

## 2-관성 공진계의 진동 억제를 위한 기준 입력 궤적에 관한 연구

### Study on Reference Trajectory Planning for Vibration Suppression of 2-Mass System

권혁성\*, 이학성\*\*

(Hyuk-Sung Kwon, Hak-Sung Lee)

\* 세종대학교 전자공학과(E-mail : bonono@chol.net) \*\* 세종대학교 전자공학과(E-mail : hslee@sejong.ac.kr)

**Abstract :** This paper presents an speed reference trajectory planning methods for vibration suppression in a 2-mass resonant system which has a flexible coupling between a load and a driving motor. Due to this flexibility, the system often suffers vibration especially when the motor is controlled for higher speed command. The steady state conditions are utilized to derive desired load speed trajectory which does not cause the torsional vibration. And the desired motor speed trajectory is synthesized base on the relation between load and motor speed. The simulation and experiment result suggest that the proposed method effectively suppress the vibration.

**Keywords :** input trajectory planning, inertia ratio, 2-mass resonant system, vibration suppression

#### 1. 서론

최근 산업용 로봇의 응용 산업은 생산성 향상과 경비 절감을 요구하고 있다. 따라서 산업용 로봇의 빠르고 정확한 속도 및 위치 제어 능력을 필요로 한다. 산업용 로봇의 구조는 시스템의 동력(動力)을 발생하는 전동기(Motor), 발생된 힘에 의해 움직이는 부하(負荷), 그리고 전동기와 부하 사이에 동력 전달 요소로 구성된다. 일반적으로 동력 전달 요소로는 기어, 축, 감속기 등을 사용한다. 만약 전동기와 부하가 강성이 작은 동력 전달 요소로 연결되면 전동기의 관성과 부하의 관성 차이에 의해 동력 전달 요소에서는 비틀림 현상이 발생하고 이는 부하의 진동을 유발한다. 이와 같이 전동기와 부하가 강성이 작은 동력 전달 요소로 구성된 기계계를 2-관성 공진계(2-Mass Resonant System)라고 한다. 과거의 2-관성 공진계 제어는 일반적으로 PI 속도 제어기를 사용하였다. PI 제어기의 응답 특성을 빠르게 하기 위해 제어 이득을 크게 하면 공진에 의해 부하에는 진동이 발생하였다. 때문에 PI 속도 제어기의 차단 주파수가 기계계의 공진 주파수(Resonant Frequency)에 비해 충분히 낮게 되도록 설계하여 제어기의 응답 특성을 낮추는 것으로 제어기가 비틀림 진동에 응답하지 않도록 하였다. 그러나 제어 시스템의 저속 응답 특성과 정밀도 저하 문제를 해결하지는 못했다. 또한 부하의 관성 모멘트가 전동기의 관성 모멘트에 비해 작을 경우 부하 진동에 관한 보상이 이루어지지 않아 진동 억제가 불가능하였다. 최근 들어 생산성 향상을 도모하기 위해 2-관성 공진계 시스템의 제어에 있어서 비틀림 진동을 억제하며 높은 정확도와 빠른 응답성의 제어기 설계가 절실히 요구되고 있다.

2-관성 공진계의 부하 진동을 억제하기 위하여 관측기 기반 폐환시스템(Observer-based Feedback System)이 연구되고 있다[1-4]. 관측기 기반 폐환 시스템은 관측기로 측정 불가능한 상태 변수(State Variable)를 추정하여 폐환하는 방식을 취한다. 즉, 2-관성 공진계에서 직접 측정이 불가능한 부하 끝단의 속도, 비틀림 토크, 부하의 외란 토크 등을 관측기로 추정하여 제어에 이용하는 것이다. 일반적으로 관측기는 제어 대상 시스템에 대한 정확한 모델을 필요로 하고 관측기의 관측 성능이 우수하기 위해서는 사용되는 계수의 정밀성이 요구된다. 그러나 계수들은 측정이 어렵고, 특히 부하의 관성 계수는 로봇의 부하 및 로봇 팔의 Kinematics 등에 의해 달라지므로 정밀한 수치를 측정하는데 어려움이 있다. 이로 인해 관측기에서는 다소 부정확한 계수를 사용할 수밖에 없고 이로 인해 적절한 진동 억제가 이루어지지 않을 수 있다.

