

비전을 이용한 로봇 매니퓰레이터의 강인 제어

Robust Control of Robot Manipulators using Visual Feedback

지민석, 이영찬, 이강웅

한국항공대학교 항공전자공학과(전화:(02)3158-0166, 팩스:(02)3159-9257, E-mail : tomsey@korea.com)

Abstract : In this paper, we propose a robust controller for motion control of n-link robot manipulators using visual feedback. The desired joint velocity and acceleration is obtained by the feature-based visual systems and is used in the joint velocity control loop for trajectory control of the robot manipulator. We design a robust controller that compensates for bounded parametric uncertainties of robot dynamics. The stability analysis of robust joint velocity control system is shown by Lyapunov Method. The effectiveness of the proposed method is shown by simulation results on the 5-link robot manipulators with two degree of freedom.

Keywords : robot manipulators, Robust controller, Joint velocity control, Lyapunov stability, Visual servoing

I. 서론

비전 시스템은 구조적이지 못한 작업 환경에서 로봇 매니퓰레이터의 위치 및 동작 제어를 위한 방법으로 로봇 제어에 새로운 해답을 제시한다. 로봇 매니퓰레이터를 이용하여 원하는 제어 성능을 얻기 위해서는 작업 대상물(Object)과 로봇 말단부(end-effector) 사이의 상대적인 위치와 방향이 제어 시스템 설계자가 요구하는 오차 이내에 수렴하여야 한다. 비전 피드백은 가변적인 작업 환경에 대한 정보를 제공함으로써 불확실한 작업환경 하에서의 작업을 가능하게 해준다. 이로 인해 비전 시스템을 사용하는 로봇 매니퓰레이터를 도입하게 된다면 작업 환경 구축 시간을 단축할 수 있으므로 경제적인 효과도 얻을 수 있을 것이다.

비전 시스템을 이용한 제어기의 구조는 원하는 궤적(desired trajectory)이 공간 좌표계로 주어지는 위치 기반(position-based)구조와 카메라의 이미지 평면상에 주어지는 특징 기반(feature-based)구조로 분류된다[1]. 또한 로봇 동역학 제어부와 비전 시스템을 연결하는 구조에 따라 로봇 동역학 제어부의 피드백 루프 없이 영상 정보만을 사용하는 구조와 동역학 제어부에 비전 시스템에서 생성된 기준 입력과 기준 궤적을 추종하도록 하는 또하나의 피드백 루프를 가지는 구조로 분류할 수 있다. 단일 루프 구조는 빠른 비전 샘플링을 요구하며, 로봇 비선형 동역학 특성을 고려하지 못하는 선형화된 모델을 사용하고 있다. 반면, 이중 루프 구조는 비교적 느린 비전 샘플링 시간으로도 구현이 가능하나 시각 피드백 루프와 로봇 서보 루프가 상호 작용으로 인해 전체적인 시스템 성능 저하의 원인이 된다. 그러나 대부분의 이전 연구 결과들은 외란이나 파라미터 불확실성 등을 고려하지 않은 이상적인 로봇 동역

학 제어부의 성능을 가정하고 있다[2][3].

본 논문은 말단부에 장착된 카메라에서 추출된 영상 평면상의 특징점(feature point), 로봇 관절의 운동과 특징점 운동과의 관계를 나타내는 자코비안(Jacobian)을 이용하여 영상 평면상의 특징점을 원하는 특징점으로 이동시키기 위해 원하는 관절 속도를 생성시키고, 이를 추종하기 위한 동역학 제어부를 가지는 이중 루프 구조를 설계한다. 또한, 로봇 매니퓰레이터 제어에 있어서 부하변동, 파라미터 불확실성 의한 시스템 성능 약화를 개선하기 위한 강인 제어기를 설계한다. 제안된 강인 제어기의 안정성과 수렴성은 Lyapunov 안정도 판별기법을 적용하여 해석한다. 5-링크 2 자유도를 가지는 로봇 매니퓰레이터를 대상으로 MATLAB을 사용한 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 제어 성능을 입증하고자 한다.

II. 로봇 모델과 카메라 모델

마찰이 고려되지 않은 n -링크 강체 로봇 매니퓰레이터의 동역학 방정식은 다음과 같다[4].

