

Boussinesq 방정식을 이용한 불규칙파의 비선형 파랑전파 수치모의 Numerical simulation of nonlinear wave propagation of irregular waves with Boussinesq equation

한정용¹ · 권세영¹ · 심재설² · 전인식¹

Jung Yong Han¹, Se Young Kwon¹, Jae Seol Shim² and In Sik Chun¹

1. 서 론

파랑의 변형 가운데 천수, 굴절, 회절, 반사를 예측하는 수학적 모형은 크게 두 가지 유형으로 나눌 수 있는데, 첫 번째로 파형경사인 ka (k : 파수, a : 진폭)를 비선형의 매개변수로 하는 Stokes 파랑식이 있고, 두 번째로 상대파고인 a/h 를 비선형의 매개변수로 하고 상대수심인 kh 를 분산성의 매개변수로 하는 천수방정식(Shallow water equation)이 있다. 파랑의 변형 가운데 천수, 굴절만을 예측하고 회절, 반사를 예측하지 못하는 수학적 모형으로는 에너지 이송방정식이 있다.

천수방정식 중 Boussinesq식은 Boussinesq(1877)가 수심이 일정한 경우에 적용할 수 있는 식을 처음 개발하였고, 수심의 변화가 있는 경우에는 Peregrine(1967)이 개발하였다. 이 식은 수심적분한 연속방정식과 운동량 방정식으로 구성되어 있고 파랑의 약한 비선형성(weakly nonlinear)과 약한 분산성(weakly dispersive)이 고려되어 있다. 따라서, 조석파나 지진해일의 변형을 예측하거나 쇄파현상을 규명하는 경우와 같이 수심이 얇고 파고가 큰 영역에 Boussinesq 식을 사용하면 비교적 정확한 결과를 얻을 수 있는 반면, 수심이 깊을수록 그 정확도가 떨어지는 단점이 있다.

Boussinesq 식이 아직까지는 중간수심해와 심해에서 환경사방정식보다 정확도가 떨어지기는 하지만, 근래에 이러한 문제점을 최소화 하려는 시도

들이 있었다. 이 중, Madsen 등(1992)과 Nwogu(1993)는 Boussinesq 방정식의 분산성을 심해역까지 확장시키려는 시도를 하였으며, 특히 Wei 등(1995)은 분산성의 정확도를 $O((kh)^2)$ 까지 확장한 완전 비선형 모델인 FUNWAVE를 제시하였다(Kirby 등, 1998).

그러나, 현재 FUNWAVE 모형은 단순한 사방개방해역에 적용할 수 있는 정도로만 되어 있으며 실해역 조건에 그대로 적용하는 것은 현재로서는 불가능하다. 따라서, 본 연구에서는 기본적으로 FUNWAVE의 알고리즘을 따르되 임의의 복잡한 경계를 갖는 자연 실해역 조건에도 적용할 수 있는 프로그램의 수립을 목적으로 하고, 이 프로그램을 NOWAP으로 명명하였다.

2. 지배방정식 및 수치해석 방법

Wei 등(1995)의 강 비선형 Boussinesq 모형 식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla \cdot \{ (h + \eta) [\mathbf{u}_a + (z_a + \frac{1}{2}(h - \eta)) \nabla (\nabla \cdot (h \mathbf{u}_a)) + (\frac{1}{2} z_a^2 - \frac{1}{6}(h^2 - h\eta + \eta^2)) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}_a)] \} = 0
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

1 건국대학교 토목공학과 (Corresponding Author : Jung Yong Han, Department of Civil Engineering, Konkuk University, 1 Hwayang-dong, Kwangjin-ku, Seoul 143-701, Korea, e-mail : cloins@empal.com)
 2 한국해양연구원 연안·항만공학연구본부 (Coastal and Harbor Engineering Laboratory, Korea Ocean Research and Development Institute)

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \mathbf{u}_\alpha}{\partial t} + (\mathbf{u}_\alpha \cdot \nabla) \mathbf{u}_\alpha + g \nabla \eta + \\
& z_\alpha \left\{ \frac{1}{2} z_\alpha \nabla \left(\nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{u}_\alpha}{\partial t} \right) + \nabla \left(\nabla \cdot \left(h \frac{\partial \mathbf{u}_\alpha}{\partial t} \right) \right) \right\} \\
& + \nabla \left\{ \frac{1}{2} (z_\alpha^2 - \eta^2) (\mathbf{u}_\alpha \cdot \nabla) (\nabla \cdot \mathbf{u}_\alpha) \right. \\
& + \frac{1}{2} [\nabla \cdot (h \mathbf{u}_\alpha) + \eta \nabla \cdot \mathbf{u}_\alpha]^2 \left. \right\} + \nabla \{ (z_\alpha - \eta) \\
& (\mathbf{u}_\alpha \cdot \nabla) (\nabla \cdot (h \mathbf{u}_\alpha)) - \eta \left[\frac{1}{2} \eta \nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{u}_\alpha}{\partial t} \right. \right. \\
& \left. \left. + \nabla \cdot \left(h \frac{\partial \mathbf{u}_\alpha}{\partial t} \right) \right] \right\} = 0 \quad (2)
\end{aligned}$$