본 논문에서는 2-관성 공진계의 진동 억제 및 응답성 향상을 위하여 다음 방법을 제안하였다. 제어 입력에 관한 연구를 통해 부하의 속도 궤적이 전동기의 속도 제어만으로 유지 가능함을 근거로 측정이 어려운 부하의 정보 없이 부하의 진동 억제를 위한 입력 궤적을 전동기에 인가하는 순방향(Feedforward) 제어 기법이다. 제안한 방법은 측정이 어려운 부하 측의 정보 없이 진동을 억제 제어가 가능하며, 부하 측의 관성이 전동기 관성보다 작아 일반적으로 진동 억제 제어가 어려운 경우에도 제약 없이 사용 가능하다는 장점을 가지고 있다.

#### II. 2-관성 공진계(2-Mass Resonant System)

전동기와 부하가 강성이 작은 동력 전달 요소에 의해 연결된 2-관성 공진계의 모델은 그림 1 과 같다. 그림 1 에서 강성이 작은 동력 전달 요소는 탄성을 가지는 스프링 성분으로 표현한다.

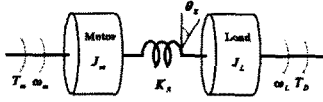


그림 1. 2-관성 공진계 모델

그림 1 에서  $J_m$  과  $J_L$  은 전동기와 부하의 관성 모멘트를 나타내고,  $K_s$  는 동력 전달 요소의 비틀림 상수를 나타낸다. 전동기가 발생시킨 토크를  $T_m$ , 부하에 인가되는 외란 토크(Disturbance Torque)를  $T_D$ 라 하고, 전동기 토크에 의한 전동기와 부하의 각속도를 각각  $w_m$ 과  $w_L$ 이라고 하며, 전동기와 부하 사이의 각 변위( $\theta_m - \theta_L$ )를  $\theta_s$ 라고 한다. 또한, 동력 전달 요소의 비틀림 토크의 양은  $K_s \theta_s$ 이다. 그림 1 의 2-관성 공진계에 대한 상태 방정식은 (1)과 같다.

$$\dot{x} = Ax + BT_m + CT_L \quad (1)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \frac{K_s}{J_m} & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & \frac{K_s}{J_L} & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = [1/J_m \ 0 \ 0]^T$$

$$C = [0 \ 0 \ -1/J_L]^T$$

여기서, 제어 입력  $u = T_m$ , 상태 변수 벡터  $x = [w_m \ \theta_s \ w_L]^T$ 이다. 기계적 공진 주파수  $w_m$ 과 반공명 주파수(anti-resonant frequency)  $w_L$ 은 2-관성계의 중요한 특성이다. 이것들은 전달함수  $T(s) = w_m/T_m$  (2)를 통해 계산된다.

$$T(s) = \frac{s^2 + w_L^2}{J_m s(s^2 + w_m^2)} \quad (2)$$

$$w_L = \sqrt{K_s/J_L} \quad (3)$$

$$w_m = \sqrt{K_s/J_m + K_s/J_L} \quad (4)$$

공명 주파수와 반공명 주파수 사이의 비율  $R = w_m/w_L$ 은 공명 비율이라 하고 (5)와 같다.  $R$  값이 1에 가까울 때 기계적 공명에 의해 진동 억제가 어려워진다[5].

$$R = \sqrt{1 + J_L/J_m} \quad (5)$$

실제 부하의 움직임은 부하 끝단의 움직임, 그림 1 에서  $w_L$ 에 의해 결정된다. 일반적으로 부하 끝단의 정보를 검출하는 것은 어려움이 많기 때문에 전동기의 각속도만

