

2차슬라이딩 모드를이용한불확실성을갖는 비선형시스템의간접적응퍼지제어

IndirectAdaptiveFuzzyControlofUncertainNonlinearSystems UsingSecondOrderSlidingMode

박원성, 황영호, 양해원

한양대학교 전기전자제어계측공학 (전화:(031)419-2313, 팩스:(031)501-1538, E-mail:pkwssh@hotmail.com)

Abstract : In this paper, a second order sliding mode control that combines with a fuzzy adaptation technique is presented for a nonlinear system with unknown dynamics. The chattering effect that is a representative disadvantage of the sliding mode control is avoided by using the second order sliding mode control instead of the first order sliding mode control. The proposed controller is composed of the equivalent control that is approximated by an online adaptation scheme and the hitting control that is used to constrain the states to maintain on the sub-sliding surface and used to guarantee the system robustness. Simulation results are presented to show the effectiveness of the proposed controller.

1.서론

슬라이딩 모드 제어 이론은 불확실성 문제를 극복하는 가장 효과적인 방법중 하나로 잘 알려져 있다. 슬라이딩 모드는 견실성과 제어기 설계의 간략성 등의 특성을 나타내는 반면, 각각의 상태 변수가 스위칭 평면에서 이탈하지 않도록 하기 위해 제어 신호의 순간적인 스위칭 동작이 필요하게 되며, 이는 시스템의 잠재적인 위험 요소가 되는 떨림 현상(chattering effect)을 야기하게 된다. 이러한 떨림 현상의 극복은 슬라이딩 모드의 구현에 있어서 가장 중요한 문제로서, 지금까지도 많은 연구가 진행되고 있다.

본 논문에서는 이러한 떨림 현상을 제거하는 방법으로 2차 슬라이딩 모드를 적용하였다. 1차 슬라이딩 모드와는 달리 2차 슬라이딩 모드는 떨림 현상을 극복하는데 있어 훌륭한 성능 특성을 보이지만, 기본적으로 내부 시스템에 대한 유계값을 사전에 알고 있어야 한다는 점에서 많은 제약이 따르게 된다. 본 논문에서는 이를 극복하기 위해 퍼지 알고리즘을 이용한 함수 근사기를 사용함으로써, 시스템의 완벽한 수학적 모델과 미지 함수의 사전 정보 없이 제어기를 설계하였다.

2.문제 정의 및 2차슬라이딩 모드

2.1 문제 정의

다음과 같은 n차 SISO 비선형 동적 시스템을 고려한다.

$$\dot{x}(t) = x_{i+1}(t), \quad i = 1, 2, \dots, n-1$$

$$\dot{x}(t) = f[x(t)] + g[x(t)]u(t) \quad (1)$$

여기서 $x(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T$ 는 측정 가능한 상태 변수 벡터이고, $f[x(t)]$ 와 $g[x(t)]$ 는 미지의 연속 함수이며, 유계값은 알지 못한다.

본 논문의 제어 목적은 (1)과 같은 시스템의 상태 변수 벡터 $x(t)$ 를 영의 값으로 수렴하도록하는 동시에, 기존의 1차 슬라이딩 모드의 불연속 제어기를 2차 슬라이딩 모드 알고리즘을 적용하여, 연속 제어기로 변환시켜 줌으로써 시스템의 떨림 현상을 제거하는 것이다.

2.2 2차 슬라이딩 모드 제어기 설계

다음과 같은 스위칭 평면을 선택하자.

$$s(t) = C^T x(t),$$

$$C = [c_1, c_2, c_3, \dots, c_{n-1}]^T \quad (2)$$

여기서 벡터 C는 다음의 동적 방정식이 Hurwitz가 되도록 선택한다.

$$\dot{x}_1(t) + c_1 x_1(t) + \dots + c_{n-1} x_{n-1}(t) + c_n x_n(t) = 0$$

2차 슬라이딩 모드 제어기 설계를 위해 다음의 내부 시스템을 고려하자.

$$\dot{y}(t) = y_2(t),$$

$$\dot{y}(t) = h[x(t), u(t)] + g[x(t)]v(t) + \sum_{i=1}^{n-1} c_i \dot{y}_i(t) \quad (3)$$

여기서

$$y_1(t) = s(t),$$

$$y_2(t) = \hat{x}(t),$$

$$h[x(t), u(t)] = \left\{ \frac{d}{dt} f[x(t)] + c_{..1} f[x(t)] \right\} + \left\{ \frac{d}{dt} g[x(t)] + c_{..2} g[x(t)] \right\} u(t),$$

$$v(t) = \hat{x}(t)$$

이다.

또한 다음과 같은 내부 스위칭 평면을 선택하자.

$$\sigma(t) = y_2(t) + \lambda y_1(t) \quad (4)$$

여기서 λ 는 양의 상수로 선택한다.

