

고속철도교량의 새로운 3 차원 유한요소 해석모델의 개발

Development of a New Three-dimensional Finite Element Analysis Model of High-speed Railway Bridges

송 명 관*
Song, Myung-Kwan

한 인 선**
Han, In-Seon

김 선 훈***
Kim, Sun-Hoon

ABSTRACT

In this study, a new three-dimensional finite element analysis model of high-speed railway bridges considering train-bridge interaction, in which various improved finite elements are used for modeling structural members, is proposed. The box-type bridge deck of a railway bridge is modeled by the NFS(Nonconforming Flat Shell) elements with 6 degrees of freedom. Track structures are idealized using the beam finite elements with the offset of beam nodes and those on Winkler foundation with two parameters. And, the vehicle model devised for a high-speed train is employed, which has an articulated bogie system. By Lagrange's equations of motion, the equations of motion of a bridge-train system can be formulated. Finally, by deriving the equations of the forces acting on a bridge considering bridge-train interaction, the complete system matrices of total bridge-train system can be constructed. As numerical examples of this study, 2-span PC box-girder bridge is analyzed and results are compared with experimental results.

* 정회원 · ㈜유신코퍼레이션 구조연구실 과장 · 공학박사(E-mail: megalith@hamail.net)

** 한국과학기술원 건설및환경공학과 박사과정(E-mail: his@kaist.ac.kr)

*** 정회원 · 영동대학교 토목환경공학과 부교수(E-mail: kimsh@youngdong.ac.kr)

1. 서론

고속철도교량의 경우 보통의 철도교량의 경우보다 열차에 의한 동적 효과가 더 크게 나타나게 되며, 이러한 동적 효과의 산정은 철도교량의 해석과 설계에 꼭 필요한 과정 중의 하나가 된다. 이와 같은 고속철도교량의 동적 효과의 산정을 위해서는 교량-열차의 상호작용 해석기법이 필요하게 되는데, 이러한 상호작용 해석기법 개발을 위한 실질적인 접근은 차량, 궤도, 교량의 3 차원 모형화 및 효율적이고 정확성 있는 교량해석기법의 정립을 필요로 한다. 그러나, 3 차원 모형을 통한 이러한 문제의 접근에 있어서 나타나는 하나의 단점은 계산시간, 계산량, 컴퓨터 저장량이 많이 필요하다는 것이다.

Tanabe 등(1997)은 일본 고속열차(신간선)와 교량 구조물과의 상호작용해석을 위한 DIASTARS 라는 3 차원 해석 프로그램을 개발하였으며, Tan 등(1998)은 교량-차량 상호작용 해석을 위하여 격자해석(grillage analysis)을 도입하여 현가장치의 비선형성과 교량재료의 항복면을 고려하였다. 국내에서도 최근에 고속철도 건설과 관련하여 연구가 수행되었는데, 박홍석(1999)은 17 자유도와 38 자유도를 갖는 개선된 고속열차모형을 제안하였으며, 이를 이용하여 철도교량의 동적거동에 대한 해석을 수행하였다. 김성일(2000)은 고속철도교량과 고속열차에 대하여 3 차원 정밀 모형을 통하여 다양한 매개변수해석을 시도하였다.

완전 3 차원 교량-차량 상호작용해석모델(F-MODEL)은 3 차원 공간보유한요소를 이용하여 레일 및 교량의 I 형 거더(girder)를 모형화하며, 이때개변수 탄성지반상의 보유한요소를 이용하여 침목(sleeper)을 모형화하였다. 그리고, 관절형 고속열차의 모형화를 위한 효율적인 3 차원 열차 모형에 대한 운동방정식을 유도하여 적용하였다. 이러한 정밀한 3 차원 모형화를 통하여 교량의 구체적인 구조 부재들의 동적거동에 대한 파악이 가능하다.

본 연구에서는 3 차원 모형을 통한 교량-열차 상호작용해석모델을 이용하여 관련 유한요소해석 프로그램을 개발하여 수치예제해석을 통하여 검증하고 실제의 고속철도교량의 동적거동의 파악을 위해 적용하였다.