여기서, η 는 수면의 변위, h 는 정지수면에서의 수심, \mathbf{u}_α 는 임의의 위치 $z = z_\alpha$ 에서의 수평방향의 입자속도, $\alpha = (z_\alpha/h)^2/2 + z_\alpha/h$ 이고, g 는 중력가속도, $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$ 는 수평미분연산자이다.

대표수심 z_α 는 $z_\alpha/h = -0.531$ 과 같이 하였다. 지배방정식 (1), (2)를 시간적으로 차분하기 위해서 4차의 Adams-Bashforth-Moulton의 predictor-corrector 기법을 사용하였다. 공간에 관한 각 도함수의 유한차분화는 절점과 주변 경계의 거리에 따라 5점, 또는 3점 중앙, 전방 또는 후방차분법을 사용하였다.

3. 프로그램의 검증

3.1 Berkhoff 천퇴

Boussinesq 모델의 적용결과를 Berkhoff 등 (1982)의 수리모형 실험결과와 비교하였다. Fig. 1은 수리모형실험에 사용된 지형과 파고측점을 보여준다.

입사파의 주기는 1초이고, 파고는 0.0464 m로 하였다. 천퇴의 하류에 y 축과 나란하게 5개의 단면(즉, section 1,2,3,4,5)을 따라 파고를 측정하였고, x 축과 나란하게 3개의 단면(즉, section 6,7,8)을 따라 파고를 측정하였다.

Fig. 2는 Berkhoff 천퇴에서 NOWAP에 의하여 계산된 수면변위를 보여준다. 수면변위 양상이 FUNWAVE(Kirby 등, 1998)의 적용결과와 동일하게 나타났다. Fig. 3은 실험결과와 NOWAP의 계산결과를 비교한 것이다. 이들 간의 일치정도가 매우 양호함을 볼 수 있다.

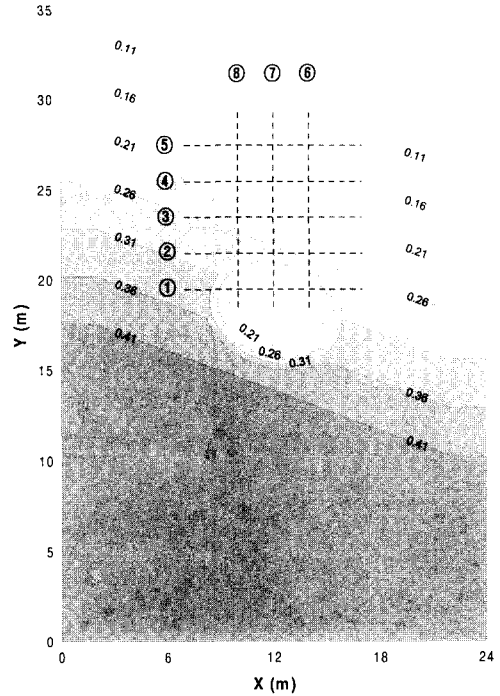


Fig. 1. Berkhoff의 천퇴 수리모형실험 단면도.

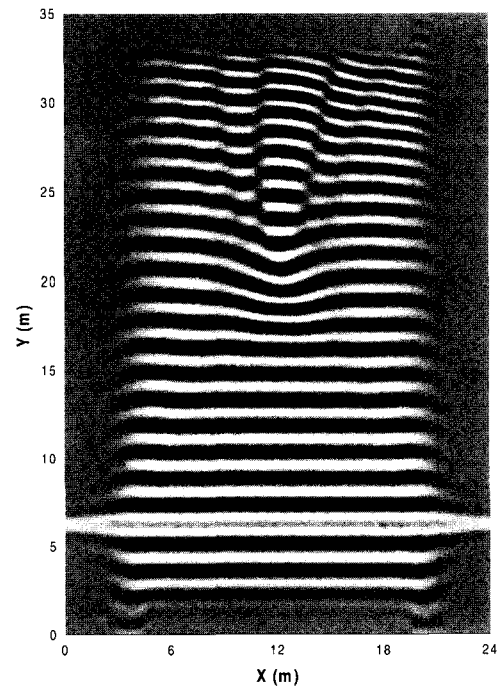


Fig. 2. NOWAP의 Berkhoff 천퇴 수면 위상도.