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau \quad (1)$$

여기서, $q, \dot{q}, \ddot{q} \in R^n$ 은 각각 관절의 위치, 속도, 가속도 벡터이고, $\tau \in R^n$ 은 토크 벡터이다. 여기서, $M(q) \in R^{n \times n}$ 은 관성 행렬이고 양한(positive definite)이다. 또한 벡터 $C(q, \dot{q})\dot{q} \in R^{n \times 1}$ 은 구심력과 코리올리스 힘을 나타내는 벡터이고, $G(q) \in R^{n \times 1}$ 은 중력 벡터이다. 로봇 동역학 방정식의 성질에서 시스템의 안정성 증명에 사용되는 중요한 관계는 다음과 같다[5].

$$M(q) - 2C(q, \dot{q}) = 0 \quad (2)$$

로봇의 관절 속도 \dot{q} 과 로봇의 말단부의 선속도 v_c 와 각속도 ω_c 는 다음 관계를 만족한다[6].

$$\begin{bmatrix} v_c \\ \omega_c \end{bmatrix} = J_{\xi}(q) \dot{q} \quad (3)$$

여기서, $J_{\xi}(q)$ 는 로봇의 기하학적 자코비안(geometric Jacobian)이다.

또한 이 자코비안은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$J_{\xi}(q) = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & T(q) \end{bmatrix} J_A(q) \quad (4)$$

여기서 $J_A(q)$ 는 해석적 자코비안(analytic Jacobian)이라 하며, $T(q)$ 는 말단부의 회전을 나타내는 행렬이다. 로봇 매니퓰레이터의 말단부에 카메라가 장착된 비전 시스템에서 카메라 좌표계의 원점에서 목표물까지의 위치를 나타내는 ' $p_o = [X \ Y \ Z]^T$ '를 영상 평면에 원근 투영(perspective projection)시킬 때 이미지 평면상의 특징점 좌표는 다음과 같다.

$$\xi = [x \ y]^T = \begin{bmatrix} Xf \\ aZ \\ \beta Z \end{bmatrix}^T \quad (5)$$

여기서, f 는 카메라의 초점 거리, a, β 는 각각 X, Y 축의 단위 미터당 화소(pixel)수를 나타내는 비례 계수이다.

로봇 말단부의 속도와 이미지 평면에 있는 특징점의 속도 사이의 관계식을 얻기 위해 식 (5)을 미분하면 다음과 같이 된다.

$$\dot{\xi} = f \begin{bmatrix} \frac{1}{aZ} & 0 & -\frac{X}{aZ^2} \\ 0 & \frac{1}{\beta Z} & -\frac{Y}{\beta Z^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (6)$$

또한, ' $p_o = [X \ Y \ Z]^T$ '는 카메라 좌표계를 기준으로 하는 로봇 좌표계의 회전 행렬 카메라 ' R_o '를 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$${}^c p_o = {}^c R_o ({}^w p_o - {}^w p_c) \quad (7)$$

식 (7)을 미분하고 식 (6)에 대입하여 정리하면 다음과 같이 된다.

$$\dot{\xi} = J_{img}(\xi, Z) \begin{bmatrix} R_o^T(q) & 0 \\ 0 & R_c^T(q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_o(q) \\ \omega_o(q) \end{bmatrix} \quad (8)$$

여기서, 영상 자코비안(Jacobian) $J_{img}(\xi, Z)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$J_{img}(\xi, Z) = \begin{bmatrix} -\frac{F_1}{Z} & 0 & \frac{x}{Z} & \frac{xy}{F_2} & -\frac{F_1^2 + x^2}{F_1} & \frac{F_1}{F_2} y \\ 0 & -\frac{F_2}{Z} & \frac{y}{Z} & \frac{F_1 + y^2}{F_2} & -\frac{xy}{F_1} & -\frac{F_2}{F_1} x \end{bmatrix} \quad (9)$$

그리고, 식(8)에 식(3)을 대입하면 이미지 평면상의 특징점 속도는 로봇 관절의 속도로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{\xi} = J(q, \xi, Z) \dot{q} \quad (10)$$

