 제거하고자 할 때, 진동이 발생함을 보이고, 이를 극복할 수 있는 새로운 제어 기법을 소개한다.

## II. 2관성 공진계의 위치 제어계

Flexibility를 갖는 동력 전달 요소에 의해 모터와 부하가 연결된 2관성계는 그림 1과 같다. 여기서 사용된 각 변수는 다음과 같다.

- $J_1$  ( $J_2$ ) : 모터(부하)의 관성 모멘트
- $K_{12}$  : 축 비틀림 상수
- $\theta_1$  ( $\theta_2$ ) : 모터(부하)의 회전 각도
- $w_1$  ( $w_2$ ) : 모터(부하)의 각속도
- $T_m$  : 모터 발생 토크

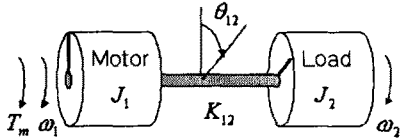


그림 1. 2관성 공진계.

Fig. 1. Two-mass system without load torque

이제 부하 외란 토크( $T_L$ )를 영이라 가정하고, 그림 1의 2관성 공진계에 대해 상태 방정식을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (1)$$

여기서

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{K_{12}}{J_1} & 0 & \frac{K_{12}}{J_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{K_{12}}{J_2} & 0 & -\frac{K_{12}}{J_2} & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$C = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$$

이고,  $x = [\theta_1 \ w_1 \ \theta_2 \ w_2]^T$ ,  $u = T_m$ 이다. 식(1)의 2관성 공진계에서 실제로 제어 대상이 되는 변수는 로봇 arm등의 부하의 회전 각도  $\theta_2$ 이나, 센서등의 문제로 이의 측정이 어렵고, 실제로 측정가능한 변수는 모터의 회전 각도  $\theta_1$ 이다.

## III. 진동을 유발하지 않는 속도 및 위치제적 조건

본 논문에서는 II절에서 소개된 2관성 공진계에 대해 반복 학습 제어 기법을 이용하여 진동을 억제하는 기법을 이용하고 있다.[6][7] 이를 좀더 부연하면 (i) 먼저 II절의 2관성계에 대해 진동이 발생하지 않은 속도 부하 속도 궤적을 생성하고, (ii) 식(2)에서 부하와 모터와의 상관 관계를 나타내는 식을 이용하여 앞서의 부하 속도 궤적에 대응하는 모터의 속도 궤적을 산출한 후에, (iii) 이 모터의 속도 궤적에 대해 반복 학습 제어 알고리즘을 적용하는 방식으로 구성되어 있다.[6][7] (i),(ii) 항목을 간략히 상술하면 다음과 같다.

## 1. 진동을 유발하지 않는 부하의 속도 궤적 조건

시작 시점( $t_1$ )에서의 위치가  $a$ , 종료 시점( $t_2$ )에서 위치가  $b$ 가 되도록 위치 제어를 하고 있다고 가정하자. 이동의 시작 시점과 종료 시점에서 시스템의 상태(state)가 평형이라고 가정하고 진동이 없을 부하의 속도 궤적에 대한 조건을 구하면 다음과 같다.

$$\theta_2(t_1) = a, \quad w_2(t_1) = \frac{d}{dt}w_2(t_1) = \frac{d^2}{dt^2}w_2(t_1) = 0$$

$$\theta_2(t_2) = b, \quad w_2(t_2) = \frac{d}{dt}w_2(t_2) = \frac{d^2}{dt^2}w_2(t_2) = 0$$

## 2. 모터의 속도 궤적

일반적으로 부하의 속도 및 위치는 측정하기가 힘들다. 따라서 앞서 구한 조건을 측정하기 용이한 모터의 속도 및 위치로 환산할 필요가 있다. 식(2)에서 모터의 속도와 부하의 속도간의 관계를 유도하고 이를 이용하여 모터의 속도를 산출하면 다음과 같다.