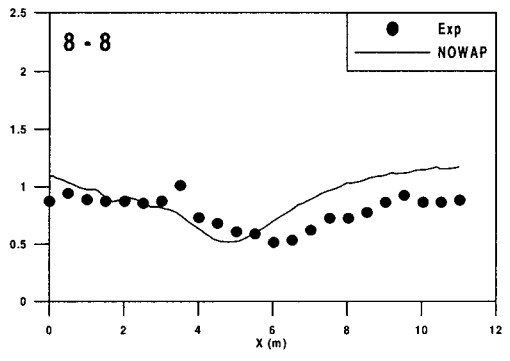
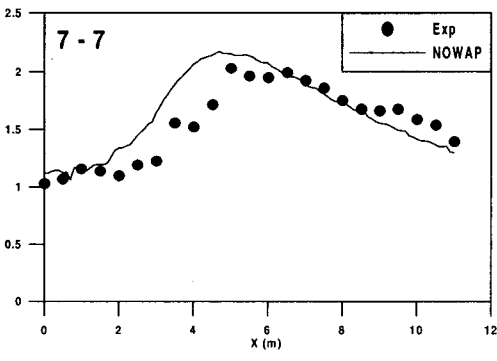
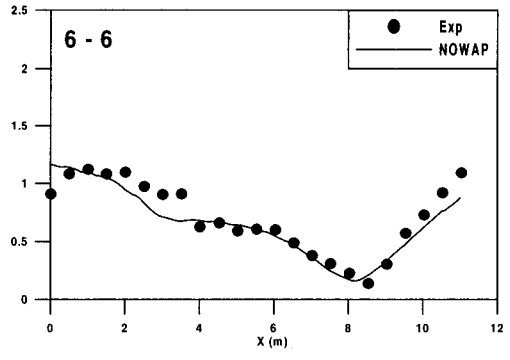
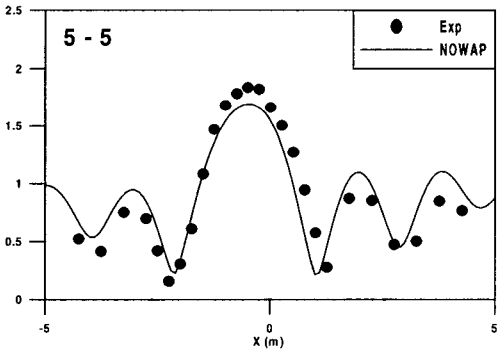
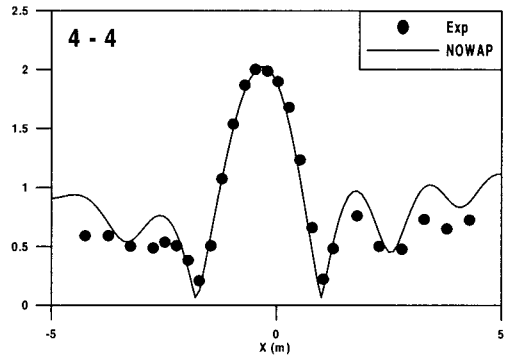
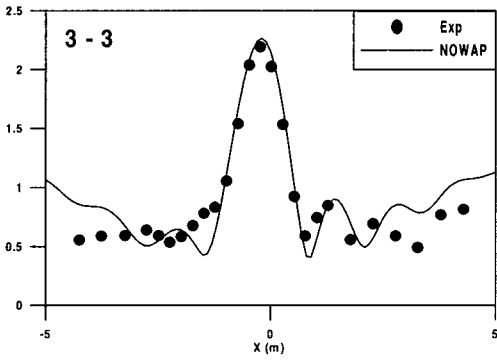
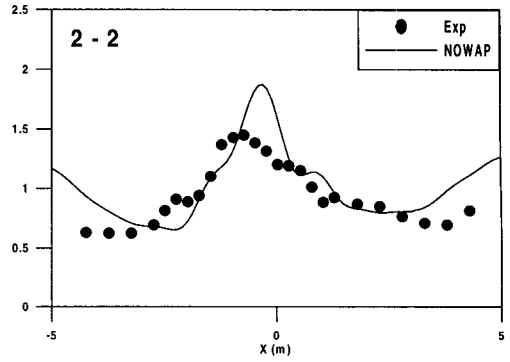
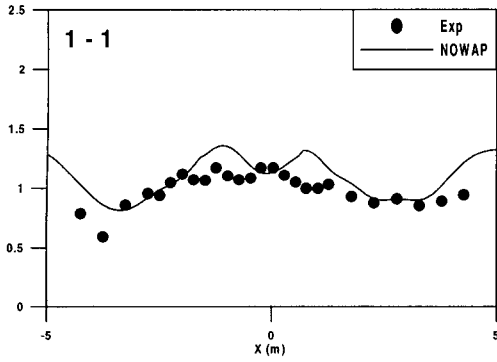