2. 고속열차모델

제안하는 새로운 3 차원 교량-열차 상호작용해석모델에 있어서 열차 차량 1 대 당 38 자유도를 갖는 3 차원 열차 모형을 기본(박홍석 1999)으로 하여 유도된 대차 당 8 자유도, 즉, 열차 차량 1 대 당 16 자유도를 갖는 3 차원 열차모형을 사용한다. 38 자유도 열차모델로부터 효율적인 해석모델의 적용을 위하여 차륜-축 세트는 항상 접촉면에 접촉되어 있다고 가정한다. 차체(car-body)의 자유도는 대차 연결부에서의 연직방향 자유도 및 횡방향 자유도에 의해서 표현이 가능하므로, 대차의 자유도와 대차 연결부 관절의 자유도에 의해서 열차 차량 1 대의 전체 거동을 표현한다고 가정한다. 따라서, Lagrange 의 운동방정식을 적용하여 열차 차량 1 대에 대한 운동방정식의 유도가 가능하고, 이를 이용하여 다련열차(multi-link train)의 운동방정식의 유도가 가능하다. 이러한 운동방정식

은 대차와 연결부에서의 자유도에 의해서 표현된다. 그러므로, 각 시간단계에서의 대차의 위치에 따라서 교량-열차 시스템의 운동방정식이 구성될 수 있으므로, 반복해석이 필요없이 효율적인 정식화 및 해석프로그램의 구성이 가능해진다.

2.1 고속열차의 운동방정식

차량의 운동방정식을 유도하기 위해서 앞에서 정의된 동력차, 동력객차, 객차에 대한 각각의 운동에너지, 포텐셜에너지, 감쇠에너지에 대한 식을 Lagrange 의 운동방정식에 대입한다. 일반적으로 복잡한 시스템의 운동방정식을 유도할 경우 해석동역학에 기초한 Lagrange 의 운동방정식을 이용한다.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_v} \right) - \frac{\partial E_k}{\partial q_v} + \frac{\partial E_p}{\partial q_v} + \frac{\partial E_d}{\partial \dot{q}_v} = 0 \quad (1)$$

여기서, $\{q_v\}$ 는 대차와 관절(차체와 대차의 연결부)에서의 자유도이다. 따라서, 차량의 운동방정식이 대차, 관절, 교량의 자유도에 의해 표현된다.

앞에서 언급한 바와 같이 TGV 형 고속열차는 관절형 열차모형으로서 앞 차량과 뒷 차량 사이에 관절이 존재하며, 여기에 대차가 연결된 다련 열차이다. 따라서, 대차의 거동은 앞뒤 차량의 거동에 영향을 받게 되며, 이에 대한 고려가 필요하다. 따라서, 본 연구에서는 다련 열차의 모형화에 있어서 대차와 관절의 거동은 앞과 뒤의 차량에 대해서 동일하게 영향을 받는다고 가정한다. 그러므로, 대차와 관절의 자유도에 대한 각 차량의 시스템행렬로부터 다련 열차의 시스템행렬(질량행렬, 강성행렬, 감쇠행렬, 하중벡터)의 구성이 가능하다. 대차의 자유도에 대한 시스템행렬은 앞뒤 차량의 시스템행렬이 공유하게 된다. 그리고, 관절의 자유도에 대해서는 앞뒤 차량의 시스템행렬 성분(elements)의 1/2 씩을 중첩하여 구성하였다(그림 1). 이러한 대차의 시스템행렬의 구성시에는 교량 상에서의 대차의 위치 Case 에 따라 다르게 구성된다. 그림 2 에서는 교량 상에서의 대차의 위치 Case 들이다.

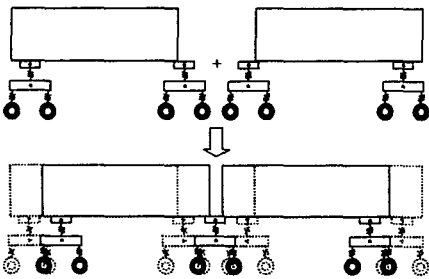


그림 1 다련 열차의 모형화

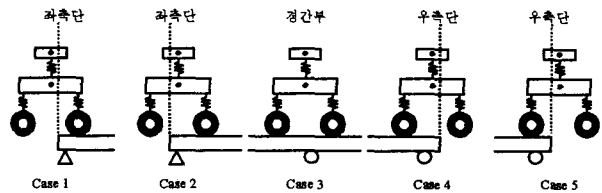


그림 2 교량 상에서의 대차의 위치 Case

3. 교량 모델

3.1.3 차원 교량모델

교량 상을 고속열차가 주행할 경우에 교량 구조물의 각 구조요소들에 대한 동적거동의 분석을 위해서는 3 차원 고속철도교량-열차 상호작용에 대한 동적해석 시스템의 해석 모델을 사용하여야 한다. 본 연구에서는 그림 3 와 같이 고속철도교량의 3 차원 모형을 위해서 교량과 트랙구조물을 구성하는 침목, 레일 등 교량의 각 구조요소들을 모형화 할 수 있는 적절한 유한요소를 사용한다.