여기서, 관절 속도와 영상 평면상의 특징점 속도와의 관계를 나타내는 자코비안 $J(q, \xi, Z)$ 는 다음과 같다.

$$J(q, \xi, Z) = J_{img}(\xi, Z) \begin{bmatrix} R_o^T(q) & 0 \\ 0 & R_c^T(q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & T(q) \end{bmatrix} \frac{\partial p_c}{\partial q} \quad (11)$$

III. 감인 제어기 설계

비전 시스템을 이용하는 로봇 제어에서는 목표물과 로봇의 위치를 영상 평면상의 영상 특징점으로 나타낸 후 이를 특정점이 일치하도록 로봇 매니퓰레이터를 제어한다. 영상 평면상에서 현재 특정점 ξ_d 와 원하는 특정점 ξ_d 사이의 오차와 관련된 함수를 다음과 같이 정한다.

$$\zeta = \xi_d - \xi \quad (12)$$

식 (12)를 시간에 대하여 미분하면 다음과 같다.

$$\dot{\zeta} = \dot{\xi}_d - \dot{\xi} \quad (13)$$

식 (13)에 식 (10)을 대입하면 다음과 같이 된다.

$$\dot{\zeta} = \dot{\xi}_d - J(q, \xi, Z) \dot{q} \quad (14)$$

원하는 관절 속도 \dot{q}_d 와 로봇 관절 속도와의 오차를 다음과 같이 정의한다.

$$\tilde{q} = \dot{q}_d - \dot{q} \quad (15)$$

식 (15)을 식 (14)에 대입하면 다음과 같다.

$$\dot{\zeta} = \dot{\xi}_d - J(q, \xi, Z) (\dot{q}_d - \tilde{q}) \quad (16)$$

식 (16)에서 원하는 관절 속도 \dot{q}_d 를 다음과 같이 정한다.

$$\dot{q}_d = J^+(K\xi + \xi_d) \quad (17)$$

여기서, K 는 설계 이득이며 양한의 대칭행렬로 정하고, $J^+ = J(q, \xi, Z)^T [J(q, \xi, Z) J(q, \xi, Z)^T]^{-1}$ 는 의사 역행렬(pseudo inverse matrix)이다.

식 (17)을 식 (16)에 대입하면 다음과 같다.

$$\dot{\zeta} = -K\xi + J(q, \xi, Z) \tilde{q} \quad (18)$$

식(1)은 다음과 같이 미지의 $p \times 1$ 상수 파라미터 θ 에 대해 나타낼 수 있다.

$$(M_o + \Delta M)(q) \tilde{q} + (C_o + \Delta C)(q, \dot{q}) \tilde{q} + (G_o + \Delta G)(q) = Y(q, \dot{q}, \ddot{q})(\theta_o + \Delta \theta) = \tau \quad (19)$$

여기서, $M_o(q), C_o(q, \dot{q}), G_o(q)$ 는 각각 $M(q), C(q, \dot{q})$, $G(q)$ 행렬의 공칭(nominal) 행렬이며, Δ 항으로 표현된 항은 부하변동이나 외란에 의한 파라미터 불확실성을 포함하는 항이다. 그리고 $Y(q, \dot{q}, \ddot{q})$ 은 $n \times p$ 의 축차 행렬(regression matrix)이다. 여기서, 부하 변동이나 외란에 의한 파라미터 불확실성이 유한하다고 가정한다면, 미지의 벡터 θ 를 이미 알고 있는 공칭(nominal) 벡터 θ_o 로 나타내면 파라미터 변동은 다음과 같이 제한된다고 가정 할 수 있다.

$$\|\Delta \theta\| = \|\theta - \theta_o\| \leq \rho \quad (20)$$

이와 같이 변동 범위가 제한되는 파라미터 변동을 보상하고 원하는 관절 속도 \dot{q}_d 를 추종하기 위한 제어 입력은 공칭항과 미지의 파라미터를 보상하는 항의 합으로 표현되며, 다음과 같이 정의한다.

$$\tau = M(q) \ddot{q}_d + C(q, \dot{q}) \dot{q}_d + g(q) + K_v \tilde{q}_d + J(q, \xi, Z)^T \xi \quad (21)$$

여기서, K_v 는 양한의 설계 이득 행렬이다. 여기서 공칭 항 τ_o 는 다음과 같다.

$$\tau_o = M_o(q) \ddot{q}_d + C_o(q, \dot{q}) \dot{q}_d + G_o(q) \quad (22)$$

따라서 식 (21)은 다음 같이 나타낼 수 있다.

$$\tau = \tau_o + Y(q, \dot{q}, \ddot{q}) u + K_v \tilde{q}_d + J(q, \dot{q}, \ddot{q})^T \xi \quad (23)$$

또한 비선형 제어 입력 u 는 파라미터 변동을 보상하기 위한 항으로 다음에 설계한다.