만일 내부 시스템의 상태 변수 $y_1(t), y_2(t)$ 가 측정가능하고, 또한 함수 $h[x(t), u(t)], g[x(t)]$ 를 알고 있다면, 내부 시스템에 대한 제어 입력 신호는 다음과 같이 설계 할 수 있다.

$$\begin{aligned} v_{\eta}(t) &= g[x(t)]^{-1} \{-h[x(t), u(t)] - \sum_{i=1}^m c_i \hat{x}(t) \\ &\quad - \lambda \hat{x}(t)\}, \\ v_{\nu}(t) &= g[x(t)]^{-1} \{-K \operatorname{sgn}(\sigma)\}, \\ v(t) &= v_{\eta}(t) + v_{\nu}(t) \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 K 는 양의 실수로 선택하고, $v_{\eta}(t)$ 는 내부 등가 제어 입력 신호이며, $v_{\nu}(t)$ 는 내부 스위칭 제어 입력 신호이다. 설계된 제어 신호 $v(t)$ 는 내부 시스템의 상태 변수 $y_1(t), y_2(t)$ 를 영으로의 수렴을 유도하고, 이것은 결과적으로 실제 시스템에서, 상태 변수 $x(t)$ 를 영으로 수렴시킨다.

하지만, 위의 내부 시스템에서의 $h[x(t), u(t)]$ 를 사전에 알기 어려우며, $g[x(t)]$ 또한 미지의 함수이기 때문에, 앞서 설계한 제어 신호를 직접 사용 할 수 없다.

2.3 간접 적응 퍼지 2차 슬라이딩 모드 제어기 설계

퍼지 시스템의 i 번째 IF-THEN 규칙은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} R(i) : & \text{IF } x_1 \text{ is } F_1^i \text{ and } \dots \text{ and } x_n \text{ is } F_n^i \\ & \text{THEN } y^i = G^i \end{aligned}$$

여기서 F^i 와 G^i 는 퍼지 집합이다.

퍼지 시스템을 Product Inference Engine, Singleton Fuzzifier, Center Average Defuzzifier로 구성하면, 시스템의 출력은 다음과 같다.

$$y(x) = \frac{\sum_{i=1}^M \bar{y}^i \left(\prod_{j=1}^n \mu_{F_j^i}(x_j) \right)}{\sum_{i=1}^M \left(\prod_{j=1}^n \mu_{F_j^i}(x_j) \right)} = \theta^T \xi(x) \quad (6)$$

여기서 $\theta = [\bar{y}_1, \bar{y}_2, \dots, \bar{y}_M]^T$ 은 적응 파라미터 벡터이며,

$\xi = [\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_M]$ 은 퍼지 기저 함수 벡터이다. 그리고, M 은

규칙의 총수이다.

퍼지 근사기를 이용한 내부 시스템의 제어기는 다음과 같다.

$$\hat{v}_{\eta}(t) = \hat{g}[x(t)]^{-1} \{-\hat{h}[x(t), u(t)] - \sum_{i=1}^m c_i \hat{x}(t) - \lambda \hat{x}(t)\},$$

$$\hat{v}_{\nu}(t) = \hat{g}[x(t)]^{-1} \{-K \operatorname{sgn}(\sigma)\},$$

$$\hat{v}(t) = \hat{v}_{\eta}(t) + \hat{v}_{\nu}(t) \quad (7)$$

여기서 $\hat{h}[x(t), u(t)] = \theta^T \xi$, $\hat{g}[x(t)] = w^T \xi$ 이며, 이는 각각의 퍼지 시스템의 출력을 나타낸다.

시스템의 적응 파라미터 벡터 $\theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_M]^T$ 와 $w = [w_1, w_2, \dots, w_M]^T$ 에 대한 적응칙을 다음과 같이 선택하자.

$$\dot{\theta} = \gamma_1 \sigma \xi,$$

$$\dot{w} = \gamma_2 \sigma \xi^T \hat{v} \quad (8)$$

지금까지 설계한 제어 입력 신호 $\hat{v}(t)$ 는 내부 시스템에 대한 제어 입력 신호이다. 그러므로 실제 시스템의 입력 신호는 다음과 같이 설계 할 수 있다.

$$u(t) = u(0) + \int \hat{v}(\tau) d\tau \quad (9)$$

3. 시스템 안정도 해석

Lyapunov 함수 후보를 다음과 같이 선택하자.

$$V = \frac{1}{2} \left(\sigma^2 + \frac{1}{\gamma_1} \tilde{\theta}^T \tilde{\theta} + \frac{1}{\gamma_2} \tilde{w}^T \tilde{w} \right) \quad (10)$$

그리고, 함수의 최적 근사 파라미터 벡터를 θ^* 와 w^* 라 하면, 근사 오차와 파라미터 추정 오차를 다음과 같이 정의 할 수 있다.