을 이용하여 2-관성 공진계를 제어 한다. 이럴 경우 전동기의 관성과 부하의 관성 차이로 인해 발생하는 동력 전달 요소의 비틀림이 제어에 고려되지 않기 때문에 이에 의해 부하 측에 발생한 진동을 억제하기 어렵다. 특히 고속의 속도 제어가 필요한 경우 전동기에 대해 급격한 가속이 요구되고 이로 인해 동력 전달 요소의 비틀림은 커지게 되어 진동 발생은 증가되어 제어 성능은 저하한다. 본 논문에서는 부하 측 각속도 측정의 난해성 때문에 제어의 입력에 관한 연구를 통해 부하의 속도 제어가 전동기의 속도 제어만으로 유지 가능함을 근거로 측정이 어려운 부하의 정보 없이 부하의 진동 억제를 위한 입력 제어를 전동기에 인가하여 이를 극복하고 부하의 진동을 억제하여 제어 성능을 향상시켰다.

### III. 기준 입력 계획

일반적으로 2-관성 공진계의 속도 제어에서 궁극적인 제어 대상이 되는 변수는 전동기의 각속도가 아니라 부하 측의 각속도이다. 그러나 부하의 각속도는 측정이 불가능한 경우가 많다. 그렇기 때문에 앞서 소개하였듯이 관측기를 이용해 측정 불가능한 부하의 각속도와 비틀림 토크 등을 추정하여 상태 궤환하는 방법[1-4]이 연구되고 있다. 그러나 관측기 기반 궤환 시스템은 제어 대상에 대한 정확한 모델링이 필요하다는 단점을 지니고 있다. 기준 입력 계획 제어 기법 또한 2-관성 공진계에 적용하기 위해서는 측정이 불가능한 변수인 부하의 각속도에 대해 기준 입력 제어 기법을 적용하는 문제가 해결되어야 한다. 또한, 기준 입력 계획 기법은 제어 대상 시스템의 출력이 미리 정해진 원하는 출력 궤적을 추종 가능할 경우에 적용 가능하다. 그렇기 때문에 2-관성 공진계의 속도 제어의 경우 각속도 지령에 대한 Set Point Tracking 문제를 적절한 경로 추종 문제로 변환 시킬 필요가 있다. 따라서 기준 입력 계획 기법을 2-관성 공진계의 부하 진동을 억제하는 속도 제어에 응용하기 위해서는 (i) '기준 입력 계획의 적용' 과 (ii) '출력 경로 설정' 등의 문제가 해결되어야 한다. 본 장에서는 이러한 문제를 해결하기 위한 방안을 소개한다.

#### 3.1 기준 입력 계획의 적용

2-관성 공진계의 속도 제어에서 궁극적인 제어 대상 변수는 측정이 불가능한 부하의 각속도이다. 전동기의 각속도의 측정은 전동기에 부착된 인코더 정보를 통해 측정이 가능하지만, 부하 측의 움직임은 전동기의 인코더를 통해 유추하기 어렵고 센서를 부착하여 측정하는 것 또한 어렵다. 기준 입력 계획 기법 또한 부하의 각속도를 제어 대상으로 하기 때문에 효과적인 속도 제어를 위해선 부하의 각속도 측정이 반드시 필요하다. 본 절에서는 이와 같이 부하의 각속도가 검출이 불가능하므로 검출이 가능한 전동기의 각속도를 이용하여 기준 입력 계획 제어 기법을 적용하려 한다. 이를 위해 먼저 부하의 각속도와 전동기의 각

속도간의 관계를 도출한다. 2-관성 공진계의 일반적인 상태 방정식, (1)에 의하면, (6)을 구할 수 있다.

$$\frac{d}{dt}w_L = \frac{K_S}{J_L}\theta_S \quad (6)$$

여기서, (6)을 미분하고  $\dot{\theta}_S = w_m - w_L$ 을 대입하고 정리하면 다음과 같이 전동기의 각속도와 부하의 각속도 사이의 관계 (7)을 구할 수 있다.