식(23)을 식 (1)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 상태 방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \ddot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_o(q)^{-1} & -C_o(q, \dot{q}) \\ -K_v \tilde{q}_d & -J(q, \dot{q}, \ddot{q})^T \xi + Y(q, \dot{q}, \ddot{q})(\Delta\theta - u) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \ddot{q} \end{bmatrix} \quad (24)$$

비선형 제어 입력 u 는 정리1과 같이 정의함으로써 시스템의 추종오차가 유한한 범위 내에 있도록 보장할 수 있다.

정리1. $\varepsilon > 0$ 인 설계 파라미터에 대해서 입력 벡터 u 를 다음과 같이 정의하면 식(23)의 제어 입력에 의해 폐루프 시스템의 추종오차는 유한한 범위 내에 있도록 할 수 있다.

$$u = \begin{cases} \rho \frac{Y^T \tilde{q}}{\|Y^T \tilde{q}\|}, & \|Y^T \tilde{q}\| > \varepsilon \\ \rho \frac{Y^T \tilde{q}}{\varepsilon}, & \|Y^T \tilde{q}\| \leq \varepsilon \end{cases} \quad (25)$$

증명 : 제어 시스템의 안정성을 증명하기 위하여 Lyapunov 후보 함수를 다음과 같이 정한다.

$$V = \frac{1}{2} \tilde{q}^T M_o(q) \tilde{q} + \frac{1}{2} \xi^T \xi \quad (26)$$

식 (26)을 미분하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} V &= \tilde{q}^T M_o(q) \tilde{q} + \frac{1}{2} \tilde{q}^T M_o(q) \dot{q} + \dot{\xi}^T \xi \\ &= \tilde{q}^T (-C_o(q, \dot{q}) \tilde{q} - K_v \tilde{q} - J(q, \dot{q}, \ddot{q})^T \xi + Y(q, \dot{q}, \ddot{q}) (\Delta\theta - u)) + \frac{1}{2} \tilde{q}^T M_o(q) \tilde{q} + \dot{\xi}^T (-K \xi + \tilde{w}) \\ &= -\tilde{q}^T K_v \tilde{q} - \dot{\xi}^T K \xi + \tilde{q}^T Y(\Delta\theta - u) \end{aligned} \quad (27)$$

$\|Y^T \tilde{q}\| > \varepsilon$ 인 경우 식(27)은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} V &= -\tilde{q}^T K_v \tilde{q} - \dot{\xi}^T K \xi + \tilde{q}^T Y(\Delta\theta - \rho \frac{Y^T \tilde{q}}{\|Y^T \tilde{q}\|}) \\ &\leq -W^T \Gamma W + \left(\|Y^T \tilde{q}\| \right)^2 (\|\Delta\theta\| - \rho) \\ &\leq -W^T \Gamma W \end{aligned} \quad (28)$$

여기서, $W = \begin{bmatrix} \tilde{q} \\ \xi \end{bmatrix}$, $\Gamma = \begin{bmatrix} K_v & 0 \\ 0 & K \end{bmatrix}$

다음으로 $\|Y^T \tilde{q}\| \leq \varepsilon$ 인 경우 식(27)에 식(25)을 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} V &= -\tilde{q}^T K_v \tilde{q} - \dot{\xi}^T K \xi + \tilde{q}^T Y(\Delta\theta - u) \\ &\leq -W^T \Gamma W + \frac{\rho \varepsilon}{4} \end{aligned} \quad (29)$$

따라서, $\|W\| \geq \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\rho \varepsilon}{\lambda_{\min}(\Gamma)}}$ 인 경우 장인 제어기에 의한 시스템은 균일 최종 한계(unultimately

boundedness)를 만족하게 된다.