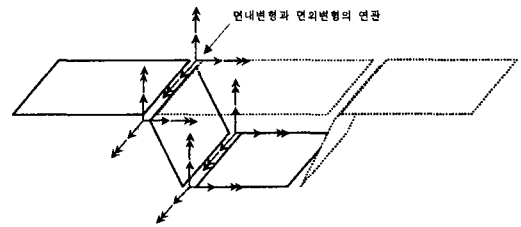
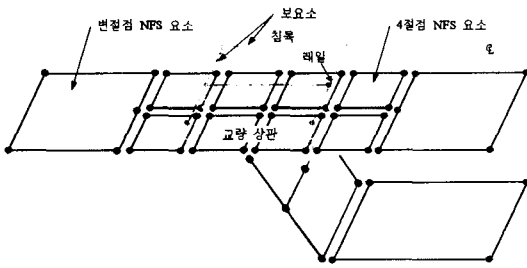


그림 3 고속철도교량의 3 차원 모형화

그림 4 절판구조물에서의 절점자유도 간의 연결

3.2 교량상판의 모형화

본 연구에서는 변절점요소로서 적응적 체분화(adaptive mesh refinement)가 가능하며, 절점 당 6 자유도를 가지고 있어서 다른 유한요소와의 연결에 있어서 5 자유도의 평면셸요소에 적용하는 추가적인 제한조건이 필요 없는 NFS(Nonconforming Flat Shell) 유한요소를 사용한다. 이러한 NFS 요소는 비적합모드의 추가와 동시에 직접수정법(Direct Modification Method)을 적용하여 조각시험(patch test)을 통과시킴으로써 요소 거동의 개선을 도모하였다(Choi 등 2001, 이태열 2002). 평면셸요소(flat shell finite element)는 모든 절점이 한 평면에 있으므로 평판의 자유도와 평면응력요소의 자유도가 서로 독립적이다. 그러므로 강성행렬은 평판요소의 강성행렬과 평면응력요소의 강성행렬의 독립적인 결합에 의하여 구성될 수 있다. 이와 같이 구성한 강성행렬을 임의의 기하형상(warped geometry)에도 적용할 수 있도록 하기 위하여 강결수정법(rigid link correction)으로 수정하였다. NFS 요소의 질량행렬은 HRZ lumping 방법을 사용하여 구성하며, 회전자유도에 대한 질량관성은 고려되지 않는다.

4. 수치해석

4.1 2경간 연속 PC 박스거더 교량의 해석

본 연구의 해석결과를 다음의 예제를 통해 실험치와 비교하였다. 실험치는 20 량 편성의 고속열차가 2경간 연속 PC 박스거더 교량 상을 통과시켜서 측정한 것이다. 20 량 고속열차는 2대의 동력차, 2대의 동력객차, 16대의 객차로 구성되며, 200km/h, 250km/h, 300km/h의 속도로 주행한다. 교량에 대한 세부사항은 그림 5 과 그림 6 에 보이는 바와 같다.

실험에서의 측정치 중에서 경간 중앙에서의 하부 슬래브 중앙점에서의 연직변위의 측정치를 제안한 해석모델들의 해석결과와 비교한다. 스펙트럼 분석을 통해서 교량과 차량의 고유진동의 주요모드는 10Hz 이하의 진동 성분인 것으로 확인되므로, 10Hz 이상의 진동성분에 대해서는 low pass digital filtering 방법을 적용하여 제거하였다(최성락 2001).

그림 5, 그림 6, 표 1, 표 2 를 바탕으로 하여 그림 7의 완전 3 차원 해석의 Model A, 그림 8의 완전 3 차원 해석의 Model B 를 이용하여 모형화 하였다. Model A 의 경우에는 해석모델의 단순성으로 인하여 레일, 침목, 쇄석 등의 트랙구조물의 모형화가 생략된다. 따라서, 표 1 에서와 같이 Model A 에서는 설계치의 탄성계수와 트랙구조물의 영구하중을 수정하여 해석에 사용한다. 즉, Model A 에서는 교량 상판 재료의 탄성계수를 수정하며, 트랙구조물의 중량의 40%를 고려한다. 반면에 완전 3 차원 해석의 Model B 는 변절점 NFS 셀요소를 사용하여 트랙구조물에 대해 구체적인 모형화가 이루어졌다고 판단하여 실제 설계치의 재료물성치를 그대로 적용하여 해석에 사용한다.