$$\varepsilon_1 = h(x, u) - \theta^{*T} \xi,$$

$$\varepsilon_2 = g(x) - w^{*T} \xi,$$

$$\tilde{\theta} = \theta - \theta^*,$$

$$\tilde{w} = w - w^* \quad (11)$$

여기서 편의상 시간 변수 t 는 생략하기로 한다.

$$\dot{V} = \sigma \dot{\sigma} + \frac{1}{\gamma_1} \tilde{\theta}^T \dot{\tilde{\theta}} + \frac{1}{\gamma_2} \tilde{w}^T \dot{\tilde{w}}$$

$$= \sigma \{ h(x, u) + \sum_{i=1}^m c_i \hat{x} + g(x) \hat{v} + \hat{g}(x) \hat{v}$$

$$- \hat{g}(x) \hat{v} \} + \frac{1}{\gamma_1} \tilde{\theta}^T \dot{\tilde{\theta}} + \frac{1}{\gamma_2} \tilde{w}^T \dot{\tilde{w}}$$

$$= \sigma \{ h(x, u) + g(x) \hat{v} - \hat{h}(x, u) - \hat{g}(x) \hat{v}$$

$$- K \operatorname{sgn}(\sigma) \} + \frac{1}{\gamma_1} \tilde{\theta}^T \dot{\tilde{\theta}} + \frac{1}{\gamma_2} \tilde{w}^T \dot{\tilde{w}}$$

$$\begin{aligned}
&= \sigma \{h^*(x, u) - \hat{h}(x, u) + (g^*(x) - \hat{g}(x))\hat{v}\} \\
&\quad + \zeta_1 + \zeta_2 \hat{v} - K \operatorname{sgn}(\sigma) + \frac{1}{\gamma_1} \tilde{\theta}^T \dot{\mathcal{X}} \\
&\quad + \frac{1}{\gamma_2} \tilde{w}^T \dot{\mathcal{X}} \\
&= \sigma \{-\tilde{\theta}^T \xi_1 - \tilde{w}^T \xi_2 \hat{v} + (\zeta_1 + \zeta_2 \hat{v}) \\
&\quad - K \operatorname{sgn}(\sigma)\} + \frac{1}{\gamma_1} \tilde{\theta}^T \dot{\mathcal{X}} + \frac{1}{\gamma_2} \tilde{w}^T \dot{\mathcal{X}} \\
&= \tilde{\theta}^T (-\sigma \xi_1 + \frac{1}{\gamma_1} \dot{\mathcal{X}}) + \tilde{w}^T (-\sigma \xi_2 \hat{v} + \frac{1}{\gamma_2} \dot{\mathcal{X}}) \\
&\quad + \sigma (\zeta_1 + \zeta_2 \hat{v}) - K |\sigma|
\end{aligned}$$

여기서 적응칙 $\dot{\mathcal{X}} = \gamma_1 \sigma \xi_1$ 와 $\dot{\mathcal{X}} = \gamma_2 \sigma \xi_2 \hat{v}$ 을 대입하면, 다음과 같다.

$$\dot{\mathcal{X}} = \sigma (\zeta_1 + \zeta_2 \hat{v}) - K |\sigma|$$

이때, $K > |\zeta_1 + \zeta_2 \hat{v}|$ 이 되도록 K 를 선택하면, $\dot{\mathcal{X}} < 0$ 을 만족하게 되며, 상태 변수 $x(t)$ 는 영으로의 수렴을 보장 받는다.

4. 모의 실험

본 논문에서는 역진자 시스템에 대하여, 제안된 제어를 적용함으로써 제어 성능을 검증하고자 한다.

시스템의 동적 방정식은 다음과 같다.

$$\dot{\mathcal{X}}(t) = x_1(t),$$

$$\dot{\mathcal{X}}(t) = f[x(t)] + g[x(t)]u(t)$$

여기서

$$f(x) = \frac{mlx_2^2 \sin x_1 \cos x_1 - (M+m)g \sin x_1}{ml \cos^2 x_1 - \frac{4}{3}l(M+m)},$$

$$g(x) = \frac{-\cos x_1}{ml \cos^2 x_1 - \frac{4}{3}l(M+m)}$$

$M = 1\text{kg}$ 은 차체의 무게, $m = 0.1\text{kg}$ 은 막대의 무게, $g = 9.8\text{m/s}^2$ 는 중력 가속도, $l = 0.5\text{m}$ 은 막대의 반지름이다.