$$w_m = w_L + \frac{J_L}{K_S} \frac{d^2}{dt^2}w_L \quad (7)$$

(7)은 부하의 각속도와 전동기의 각속도간의 관계를 나타내는 식으로 이를 이용하면 전동기의 각속도만으로도 부하의 각속도를 원하는 속도 궤적으로 유지 시키는 것이 가능하다. 만약 부하의 각속도에 대한 원하는 속도 궤적을  $w_L^d(t)$ 라 하면 (7)에 의해 전동기 측의 원하는 속도 궤적  $w_m^d(t)$  은 (8)과 같이 구해진다.

$$w_m^d(t) = w_L^d(t) + \frac{J_L}{K_S} \frac{d^2}{dt^2}w_L^d(t) \quad (8)$$

따라서 전동기의 각속도를 (8)에 의해 정의된 궤적을 추종하도록 하면 검출이 어려운 부하 측의 각속도가 주어진 궤적  $w_L^d(t)$ 를 추종하도록 하는 것이 가능하다.

### 3.2 출력 경로 생성

일반적으로 속도 제어에 있어서 제어 목적은 출력 변수를 목표치에 도달하게 하는 set point tracking 문제로 주어진다. 한편 이를 기준 입력 궤적 기법에 적용하기 위해서는 출력 궤적이 필요하다. 이 출력 궤적은 set point 간에 적절한 경로를 생성하는 것으로 구성 가능하다. 본 절에서는 이 출력 경로 생성에 필요한 경계치 조건에 대해 생각해본다. 이를 위해 부하 측 각속도가  $w_L(t_1) = a$ 에서  $w_L(t_2) = b$ 로 변화하는 상황을 고려하자. 이 set point를 정상 상태(Steady State)로 간주하면 시각  $t_1$ 과  $t_2$ 에서 상태 변수  $x = [w_m \ \theta_S \ w_L]^T$ 는 (9)와 같다.

$$\begin{aligned} w_m(t_1) &= w_L(t_1) = a, \quad \theta_S(t_1) = 0 \\ w_m(t_2) &= w_L(t_2) = b, \quad \theta_S(t_2) = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

(9)의 조건을 (1)에 적용하면 (10)을 얻는다.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}w_L(t_1) &= \frac{K_S}{J_L}\theta_S(t_1) = 0 \\ \frac{d}{dt}w_L(t_2) &= \frac{K_S}{J_L}\theta_S(t_2) = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

또, (10)을 미분하고 (9)에 대입하면 (11)을 얻는다.

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dt^2}w_L(t_1) &= \frac{K_S}{J_L}(w_m(t_1) - w_L(t_1)) = 0 \\ \frac{d^2}{dt^2}w_L(t_2) &= \frac{K_S}{J_L}(w_m(t_2) - w_L(t_2)) = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

따라서 원하는 각속도 경로는 (6)-(8)을 만족하도록 설정

되어야 한다. 예를 들어  $w_L^d(t)$ 를  $w_L$ 에 대한 원하는 속도 궤적이라 하면 (12)를 만족하도록 설정되어야 한다.

$$\begin{aligned} w_L^d(t_1) &= a, \quad \frac{d}{dt}w_L^d(t_1) = \frac{d^2}{dt^2}w_L^d(t_1) = 0 \\ w_L^d(t_2) &= b, \quad \frac{d}{dt}w_L^d(t_2) = \frac{d^2}{dt^2}w_L^d(t_2) = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

## IV. 실험결과

본 장에서 제안한 기준 입력 궤환 기법의 유효성을 검증하기 위해 그림 1에서 제시한 2-관성 공진계를 대상으로 실험을 하였다. 모의실험에 사용된 2관성 공진계의 파라미터들은 표 1과 같다. 모의실험은 부하의 각속도가 정정시간(Settling Time) 0.6초 이내에 0 (rad/sec)에서 5 (rad/sec)까지 변화하도록 속도 제어를 목표로 한다. 조건을 만족하는 부하의 각속도 궤적은 (13)과 같다. 여기서  $k = 1929$ ,  $\alpha = 0.6$ 이다

$$w_L^d = \begin{cases} \frac{k}{5}t^5 - \frac{k}{2}\alpha t^4 + \frac{k}{3}\alpha^2 t^3, & 0 \leq t \leq \alpha: *1 \\ 5, & t > \alpha: *2 \end{cases} \quad (13)$$