그림 11 ~ 13 에서와 같이 3 차원 해석모델 Model A 와 Model B 를 사용하여 해석한 경우 실험치와 근사한 해석 결과를 주고 있음을 알 수 있다. Model B 와 같이 변절점 NFS 셀요소를 이용하여 구체적으로 트랙구조물을 모형화 함으로써 실제의 교량과 거의 동일한 해석모델의 구성이 가능함을 알 수 있다.

실험에서 발생한 측정 오차, 건설 시의 오차, 단면치 산정의 오차, 질량 계산 및 감쇠비 산정의 오차 등이 발생할 수 있기 때문에 실험치와 해석결과의 차이가 발생된 것으로 보인다. 불확실성과 해석모델에 있어서의 단순화에도 불구하고 해석결과가 실험치와 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

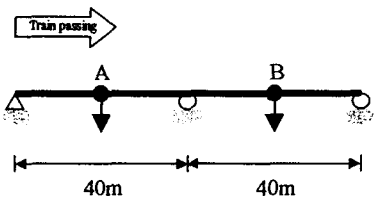


그림 5 2경간 연속 PC 박스거더 교량

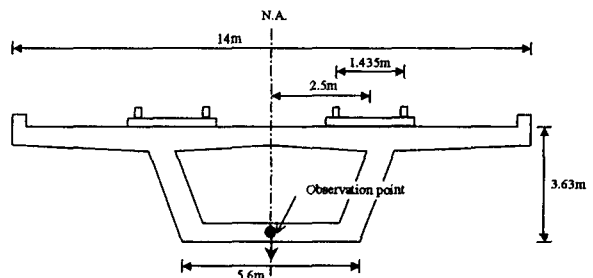


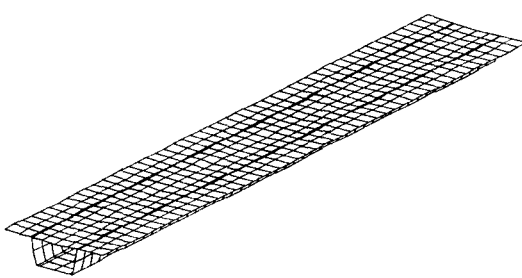
그림 6 박스거더 교량의 단면

표 1 해석대상 교량의 재료물성치

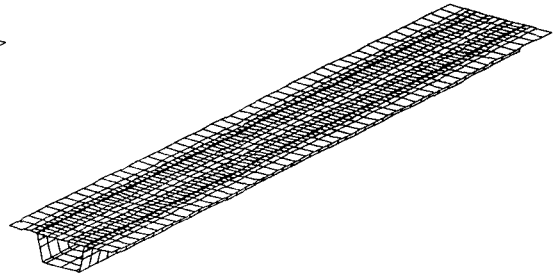
구분		설계치	단순 3 차원	Model A	Model B
콘크리트	탄성계수(ton/m^2)	3×10^6	3.4×10^6	3.4×10^6	3×10^6
	포와송비	0.15	0.15	0.15	0.15
	단위중량(ton/m^3)	2.5	2.5	2.5	2.5
감쇠비(%)		2.4	2.4	2.4	2.4
트랙구조물의 영구하중(ton/m)		6.694	2.678(40%)	2.678(40%)	0.

표 2 해석모델에 사용된 유한요소

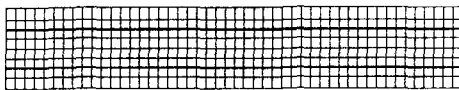
해석모델	보요소			NFS 셀요소	
	일반	편심 고려한 보	Winkler 지반상의 보	4 절점	5 절점
단순 3 차원	76	-	-	-	-
Model A	-	192	98	864	-
Model B	-	384	194	1344	288