IV. 모의 실험

본 논문에서 제안한 제어기법을 적용하여 모의 실험을 하기 위해 2-링크 로봇 매니퓰레이터의 동역학 방정식은 다음과 같다. 말단부의 원점과 카메라의 원점은 일치한다고 가정한다.

$$\begin{bmatrix} M_{11}(q) & M_{12}(q) \\ M_{21}(q) & M_{22}(q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & C_{12} \\ C_{21} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_1(q) \\ G_2(q) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}$$

여기서 관성행렬, 구심력과 코리올리스힘, 중력벡터는 다음과 같다.

$$M_{11}(q) = m_1 l_{c2}^2 + m_3 l_{c3}^2 + m_4 l_{c4}^2 + I_1 + I_3 = \theta_1$$

$$M_{12}(q) = (m_3 l_2 l_{c3} - m_4 l_1 l_{c4}) \cos(q_2 - q_1) = \theta_2 \cos(q_2 - q_1)$$

$$M_{22}(q) = m_2 l_{c2}^2 + m_3 l_{c3}^2 + m_4 l_{c4}^2 + I_2 + I_4 = \theta_3$$

$$C_{21}(q, \dot{q}) = \theta_2 \sin(q_2 - q_1) \dot{q}_2 \quad C_{12}(q, \dot{q}) = -C_{21}(q, \dot{q})$$

$$G_1 = g(m_1 l_{c1} + m_3 l_{c3} + m_4 l_{c4}) \cos q_1 = g\theta_4 \cos q_1$$

$$G_2 = g(m_2 l_{c2} + m_3 l_2 - m_4 l_{c4}) \cos q_2 = g\theta_5 \cos q_2$$

표 1. 로봇 매니퓰레이터의 파라미터들
Table. 1. Robot manipulator's parameters

m_1	5.5Kg	I_{c2}	0.140m	I_1	0.04Kgm ²
m_2	0.3Kg	I_{c1}	0.175m	I_2	0.003Kgm ²
m_3	0.2Kg	I_{c3}	0.070m	I_3	0.001Kgm ²
m_4	4.5Kg	I_{c4}	0.175m	I_4	0.06Kgm ²
I_1	0.350m	I_{cl}	0.250m		

장인 제어기의 성능 확인을 위한 파라미터 변동은 질량 m_4 가 $0 \leq \Delta m_4 \leq 4.5$ 범위 내에서 변하는 것으로 가정하였다. 파라미터 변동 범위를 위와 같이 정할 때 공칭 벡터 θ_o 는 변화의 평균값을 취한 것으로 다음과 같다.

$$\theta_o = [1.0424 \ -0.5857 \ 0.4903 \ 3.36 \ -1.6525]^T$$

선정된 공칭벡터를 이용하여 식(25)에서 정의된 파라미터의 변동 범위의 한계를 계산하면 불확실성의 한계 $\rho = 1.0349$ 이다

표 2. 설계 파라미터들
Table.2. Design parameters

K_v	1100I	α	$6.941 \times 10^{-6} (m/pixel)$
ε	1	β	$9.425 \times 10^{-6} (m/pixel)$
K	50I	f	0.016(m)

모의 실험의 설계 파라미터 값들은 표 2와 같으며, 각 관절의 초기 위치값은 $q_1 = \pi/2 (rad)$, $q_2 = \pi (rad)$ 으로 정하였고, 대상물(Object)의 초기 이미지 평면상의 특정 점 좌표 $\xi = [100 \ 100]^T$ 로, 원하는 특정 점 좌표 $\xi_d = [0 \ 0]^T$ 으로 설정하여 모의 실험을 수행하였다.

모의 실험에서 영상평면상의 특징점의 추종오차, 관절 속도의 오차, 특징점의 궤적, 동역학 제어부의 입력 토크값에 대한 모의 실험 결과는 다음 그림과 같다. 모의 실험 결과에서 보는 바와 같이 관절속도의 추종오차, 특징점의 추종오차는 0.01초 이내에 정상상태에 도달하고 정상 상태 오차는 0으로 수렴함을 알 수 있다. 제어 입력 토크값도 약간의 오버슈트, 인더슈트가 발생하지만 원하는 특징점으로 로봇이 움직임에 따라 토크 입력도 수렴함을 볼 수 있다.