(8)을 이용하여 (13)에 정의된 부하의 각속도 궤적에 대응하는 전동기의 속도 궤적은 (14)와 같다.

$$w_m^d = \begin{cases} k\left\{\frac{1}{5}t^5 - \frac{\alpha}{2}t^4 + \frac{\alpha^2}{3}t^3 + \frac{J_L}{K_S}(4t^3 - 6\alpha t^2 + 2\alpha^2 t)\right\}, & *1 \\ 5, & *2 \end{cases} \quad (14)$$

전동기의 관성모멘트	$J_m [kgm^2]$	0.016 <sup>*3</sup> 0.016 <sup>*4</sup>
부하의 관성모멘트	$J_L [kgm^2]$	0.004 <sup>*3</sup> 0.001 <sup>*4</sup>
비틀림 상수	$K_S [Nm/rad]$	1.2938

\*3: when  $R = \sqrt{1.25}$ , \*4: when  $R = \sqrt{1.06}$

표 1. 모의실험 변수

### 4.1 부하 측 관성 모멘트에 대한 제어 성능 비교

일반적으로 공명 비율(5)이 1에 근접할 경우 기계적 공명에 의해 진동 역제가 어려워진다[5]. 또한 부하 관성 계수는 로봇의 부하 및 로봇 팔의 Kinematic 등에 의해 달라지므로 정밀한 수치를 측정하기 어렵다. 이럴 경우 PI 제어 기법 또는 관측기 기반 궤환 시스템은 진동 억제에 취약하게 된다. 하지만 본 논문에서 제시한 입력 궤적을 적용하면 이를 해결할 수 있다. 그림 2와 3은 (14)를 통해 생성한 입력 궤적을  $R = \sqrt{1.06}$ 인 경우와  $R = \sqrt{1.25}$ 인 경우로 나누어 인가하고 PI 속도 제어 결과와 비교한 것이다. 그림 2와 3에서 알 수 있듯이 본 논문에서 제안한 입력 궤적을 적용할 경우 공명 비율에 제약 없이 부하의 진동 억제 우수성 및 응답 특성의 향상을 확인하였다.

### 4.2 모델링 오차에 대한 제어 성능 비교

본 논문에서는 부하의 각속도와 전동기의 각속도 간의 관계를 이용하여 직접 부하 측 각속도를 제어하는 대신 전동기 측 각속도를 제어하여 간접적으로 부하 측 각속도를 제어하였다. 모델링 오차에 대한 제어 성능을 살펴보기 위해 (8)을 다음과 같이 모델링 오차를 포함하고 있는 (15)와 같이 변경하였다.

$$w_m^d(t) = w_L^d(t) + (1 + \epsilon) \frac{J_L}{K_S} \frac{d^2}{dt^2} w_L^d(t) \quad (15)$$

(15)에서  $\epsilon$ 는 모델링 오차를 나타내는 변수로  $\epsilon = 0$ 이면 오차가 없는 상태이다. 비교를 위해  $\epsilon = 0$ ,  $\epsilon = -0.7$ ,  $\epsilon = 0.7$ 로 설정하고 모의실험을 하였다. 그림 4는 각 경우에 대한 부하의 각속도 궤적이다. 그림 4에서 보이듯 모델링 오차에 의해 추종되는 궤적에 다소 변경이 있지만 세 가지 경우 모두 진동 없이 효과적으로 제어가 가능하다.

### V. 결론

본 논문에서는 2-관성 공진계의 진동 억제 및 응답성 향상을 위한방법을 제안하였다. 제어의 입력에 관한 연구를 통해 부하의 속도 궤적이 전동기의 속도 제어만으로 유지 가능함을 근거로 측정이 어려운 부하의 정보 없이 부하의 진동 억제를 위한 입력 제어를 전동기에 인가하는 순방향(Feedforward) 제어 기법이다. 제안한 방법은 측정이 어려운 부하 측의 정보 없이 진동을 억제 제어가 가능하며, 부하 측의 관성이 전동기 관성보다 작아 일반적으로 진동 억제 제어가 어려운 경우에도 제약 없이 사용 가능하다는 장점을 가지고 있다. 모의실험을 통해 제안한 방법의 진동 억제 우수성 및 응답 특성의 향상을 확인하였다.