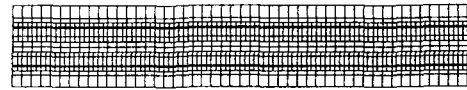
(a) 해석 모형



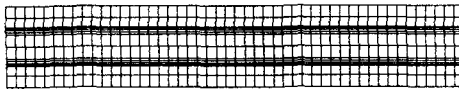
(a) 해석 모형



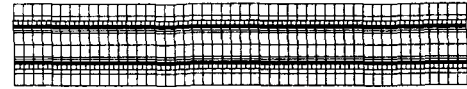
(b) 상면의 요소세분화



(b) 상면의 요소세분화



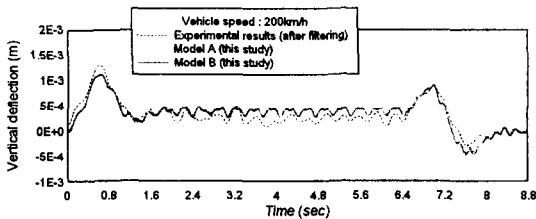
(c) 하면의 요소세분화



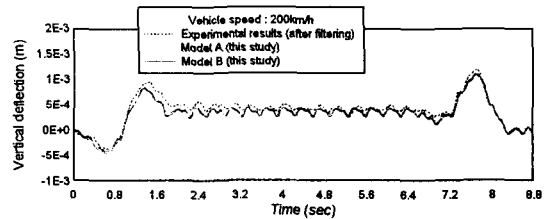
(c) 하면의 요소세분화

그림 7 3 차원 해석모형 : Model A

그림 8 3 차원 해석모형 : Model B

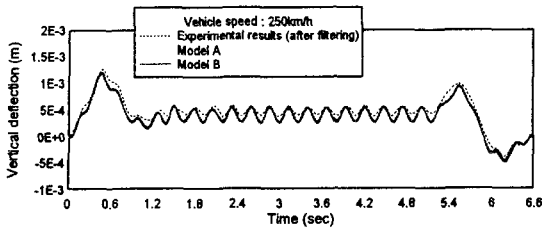


(a) A 위치

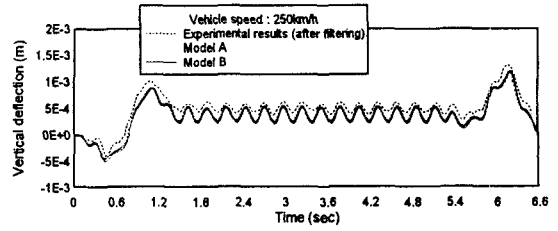


(b) B 위치

그림 9 완전 3 차원 해석모델에 의한 해석결과와 실험치의 비교($V=200\text{km/h}$)

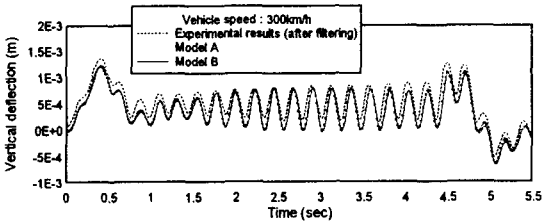


(a) A 위치

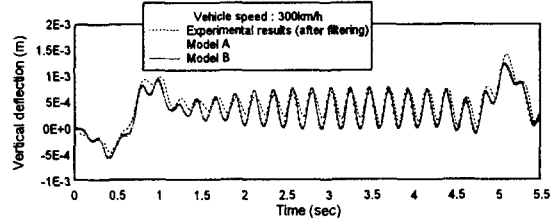


(b) B 위치

그림 10 완전 3 차원 해석모델에 의한 해석결과와 실험치의 비교 (V=250km/h)

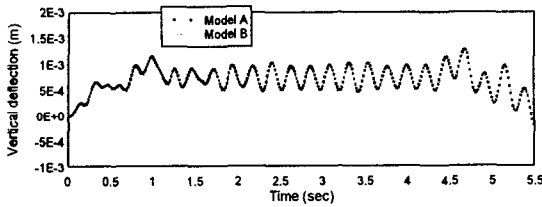


(a) A 위치

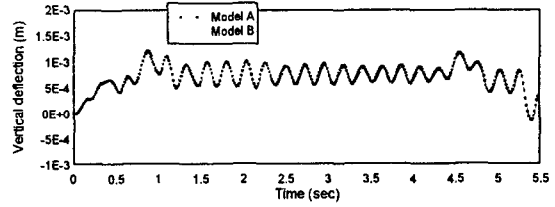


(b) B 위치

그림 11 완전 3 차원 해석모델에 의한 해석결과와 실험치의 비교 (V=300km/h)



(a) A 위치



(b) B 위치

그림 12 2 대의 열차가 지날 때의 두 모델에서의 연직변위 비교 (V=300km/h)