적용한 membership 함수는 다음과 같다.

$$\mu_{x_1}(x) = 1/(1 + \exp(x+2)),$$

$$\mu_{x_2}(x) = \exp(-x^2/2),$$

$$\mu_{x_3}(x) = 1/(1 + \exp(-(x-2)))$$

퍼지 시스템의 입력은 내부 시스템의 상태 변수 벡터 $y_1(t)$ 와 $y_2(t)$ 이며, 시스템의 초기값 즉 막대의 초기 각도와 초기 각속도는 각각 $x_1(0) = 0.3$, $x_2(0) = 0$ 이다. 초기 치에 대한 막대의 각은 약 17.2 이다.

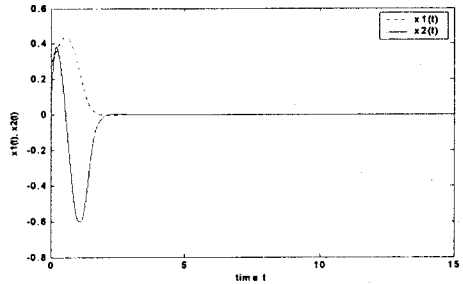


그림 1 상태 변수 벡터 $x_1(t)$ 와 $x_2(t)$

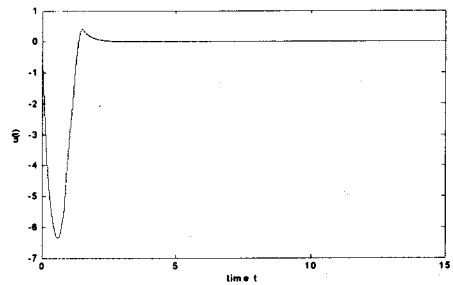


그림 2 제어 입력 신호 $u(t)$

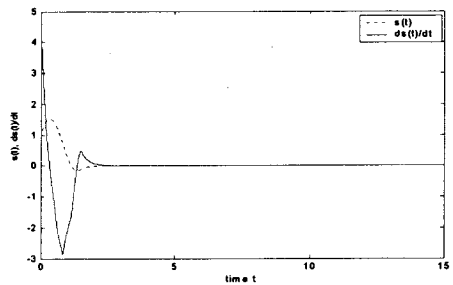


그림 3 스위칭 평면 $s(t)$ 와 $u(t)$

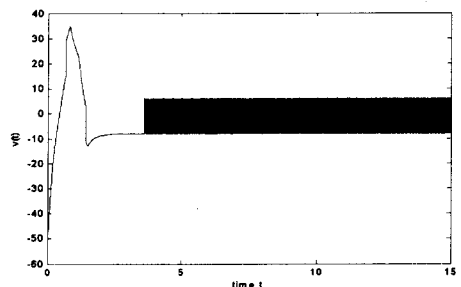


그림 4 내부 시스템 제어 입력 신호 $\hat{v}(t)$

모의 실험의 결과 <그림 1>과 <그림 2>는 각각 제어된 시스템의 상태 변수 출력 $x_1(t)$ 와 $x_2(t)$, 그리고 제어 입

력 신호 $u(t)$ 를 보여 주며, <그림 3>과 <그림 4>는 각각 시스템의 스위칭 평면 $s(t)$ 와 $\dot{x}(t)$ 그리고 내부 시스템의 불연속 제어 입력 신호 $\hat{v}(t)$ 를 나타낸다.

5. 결론

본 논문에서는 불확실성을 갖는 비선형 시스템에 대해서, 2차 슬라이딩 모드를 이용한 간접 적응 퍼지 제어를 제안하였고, 제안된 제어를 역진자 시스템에 대하여 모의 실험을 하였다. 2차 슬라이딩 모드를 이용한 제어기는 1차 슬라이딩 모드에서 나타나는 시스템의 떨림 현상을 제거 하였으며, 간접 적응 퍼지 알고리즘의 적용으로 인하여, 2차 슬라이딩 모드 제어기 설계에 있어서 시스템의 완벽한 수학적 모델과 유계값에 대한 제약에서 벗어날 수 있었다.

참고문헌

- [1] VI. UTKIN, 'Sliding mode in control and optimization', Springer-Verlag, New York, 1992.
- [2] R.A. DeCarlo, S.M. Zak and G.P. Matthews, 'Variable Structure Control of Nonlinear Multivariable System : A Tutorial.', IEEE Proc, Vol 76, No 3, pp 212-232, 1988.
- [3] L.K. Wong, F.H.F. Leung and P.K.S Tam, 'A Chattering Elimination Algorithm for Sliding Mode Control', IEEE Proc, Vol 1, pp 264-268, 1996.
- [4] W.S. Lin and C.S. Chen, 'Robust adaptive sliding mode control using fuzzy modeling for a class of uncertain MIMO nonlinear systems', IEE Proc, Vol 149, No 3, 2002
- [5] G. Bartolini, A. Ferrara, A. Levant and E. Usai, 'On second order sliding mode controllers' In K.D. Young and U. Ozguner, 'Variable Structure System, Sliding Mode and Nonlinear Control', Springer-Verlag 1999.