Fig. 3. NOWAP 모델과 실험치 파고 비교.

4. 실패역에의 적용 (포항신항)

NOWAP을 이용한 수치실험은 규칙파와 불규칙파로 나뉘어 수행하였고, 계산조건은 주기 11초에 파고 4 m로 하였다. 수치모델 적용결과를 Fig. 4 ~ Fig. 5에 도시하였다.

4.1 수치모델의 적용

가. 규칙파

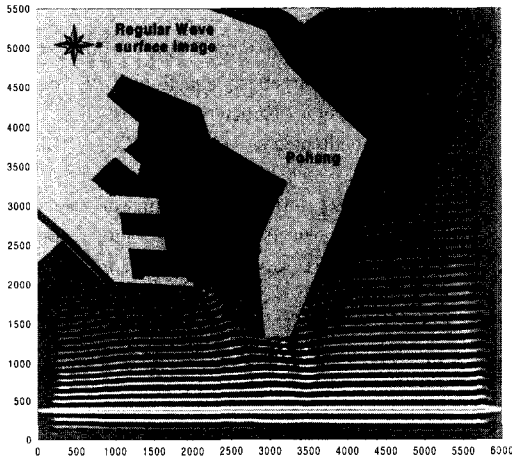


Fig. 4. NOWAP 포항신항 수면위상도(규칙파).

나. 불규칙파

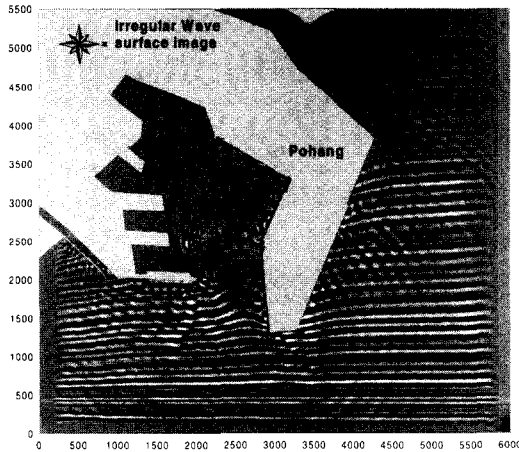


Fig. 5. NOWAP 포항신항 수면위상도(불규칙파).

4.2 불규칙파 조파시의 Spectrum 분석

NOWAP의 비선형 전파과정을 통한 주파수 변조여부를 확인하기 위하여 불규칙파의 입사에 대한 항 내·외 스펙트럼을 비교하였다. 항외 스펙트럼은 Fig. 6에 항내 스펙트럼은 Fig. 7 ~ Fig. 8에 비교 도시하였다. 제 1부두에서는 단주기쪽으로의 전이가 현저한 반면, 제 7, 8 부두에서는 입사파에는 없는 장주기 성분이 존재함을 볼 수 있다. 입사경계의 위치를 좀 더 심해역으로 확장하면 이와 같은 주파수 전이가 보다 현저하게 나타날 것으로 판단된다.

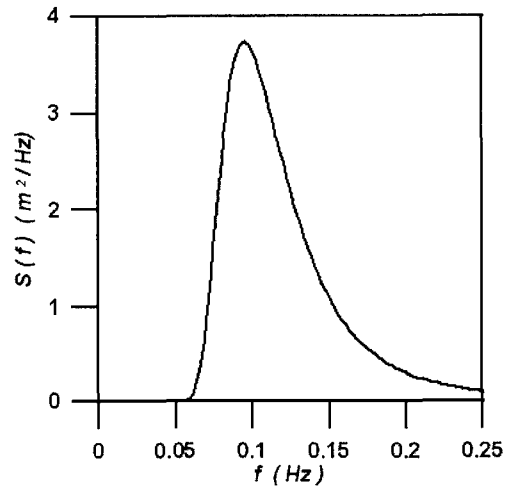


Fig. 6. 항외(조파) Spectrum.