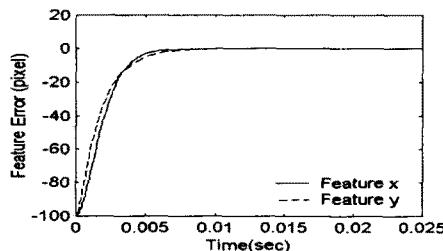


그림 1 특징점의 추종오차

Fig 1. The tracking error of feature point

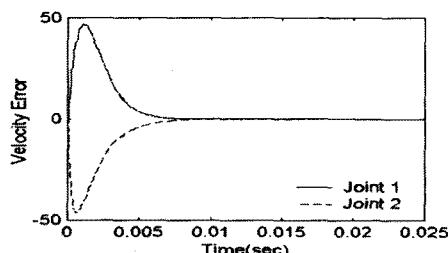


그림 2 관절 1,2의 속도 오차

Fig 2. The velocity error of joint 1,2

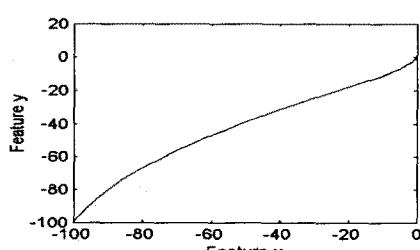


그림 3 특징점의 궤적

Fig 3. The trajectory of feature point

V. 결론

본 논문은 로봇 관절 속도를 제어하기 위한 특징점 기반 시각 서보제어기를 제안하였다. 대상 물체의 특징점을 원하는 좌표로 이동시키기 위한 원하는 관절 속도를 생성하고 동역학 제어부에서는 파라미터 변동

에도 강인한 장인 제어기를 사용하여 제어입력을 설계하였다. 제안된 제어기의 안정도 및 수렴성은 Lyapunov 기법으로 증명하였다. 모의 실험에서 정상 상태 오차를 0으로 수렴시킴으로써 제안된 기법이 실용 로봇 제어에 적용될 수 있음을 보였다

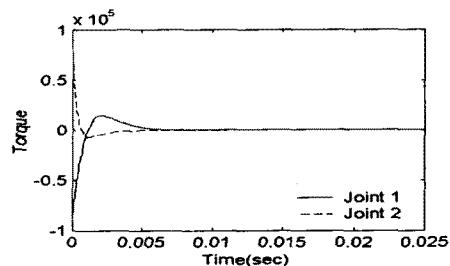


그림 4 관절 1,2의 입력 토크값

Fig 4. The torque input of joint 1,2

참고 문헌

- [1] K. Hashimoto, editor, "VISUAL SERVOING." World Scientific. 1993
- [2] Koich. Hashimoto et. al, "Manipulator Control with Image-Based Visual Servo," *IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, pp.2267-2272, 1991.
- [3] Rafael Kelly, Javier Moreno and Fermin Perez, "Manipulator Motion Control in Operational Space Using Joint Velocity Inner Loops," *IEEE Proc. on Decision and Control*, pp 2416-2417, 2001.
- [4] M. W. Spong and M. Vidyasagar, *Robot Dynamics and Control*, New York : John Wiley, 1989.
- [5] D. Koditschek, "Natural motion for robot arms," in *Proc.23rd Conf. Decision and Control*, Las Vegas, NV, pp. 733-735, Dec. 1984
- [6] L. sciavicco and B. siciliano, *Modeling and Control of Robot Manipulators*. New York : McGrawHill, 1996
- [7] H. G. Sage, M. D. mathelin and E. O. stertag, "Robust control of robot manipulators : a survey," *Int. J. Control*, vol.72, no. 16, 1498-1522, 1999.
- [8] M. Corless and G. Leitmann, "Continuous state feedback guaranteeing uniform ultimate boundedness for uncertain dynamics systems," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-26, pp. 1139-1144, 1981.

* 본 연구는 재단법인 한국항공대학교 창천문화재단 학술 연구비 지원으로 수행되었음