### 참고문헌

- [1] K. Sugiura and Y. Hori, "Vibration Suppression in 2- and 3-Mass System Based on the feedback of Imperfect Derivative of the Estimated Torsional Torque," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol.43, no.1, Feb 1996, pp.56-64
- [2] J.S. Kim, S.U. Kim and Y.S. Kim, "The Vibration Suppression Control of the 2-Mass Resonant System Using the H-infty Filter," *IECON '98. Proceedings of the 24th Annual Conference of the IEEE*, Vol.3, Aug 1998, pp. 1464-1470
- [3] S.H. Song, J.K. Ji, S.K. Sul and M.H. Park, "Torsional Vibration Suppression Control in 2-Mass System by State Feedback Speed Controller," *Second IEEE Conference on Control Applications*, Sep. 1993, pp.129-134
- [4] H. Kawaharada, I. Godler, T. Ninimiya and H. Honda, "Vibration Suppression Control in 2-inertia System by Using Estimated Torsion Torque," *IECON 2000. 26th Annual Conference of the IEEE*, Vol 3, 22-28 Oct. 2000, pp 2219-2224

- [5] K. Sugiura and Y. Hori, "Proposal of quad-pole controller based on resonance ratio control for 2-mass system," in *Proc. IEEE 3rd AMC Workshop*, 1994, pp. 409-416

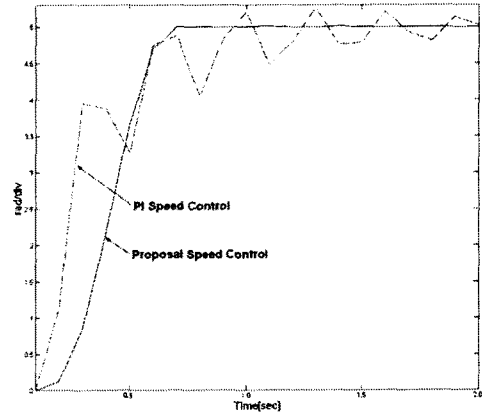


그림 2.  $R = \sqrt{1.25}$ 일 때, 부하의 각속도 비교

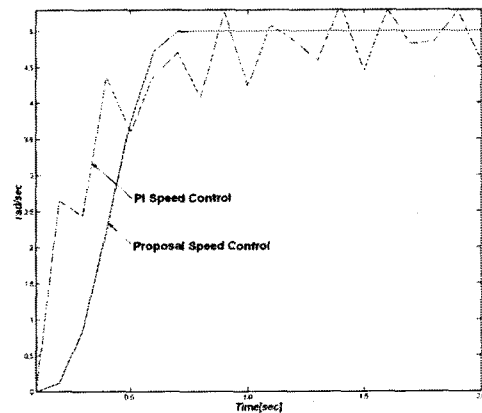


그림 3.  $R = \sqrt{1.06}$ 일 때, 부하의 각속도 비교

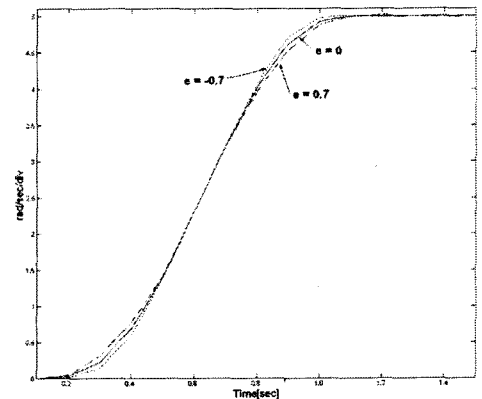


그림 4. 모델링 오차에 의한 부하의 각속도( $R = \sqrt{1.25}$ )