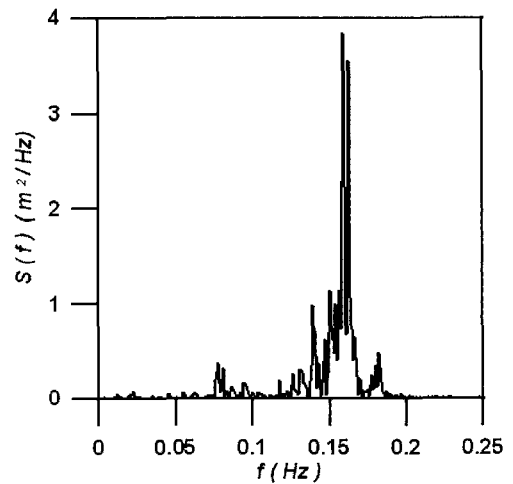


Fig. 7. 제1 부두에서의 Spectrum.

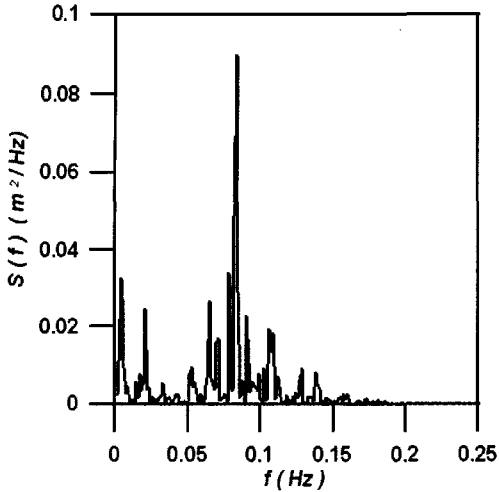


Fig. 8. 제7,8 부두 사이에서의 Spectrum.

5. 결 론

본 연구는 비선형 천수방정식인 Boussinesq 방정식을 이용하여 실험역에도 적용가능한 수치모델의 수립을 그 첫 번째 목표로 하고, 나아가 항만을 신규로 건설하거나 기존 항만의 이용도를 높이기 위한 가동율 예측 시스템 개발에 기본적인 자료가 되는 항만정온도 평가에 최종 목적이 있다.

프로그램 NOWAP의 결과를 보면 전반적으로 실험결과와 잘 부합함을 알 수 있다. 특히, 포항신항의 제7,8 부두 사이에서의 Spectrum을 보면 입사파에는 없는 장주기 성분이 나타남을 볼 수 있었다. 이는 선형방정식을 이용한 수치모델에서는 확인할 수 없는 구속 장주기파(Bound long wave)를 볼 수 있는 결과여서 장차 포항신항 등의 항만정온도 확보에 좋은 자료를 제공할 수 있을 것이다.

감사의 글

본 논문은 해양수산부의 연구사업으로 건국대학교에서 수행한 "항만시설 개선을 통한 가동율 제고방안 연구용역(I)" 사업의 결과 중 일부를 발췌하여 수록한 것임을 밝히며 연구사업비 지원에 심심한 감사를 표합니다.

참고문헌

해양수산부, 2003, 항만시설개선을 통한 가동율

제고방안 연구용역(I).

- Berkhoff, J.C.W., Booy, N., and Radder, A.C., 1982. Verification of numerical wave propagation models for simple harmonic linear water waves, *Coastal Eng.*, 6, pp. 255-279.
- Boussinesq, J., 1877. Essai sur la théorie des eaux courantes, *Mém. Prés. Acad. Sci. Paris. (Ser. 2)*, 23, pp. 1-680.
- Kirby, J.T., Wei, G., Chen, Q., Kennedy, A.B., and Dalrymple, R.A., 1998. *FUNWAVE 1.0: Fully nonlinear Boussinesq wave model document and user's manual*, Report of Center for Applied Coastal Engineers Research, University of Delaware.
- Madsen, P.A., and Sorensen, O.R., 1992. A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics. Part 2. A slowly varying bathymetry, *Coastal Eng.*, 18, pp. 183-204.
- Nwogu, O., 1993. Alternative form of Boussinesq equation for nearshore wave propagation, *J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Eng.*, 119, pp. 618-638.
- Peregrine, D.H., 1967. Long waves on a beach, *J. Fluid Mech.*, 27, pp. 815-827.
- Wei, G., Kirby, J.T., Grilli, S.T., and Subramanya, R., 1995. A fully nonlinear Boussinesq model for surface waves. Part 1. Highly nonlinear unsteady waves, *J. Fluid Mech.*, 294, pp. 71-92.