$$\theta_1(t) = \theta_2(t) + \frac{J_2}{K_{12}} \frac{d^2}{dt^2} \theta_2(t)$$

## IV. 학습 제어에 의한 위치 제어

본 절에서는 앞 절에서 소개된 2관성 공진계의 위치 제어에 대해 반복 학습제어 기법을 적용하는 문제에 대해 논의 한다. 한편, 반복 학습 제어는, 어떤 주어진 작업이 반복적으로 이루어 질 때, 이전 반복의 오차 정보를 활용하여 다음 반복에서의 제어 성능을 개선하는 방식으로 구성되어 있다[4][5][6]. 이때, 이전 반복의 오차 정보를 어떻게 활용하는가에 따라 반복 학습제어의 구조가 달라지지만, 본 논문에서는 그 중 널리 사용되고 있는 PD-type 학습제어 기법을 고려 한다.

$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + \Gamma(\dot{e}_k(t) + Re_k(t)) \quad (3)$$

여기서 첨자  $k$ 는 반복 횟수를 나타내고,  $e(t)$ 는 원하는 출력 궤적( $y_d(t)$ )과 실제 출력 궤적( $y(t)$ )간의 오차를 나타낸다.

$$\|I - \Gamma CB\| < 1 \quad (4)$$

로 알려져 있다. 이 때, 식(2)로부터  $CB = 0$  이므로 식(3)의 반복 학습 제어 기법은 식(1)(2)의 2관성 공진계의 위치 제어에 적용이 불가능한 것을 알 수 있다. 이 경우 식(3)의 학습 법칙을 다음과 같이 변형하면 적용이 가능해진다.

$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + \Gamma(\ddot{e}_k(t) + R\dot{e}_k(t)) \quad (5)$$

학습 법칙 식(5)는 식(3)의 반복간의 학습으로 갱신되는 신호를 한차례 더 미분하는 것으로 구성되어 있다. 이 경우 학습 제어기의 수렴 조건은

$$\|I - \Gamma CAB\| < 1 \quad (6)$$

이며, 식 (2)로부터  $CAB=1/J_1$ 이므로 만약 식(1)(2)의 2관성계에 이 반복 학습 제어 법칙을 적용할 경우 학습 제어 법칙을 설계하기위해 필요한 정보는 진동기의 관성 모멘트( $J_1$ )뿐이다. 따라서 다소 모델이 부정확한 2관성 공진계에 대해서도 식(5)의 학습 제어 기법의 적용이 가능하다.

한편, 식(5)의 반복 학습 제어는 속도 및 가속도 오차를 이용하여 학습을 처리하므로 위치 오차에 대한 보상이 이루어지지 않는다. 따라서 초기 위치 오차가 존재 할 경우 이에 대한 보상이 필요하다. 이와 같이 위치 오차를 보상하기 위해 본 논문에서는 다음과 같이 위치 오차를 포함하는 학습 제어기를 고려한다.

$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + \Gamma(\ddot{e}_k(t) + R\dot{e}_k(t) + Qe_k(t)) \quad (7)$$

식(7)과 같은 학습 제어기의 수렴 조건은 식(5)의 학습 제어기와 같이 식(6)이 된다. 따라서 위치 오차 향으로 인한 수렴 조건의 변화는 없다. 한편 이 경우 초기 오차향으로 인해 수렴되는 출력 궤적에 다소 변화가 생기는데 변화되는 출력 궤적의 양을  $\Delta e$ 라 하면  $\Delta e$ 는 다음을 만족한다.[8]

$$\frac{d^2}{dt^2}\Delta e + R\frac{d}{dt}\Delta e + Q\Delta e = 0 \quad (8)$$

$\Delta e(0)$  : 초기 위치 오차

한편 이 초기 오차에 의해 변화된 궤적을  $\Delta\theta$ 라 하면

$$\Delta\theta = \theta_2 + \Delta e$$

가 되고 이 변화된 궤적  $\Delta\theta$ 에 대해

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dt^2}\Delta\theta &= \frac{d^2}{dt^2}\theta_2 + \frac{d^2}{dt^2}\Delta e \\ &= -R\frac{d}{dt}\Delta e - Q\Delta e \end{aligned} \quad (9)$$

가 되어 3절의 진동이 없을 궤적 조건을 만족시키지 못한다. 이와 같은 단점을 극복하기 위해 본 논문에서는 다음과 같은 학습 제어기를 제안한다.