6. 결론

본 연구에서는 고속철도교량-열차 상호작용해석을 위한 완전 3 차원 유한요소 모델을 제안하고 고속철도교량의 기본적인 교량-열차 상호작용의 개념을 3 차원으로 확장하여, 2 차원 해석모델에서 고려되지 않는 철도교량의 구체적인 구조 부재들을 유한요소로 모형화 하였다. 공간보유한요소를 이용하여 교량의 거더를 모형화하며(절점 offset 고려), 이매개변수 Winkler 지반상의 보유한요소를 이용하여 침목을 모형화 하였다. 특히, NFS 셀요소를 사용하여 정확한 셀 및 평판 형태의 구조물에 대한 정확한 수치해석을 가능하게 하였으며, 대표적인 고속철도교량 구조물인 PC 박스거더 구조물과 같은 절판 구조물의 정확한 유한요소해석 모형화가 가능하게 되었다. 또한, 변절점 NFS 셀

요소를 사용하여 모형화 함으로써 트랙구조물의 구체적인 유한요소 모형화가 가능하게 되어 정확한 유한요소해석이 가능하게 되었다. 이러한 정밀한 모형화를 통하여 교량의 구체적인 구조요소들의 동적거동에 대한 파악이 가능하였다.

7. 감사의 글

본 연구는 한국과학재단의 우수공학연구센터로 설립된 스마트 사회기반시설 연구센터의 지원으로 수행되었음을 밝히며 이에 감사 드립니다.

참 고 문 헌

1. 박종원(1997), “차량의 제동을 고려한 교량의 동적거동”, 박사학위 논문, 서울대학교 토목공학과.
2. 김상효, 김병석, 허진영, 최성락(2001), “검증된 고속철도 차량의 20 량 편성 정밀모형에 의한 철도교량의 동적응답 분석”, 한국전산구조공학회 가을학술발표회 논문집, 485-492.
3. 김성일(2000), “고속철도교량의 교량-열차 상호작용해석”, 박사학위 논문, 서울대학교 토목공학과.
4. 박홍석(1999), “개선된 고속열차모형을 사용한 교량의 동적해석에 관한 연구”, 박사학위 논문, 연세대학교 토목공학과.
5. 최창근(2002), 유한요소법, 테크노 프레스.
6. Choi, C.K., Chung, K.Y., and Lee, T.Y.(2001), “A direct integration method for strains due to nonconforming modes”, *Structural Engineering and Mechanics, An Int'l Journ.*, **11**(3), 325-340.
7. Delgado, R.L. and dos Santos R.C. S.M.(1997), “Modeling of Railway Bridge-Vehicle Interaction on High Speed Tracks”, *Computers & Structures*, **63**(3), 511-523.
8. Fafard, M., Bennur, M., and Savard, M.(1996), “A General Multi-axle Vehicle Model to Study the Bridge-Vehicle Interaction”, *Engineering Computations*, **14**(5), 491-508.
9. Kim, S.H., Park, H.S., and Huh, J.Y.(1999), “Dynamic Bridge Behaviors due to High Speed Railway Vehicles : K-TGV”, *Proceedings of EASEC-7*, 255-260, Kochi, Japan, 27-29 August.
10. Kim, S.I., Kwark, J.W., and Chang, S.P.(1999), “Vibration of Bridges due to Moving High-speed Train with 3-dimensional Train Model”, *Proceedings of EASEC-7*, 249-254, Kochi, Japan, 27-29 August.
11. Lin, J.Z. and Su, M.B.(1999), “The Resonant Vibration for a Simply Supported Girder Bridge under High-speed Trains”, *Journal of Sound and Vibration*, **224**(5), 897-915.
12. Song, M.K. and Choi, C.K.(2002), “Analysis of High-speed Vehicle-Bridge Interactions by a Simplified 3-D Model”, *Structural Engineering and Mechanics, An Int'l Journ.*, **13**(5), 505-532.
13. Tan, G.H., Brameld, G.H., and Thambiratnam, D.P.(1998), “Development of an Analytical Model for Treating Bridge-Vehicle Interaction”, *Engineering Structures*, **20**(1-2), 54-61.
14. Timoshenko, S.(1928), “Vibration of Bridge”, *ASME Trans.*, **53** (see also *Vibration Problems in Engineering*, D. Van Nostrand Company, Princeton, N.J., 1955).
15. Yang, Y.B. and Yau, J.D.(1996), “Vehicle-Bridge Interaction Element for Dynamic Analysis”, *Journal of Structural Engineering, ASCE*, **123**(11), 1512-1518.
16. Zhaohua, F. and Cook, R.D.(1983), “Beam Elements on Two-parameter Elastic Foundations”, *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, **109**(6), 1390-1402.