$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + \Gamma(\ddot{e}_k(t) + R\dot{e}_k(t) + Q(t)e_k(t)) \quad (10)$$

제안된 학습 제어 법칙은 위치 오차향의 학습 계인을 시간에 대한 weight 함수  $Q(t)$ 로 설계하였다. 초기 오차 위치에 의해 변경된 출력 궤적의 양  $\Delta e$ 은 학습 계인  $R$ 과  $Q(t)$ 에 의해 결정되는 데, 변경된 출력 궤적의 양  $\Delta e$ 가 진동이 발생하지 않을 궤적 조건을 만족하도록  $Q(t)$ 를 설정하도록 한다. 변경된 출력 궤적의 양  $\Delta e$ 가 진동이 발생하지 않을 궤적 조건은 다음과 같다.

$$\frac{d^2}{dt^2}\Delta e(t^*) = \frac{d}{dt}\Delta e(t^*) = 0, \quad (t^* = t_1 \text{ or } t_2)$$

## V. 모의 실험

본 논문에서 제안한 기법의 유효성을 검증하기 위해 [1]에서 제시된 2관성 공진계의 위치에 적용하였다. 시뮬레이션에 사용된 2관성 공진계에 대한 계수는 다음과 같다.

$$J_1=0.016 \text{ kg m}^2 \quad J_2=0.004 \text{ kg m}^2$$

$$K_{12}=1.2938 \text{ kg m}^2$$

이 2 관성 공진계의 부하의 회전 각도를 0[rad]에서 5[rad]이 되도록 하되 settling time이 1.5초 이내가 되게 하도록 하고자 한다. 이의 조건과 3절의 조건식을 고려하여 부하의 위치 각도에 대한 원하는 위치 궤적 생성하고 이에 대응하는 모터의 원하는 위치 궤적을 정의하면 그림 2와 같다.

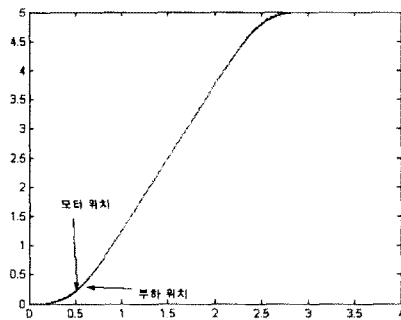


그림 2. 부하 및 모터에 대한 원하는 위치 궤적

Fig. 2. Desired position trajectory for motor and load

비교를 위해 이 위치 궤적에 식(5),(7),(10)의 세가지 학습 제어기를 적용하였고, 수렴 조건등을 고려하려 세 경우 모두  $\Gamma=0.0112$ 를 적용하였고,  $R, Q$ 는 다음과 같이 적용하였다.

$$\text{Case I[식(5)] : } R = -2.0$$

$$\text{Case II[식(7)] : } R = -6.0 \quad Q = 9.0$$

$$\text{Case III[식(10)] : } R = -6.0 \quad Q(t) = 12 * e^{-t} (3-t)$$

그림 3.은 초기 위치 오차 0.1인 경우 세가지 학습 기법에 의한 위치 제어 결과를 보여준다. 위치 정보를 활용하지 않는 Case I와 달리 Case II, III에서는 초기

위치 오차가 효과적으로 제거됨을 알 수 있다.

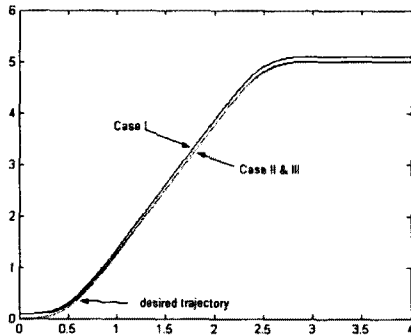


그림 3. 위치 궤적  
Fig. 3. Position Trajectories of Case I, II and III

그림 4.은 Case II와 III에 대해 속도 궤적을 보여주고 있다. Case II의 경우 초기 위치 오차를 제거하기 위한 궤적의 변경으로 인해 진동이 발생하고 있음을 보이고 있으나 Case III는 진동없이 원활히 제어됨을 보여준다.

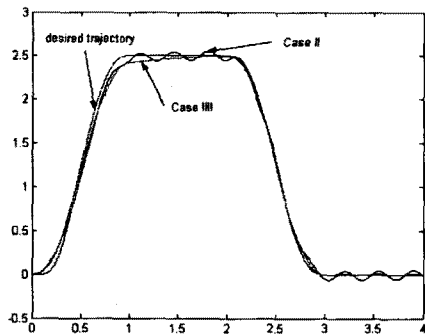


그림 4. 속도 궤적  
Fig. 3. Velocity Trajectories of Case II and III

## VI. 결 론

본 논문에서는 초기 위치 오차를 갖는 2관성 공진계의 위치 제어를 위해 반복 학습 제어 기법을 적용하는 새로운 방식을 제안하였다. 제어 대상이 되는 부하의 회전 각도 및 각속도는 학습 제어로 직접 적용하기가 힘들고 또한 측정 또한 어렵다. 본 논문에서는 부하의 회전 각도와 모터의 회전 각도간의 관계를 이용하여 직접 부하의 회전 각도를 제어하는 대신 진동기의 회전 각도를 제어하여 간접적으로 부하의 회전 속도를 제어하였다. 또한 초기 위치 오차에 의한 진동 효과를 억제하기 위해 학습 계인을 시간 함수를 이용하여 구현하였다. [1]의 2관성 공진 시스템을 대상으로

적용한 결과 기존의 학습 제어 방법에 비해 진동없이 초기 위치 오차를 효과적으로 제거함을 확인하였다. 제안된 방식은 모델에 대한 의존도가 적으므로 모델이 부정확하더라도 진동없이 정확하게 부하의 회전 각도를 제어하는 것이 가능하다. 또한 주어진 회전 각도에 대한 궤적을 변경함에 따라 고속의 위치 제어도 가능하다.

## 참 고 문 헌

- [1] K. Sugiura and Y. Hori, "Vibration Suppression in 2- and 3-Mass System Based on the Feedback of Imperfect Derivative of the Estimated Torsional Torque," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol.43, no.1, February 1996, pp. 56-64.
- [2] J. K. Ji and S. K. Sul, "Kalman Filter and LQ Based Speed Controller for Torsional Vibration Suppression in a 2-Mass Motor Drive System," *IEEE Transactions on Industry Electronics*, vol.42, no.6, December 1995, pp.564-571.
- [3] J. S. Kim, S.U. Kim and Y.S. Kim. "The Vibration Suppression Control of the Two-Mass Resonant System Using the H-infty Filter", *Trans. KIEE*, Vol 47, No. 4 1998
- [4] S. Arimoto, S. Kawamura, and F. Miyazaki, "Bettering operation of robots by learning," *Journal of Robotics System*, vol. 1, no. 2, pp.123-140, 1984.
- [5] H. S. Lee and Z. Bien, "Design Issues on Robustness and convergence of a iterative learning controller," in *Intelligent Automation and Soft Computing*, vol. 8, no. 2, pp 95-106, 2002.
- [6] H. S. Lee, "Study on Vibration Suppression of 2-Mass Resonant System Using Iterative Learning Control," in *대한전자공학회 하계학술대회논문집* p. 79-82, 20
- [7] H. S. Lee and S. Moon, "반복 학습 제어를 이용한 2관성 공진계의 위치 제어에 관한 연구control," in *한국지능및퍼지시스템학회 추계학술대회논문집* p. 137-140
- [8] Kwang-Hyun Park, Zeungnam Bien and Dong-Hwan Hwang, "A study on the robustness of a PID-type iterative learning controller against initial state error", *International Journal of Systems Science*, vol. 30, no. 1, pp. 49-59, 1999.